

MATURA Z MATEMATYKI · EGZAMIN ÓSMOKLASISTY

ROZWIĄZANIA

Pełne rozwiązania krok po kroku

Pełne rozwiązania krok po kroku wszystkich zadań treningowych: rozpoznanie metody, obliczenia, odpowiedź, typowe błędy i schemat punktowania.

15

kluczy

150

zadań treningowych

100%

z rozwiązaniami

Analiza: arkusze CKE z egzaminu ósmoklasisty 2021–2025 (5 arkuszy, termin główny). Zadania treningowe są autorskie i odwzorowują typy umiejętności — nie są kopiami zadań CKE.

Spis treści

- OS01** Liczby i działania: ułamki, liczby ujemne, oś liczbowa
- OS02** Procenty i obliczenia praktyczne
- OS03** Potęgi i pierwiastki
- OS04** Podzielność i własności liczb naturalnych
- OS05** Wyrażenia algebraiczne i przekształcanie wzorów
- OS06** Równania i zadania tekstowe z równaniem
- OS07** Proporcjonalność, skala i prędkość
- OS08** Średnia arytmetyczna i odczyt danych
- OS09** Prawdopodobieństwo i zliczanie
- OS10** Kąty i własności trójkątów oraz czworokątów
- OS11** Pola i obwody figur płaskich
- OS12** Twierdzenie Pitagorasa
- OS13** Graniastosłupy i ostrosłupy
- OS14** Układ współrzędnych i odczyt z wykresu
- OS15** Obliczenia zegarowe, kalendarzowe i jednostki

OS01 Liczby i działania: ułamki, liczby ujemne, oś liczbową

🔑 Ułamki i nawiasy → wspólny mianownik, potem kolejność działań i znaki.

OS01.1 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Oblicz: $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$.

ROZWIĄZANIE

1. Wspólny mianownik to 12: $\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$.

Odpowiedź: $\frac{11}{12}$

OS01.2 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Oblicz: $-3,5 + 1\frac{1}{4}$.

ROZWIĄZANIE

1. $1\frac{1}{4} = 1,25$.

2. $-3,5 + 1,25 = -2,25$.

Odpowiedź: $-2,25$

OS01.3 ZAMKNIĘTE ★★★

0–1 pkt

Wartość wyrażenia $\frac{3^2}{4} - 2^2$ jest równa:

A. 1,75

B. $-0,25$

C. $-1,75$

D. 0,25

ROZWIĄZANIE

1. $\frac{3^2}{4} = \frac{9}{4} = 2,25$, a $2^2 = 4$.

2. $2,25 - 4 = -1,75$.

Odpowiedź: **C**

Dlaczego nie pozostałe? Potęga dotyczy tylko licznika, a odejmujemy dopiero na końcu.

OS01.4 PRAWDA / FAŁSZ ★★★

0–1 pkt

Dane są liczby $x = -\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{9}$ oraz $y = -\frac{3}{4} + \frac{2}{9}$. Oceń prawdziwość stwierdzeń.

1.	Liczba x jest dodatnia.	P	F
2.	Liczba x jest większa od liczby y .	P	F

ROZWIĄZANIE

$$1. x = -\frac{6}{36} = -\frac{1}{6} \approx -0,17; y = -\frac{27}{36} + \frac{8}{36} = -\frac{19}{36} \approx -0,53.$$

2. 1. Obie liczby są ujemne, więc pierwsze zdanie („ x jest dodatnia”) jest fałszywe.

3. 2. $-0,17 > -0,53$, więc $x > y$ — zdanie prawdziwe.

Odpowiedź: FP

OS01.5 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Oblicz wartość wyrażenia $(1,6 - 2\frac{1}{2}) : (-3)$.

ROZWIĄZANIE

$$1. 2\frac{1}{2} = 2,5, \text{ więc w nawiasie mamy } 1,6 - 2,5 = -0,9.$$

$$2. -0,9 : (-3) = 0,3.$$

Odpowiedź: 0,3

Schemat punktowania:

- 1 pkt — poprawne obliczenie wartości w nawiasie,
- 2 pkt — poprawny wynik **0,3**.

OS01.6 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Na osi liczbowej odcinek AC podzielono na **6** równych części. Punkt A ma współrzędną **12**, a punkt C — współrzędną **42**. Oblicz współrzędną punktu B , który jest drugim punktem podziału licząc od A .

ROZWIĄZANIE

$$1. \text{ Długość odcinka: } 42 - 12 = 30, \text{ więc jedna część ma długość } 30 : 6 = 5.$$

$$2. \text{ Punkt } B \text{ leży o dwie części od } A: 12 + 2 \cdot 5 = 22.$$

Odpowiedź: 22

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie długości jednej części,
- 2 pkt — wynik **22**.

OS01.7 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Ile wynosi $\frac{5}{6}$ liczby, której $\frac{2}{3}$ jest równe 18?

ROZWIĄZANIE

1. Szukamy liczby x : $\frac{2}{3}x = 18 \Rightarrow x = 18 \cdot \frac{3}{2} = 27$.
2. $\frac{5}{6} \cdot 27 = \frac{135}{6} = 22,5$.

Odpowiedź: 22,5

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie liczby $x = 27$,
- 2 pkt — obliczenie $\frac{5}{6}$ tej liczby.

OS01.8 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Liczbę $\frac{11}{12}$ zapisano jako sumę trzech ułamków, z których pierwszy jest równy $\frac{1}{3}$, a drugi $\frac{1}{4}$. Oblicz trzeci składnik tej sumy.

ROZWIĄZANIE

1. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$.
2. $\frac{11}{12} - \frac{7}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

Odpowiedź: $\frac{1}{3}$

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie sumy dwóch pierwszych ułamków,
- 2 pkt — obliczenie trzeciego składnika i skrócenie wyniku.

OS01.9 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Paweł podzielił tabliczkę czekolady tak, że bratu dał $\frac{1}{2}$ tabliczki, siostrze $\frac{1}{3}$, a resztę zjadł sam. Tabliczka miała 24 kostki. Oblicz, ile kostek zjadł Paweł.

ROZWIĄZANIE

1. Brat dostał $\frac{1}{2} \cdot 24 = 12$ kostek, siostra $\frac{1}{3} \cdot 24 = 8$ kostek.
2. Paweł zjadł $24 - 12 - 8 = 4$ kostki.
3. (Można też liczyć ułamkiem: $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$, a $\frac{1}{6} \cdot 24 = 4$.)

Odpowiedź: 4 kostki

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie części brata i siostry,
- 2 pkt — obliczenie reszty,
- 3 pkt — poprawny wynik z jednostką (kostki).

Wykaż, że wartość wyrażenia $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right)$ jest liczbą dodatnią mniejszą od $\frac{1}{4}$, i oblicz tę wartość.

ROZWIĄZANIE

1. Pierwszy nawias: $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ — liczba dodatnia.
2. Drugi nawias: $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$ — liczba dodatnia mniejsza od 1.
3. Iloczyn liczby dodatniej i liczby z przedziału $(0; 1)$ jest dodatni i mniejszy od pierwszego czynnika, czyli mniejszy od $\frac{1}{4}$. ■
4. Wartość: $\frac{1}{4} \cdot \frac{11}{15} = \frac{11}{60}$.

Odpowiedź: $\frac{11}{60}$

Wskazówka: W zadaniach „wykaż” liczy się zapisany tok rozumowania, nie sam wynik.

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie wartości pierwszego nawiasu,
- 2 pkt — obliczenie wartości drugiego nawiasu,
- 3 pkt — uzasadnienie nierówności i obliczenie iloczynu.

OS02 Procenty i obliczenia praktyczne

🔑 Ustal **100%**, potem licz krok po kroku; procenty mnożymy, nie dodajemy.

OS02.1 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Oblicz **15%** liczby **340**.

ROZWIĄZANIE

1. $15\% \cdot 340 = 0,15 \cdot 340 = 51$.

Odpowiedź: **51**

OS02.2 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Cena kurtki wynosiła **240 zł** i została obniżona o **25%**. Ile kosztuje kurtka po obniżce?

ROZWIĄZANIE

1. $240 \cdot (1 - 0,25) = 240 \cdot 0,75 = 180 \text{ zł}$.

Odpowiedź: **180 zł**

OS02.3 ZAMKNIĘTE ★★★

0–1 pkt

Liczba **60** jest o ile procent większa od liczby **48**?

- A. 20% B. 25% C. 12% D. 80%

ROZWIĄZANIE

1. Różnica: $60 - 48 = 12$.

2. $\frac{12}{48} = 0,25 = 25\%$ (odnosimy do liczby **48**).

Odpowiedź: **B**

Dlaczego nie pozostałe? Punktem odniesienia jest liczba, od której coś jest większe — czyli **48**.

OS02.4 PRAWDA / FAŁSZ ★★★

0–1 pkt

Cenę towaru najpierw podwyższono o **20%**, a potem obniżono o **20%**. Oceń prawdziwość stwierdzeń.

1.	Cena końcowa jest równa cenie początkowej.	P	F
2.	Cena końcowa jest o 4% niższa od ceny początkowej.	P	F

ROZWIĄZANIE

1. $1,2 \cdot 0,8 = 0,96$, czyli cena końcowa to **96%** ceny początkowej.

2. 1. Cena wróciła do wartości początkowej — fałsz.

3. 2. Cena końcowa jest o **4%** niższa od początkowej — prawda.

Odpowiedź: **FP**

OS02.5 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

W klasie jest **25** uczniów, z czego **60%** to dziewczynki. Oblicz, ilu chłopców jest w tej klasie.

ROZWIĄZANIE

1. Dziewczynki: $60\% \cdot 25 = 15$.
2. Chłopcy: $25 - 15 = 10$.

Odpowiedź: 10 chłopców

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie liczby dziewczynek,
- 2 pkt — obliczenie liczby chłopców.

OS02.6 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

W sadzie rosną grusze i jabłonie. Liczba grusz jest o **40%** większa od liczby jabłoni, a grusz jest o **50** więcej niż jabłoni. Oblicz, ile jabłoni rośnie w sadzie.

ROZWIĄZANIE

1. Niech j — liczba jabłoni. Grusz jest $1,4j$.
2. $1,4j - j = 50$, czyli $0,4j = 50$.
3. $j = 125$.

Odpowiedź: 125 jabłoni

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zapisanie liczby grusz jako $1,4j$,
- 2 pkt — poprawne równanie,
- 3 pkt — wynik **125**.

OS02.7 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Rower kosztował **1200** zł. W maju cenę obniżono o **10%**, a w czerwcu nową cenę obniżono jeszcze o **15%**. Oblicz cenę roweru po obu obniżkach.

ROZWIĄZANIE

1. Po pierwszej obniżce: $1200 \cdot 0,9 = 1080$ zł.
2. Po drugiej obniżce: $1080 \cdot 0,85 = 918$ zł.

Odpowiedź: 918 zł

Wskazówka: Druga obniżka dotyczy ceny już obniżonej, a nie ceny wyjściowej.

Schemat punktowania:

- 1 pkt — cena po pierwszej obniżce,
- 2 pkt — zastosowanie drugiej obniżki do nowej ceny,
- 3 pkt — wynik **918** zł.

OS02.8 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Kasia odłożyła na zakup tabletu **360 zł**, co stanowi **45%** jego ceny. Oblicz cenę tabletu oraz kwotę, której jeszcze brakuje.

ROZWIĄZANIE

1. **45%** ceny to **360 zł**, więc $\text{cena} = 360 : 0,45 = 800 \text{ zł}$.
2. Brakuje: $800 - 360 = 440 \text{ zł}$.

Odpowiedź: cena 800 zł; brakuje 440 zł

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zapisanie równania $0,45x = 360$,
- 2 pkt — cena **800 zł**,
- 3 pkt — brakująca kwota **440 zł**.

OS02.9 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Sklep kupił **80 kg** jabłek po **2,50 zł** za kilogram. Połowę sprzedał po **4 zł** za kilogram, a resztę — po obniżce o **20%** tej ceny. Oblicz zysk sklepu.

ROZWIĄZANIE

1. Koszt zakupu: $80 \cdot 2,50 = 200 \text{ zł}$.
2. Pierwsza połowa: $40 \cdot 4 = 160 \text{ zł}$. Druga połowa po cenie $4 \cdot 0,8 = 3,20 \text{ zł}$: $40 \cdot 3,20 = 128 \text{ zł}$.
3. Przychód: $160 + 128 = 288 \text{ zł}$. Zysk: $288 - 200 = 88 \text{ zł}$.

Odpowiedź: 88 zł

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie kosztu zakupu,
- 2 pkt — obliczenie przychodu z obu części,
- 3 pkt — obliczenie zysku **88 zł**.

OS02.10 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Wykaż, że jeżeli cenę towaru podwyższono o **25%**, a następnie obniżono o **20%**, to cena końcowa jest równa cenie początkowej.

ROZWIĄZANIE

1. Niech c oznacza cenę początkową.
2. Po podwyżce: $c \cdot 1,25$.
3. Po obniżce o **20%**: $c \cdot 1,25 \cdot 0,8 = c \cdot 1 = c$.
4. Cena końcowa jest więc równa cenie początkowej. ■

Odpowiedź: dowód

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zapisanie ceny po podwyżce jako $1,25c$,
- 2 pkt — zapisanie obniżki jako mnożenia przez $0,8$,
- 3 pkt — wykonanie obliczeń i sformułowanie wniosku.

OS03 Potęgi i pierwiastki

🔑 Sprowadź do wspólnej podstawy, potem dodawaj lub odejmuj wykładniki.

OS03.1 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Zapisz w postaci jednej potęgi: $3^4 \cdot 3^5$.

ROZWIĄZANIE

$$1. 3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} = 3^9.$$

Odpowiedź: 3^9

OS03.2 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Oblicz $\sqrt{\frac{49}{81}}$.

ROZWIĄZANIE

$$1. \sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{81}} = \frac{7}{9}.$$

Odpowiedź: $\frac{7}{9}$

OS03.3 ZAMKNIĘTE ★★★

0–1 pkt

Wartość wyrażenia $\frac{9^4 \cdot 9^3}{9^5}$ jest równa:

A. 9

B. 81

C. 729

D. 9^{12}

ROZWIĄZANIE

$$1. \frac{9^{4+3}}{9^5} = 9^{7-5} = 9^2 = 81.$$

Odpowiedź: B

Dlaczego nie pozostałe? Najpierw dodajemy wykładniki w liczniku, potem odejmujemy wykładnik mianownika.

OS03.4 PRAWDA / FAŁSZ ★★★

0–1 pkt

Oceń prawdziwość stwierdzeń.

1.	Iloczyn $2 \cdot 8^3$ jest równy 2^{10} .	P	F
2.	Wartość wyrażenia $\sqrt{16+9}$ jest równa $\sqrt{16} + \sqrt{9}$.	P	F

ROZWIĄZANIE

$$1. 1. 2 \cdot 8^3 = 2 \cdot (2^3)^3 = 2 \cdot 2^9 = 2^{10} — \text{prawda.}$$

$$2. 2. \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5, \text{ a } \sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7 — \text{liczby są różne, więc fałsz.}$$

Odpowiedź: PF

OS03.5 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Zapisz liczbę $(300\,000)^2$ w postaci $a \cdot 10^n$, gdzie $1 \leq a < 10$.

ROZWIĄZANIE

1. $300\,000 = 3 \cdot 10^5$.

2. $(3 \cdot 10^5)^2 = 3^2 \cdot 10^{10} = 9 \cdot 10^{10}$.

Odpowiedź: $9 \cdot 10^{10}$

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zapisanie liczby jako $3 \cdot 10^5$,
- 2 pkt — poprawne podniesienie do kwadratu.

OS03.6 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Oblicz wartość wyrażenia $\sqrt{121} - \sqrt{\frac{9}{25}} + \sqrt[3]{27}$.

ROZWIĄZANIE

1. $\sqrt{121} = 11$, $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} = 0,6$, $\sqrt[3]{27} = 3$.

2. $11 - 0,6 + 3 = 13,4$

Odpowiedź: **13,4**

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie wszystkich trzech pierwiastków,
- 2 pkt — poprawny wynik **13,4**.

OS03.7 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Zapisz wartość wyrażenia $\frac{4^5 \cdot 2^3}{8^2}$ w postaci potęgi liczby 2.

ROZWIĄZANIE

1. $4^5 = (2^2)^5 = 2^{10}$, $8^2 = (2^3)^2 = 2^6$.

2. $\frac{2^{10} \cdot 2^3}{2^6} = 2^{13-6} = 2^7$.

Odpowiedź: **2^7**

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zamiana wszystkich liczb na potęgi dwójki,
- 2 pkt — poprawne wykonanie działań,
- 3 pkt — wynik **2^7** .

Między którymi kolejnymi liczbami całkowitymi leży $\sqrt{136}$? Odpowiedź uzasadnij.

ROZWIĄZANIE

1. $11^2 = 121$ oraz $12^2 = 144$.
2. $121 < 136 < 144$, więc $11 < \sqrt{136} < 12$.

Odpowiedź: między 11 a 12

Schemat punktowania:

- 1 pkt — wskazanie kwadratów 121 i 144,
- 2 pkt — poprawny wniosek z uzasadnieniem.

Oblicz, ile razy liczba 2^{12} jest większa od liczby 2^7 , i zapisz obie liczby w postaci dziesiętnej.

ROZWIĄZANIE

1. $\frac{2^{12}}{2^7} = 2^5 = 32$.
2. $2^{12} = 4096$, $2^7 = 128$; sprawdzenie: $4096 : 128 = 32$.

Odpowiedź: 32 razy; 4096 i 128

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zapisanie ilorazu jako potęgi,
- 2 pkt — obliczenie $2^5 = 32$,
- 3 pkt — obliczenie wartości obu potęg.

Wykaż, że wartość wyrażenia $\frac{10^8}{5^8}$ jest liczbą naturalną, i oblicz ją.

ROZWIĄZANIE

1. $\frac{10^8}{5^8} = \left(\frac{10}{5}\right)^8 = 2^8$.
2. $2^8 = 256$ — jest to liczba naturalna. ■

Odpowiedź: 256

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zastosowanie wzoru $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$,
- 2 pkt — uproszczenie do 2^8 ,
- 3 pkt — obliczenie wartości 256.

OS04 Podzielność i własności liczb naturalnych

🔑 Cechy podzielności i zapis $a = kn + r$ zamiast dzielenia pisemnego.

OS04.1 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Podaj resztę z dzielenia liczby 100 przez 7.

ROZWIĄZANIE

1. $100 = 7 \cdot 14 + 2$, więc reszta wynosi 2.

Odpowiedź: 2

OS04.2 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Oblicz NWD liczb 24 i 36.

ROZWIĄZANIE

1. $24 = 2^3 \cdot 3$, $36 = 2^2 \cdot 3^2$.
2. $NWD = 2^2 \cdot 3 = 12$.

Odpowiedź: 12

OS04.3 ZAMKNIĘTE ★★★

0–1 pkt

Która z liczb jest podzielna przez 9?

- A. 125 B. 413 C. 234 D. 521

ROZWIĄZANIE

1. Sprawdzamy sumy cyfr: $2 + 3 + 4 = 9 \checkmark$ dla 234.
2. $1 + 2 + 5 = 8$, $4 + 1 + 3 = 8$, $5 + 2 + 1 = 8$ — te liczby nie są podzielne przez 9.

Odpowiedź: C

Dlaczego nie pozostałe? Decyduje suma cyfr, a nie ostatnia cyfra.

OS04.4 PRAWDA / FAŁSZ ★★★

0–1 pkt

Rozważamy iloczyn trzech kolejnych liczb naturalnych. Oceń prawdziwość stwierdzeń.

1.	Iloczyn trzech kolejnych liczb naturalnych jest podzielny przez 3.	P	F
2.	Iloczyn trzech kolejnych liczb naturalnych jest podzielny przez 5.	P	F

ROZWIĄZANIE

1. 1. Wśród trzech kolejnych liczb zawsze jest liczba podzielna przez 3, więc iloczyn dzieli się przez 3 — prawda.
2. 2. Wśród trzech kolejnych liczb nie zawsze jest liczba podzielna przez 5, np. $6 \cdot 7 \cdot 8 = 336$ — fałsz.

Odpowiedź: PF

OS04.5 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Ile jest liczb trzycyfrowych o sumie cyfr równej **4** i zapisanych wyłącznie cyframi różnymi od zera? Wypisz je.

ROZWIĄZANIE

1. Cyfry muszą być dodatnie i sumować się do **4**: możliwe zestawy to $\{1, 1, 2\}$.
2. Ustawienia: **112, 121, 211** — razem **3** liczby.

Odpowiedź: 3 liczby: 112, 121, 211

Schemat punktowania:

- 1 pkt — wskazanie możliwych cyfr,
- 2 pkt — wypisanie wszystkich trzech liczb.

OS04.6 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Listewkę o długości **84** cm chcemy pociąć na jednakowe kawałki o długości będącej liczbą całkowitą centymetrów, dłuższe niż **10** cm i krótsze niż **30** cm. Podaj wszystkie możliwe długości kawałka.

ROZWIĄZANIE

1. Długość kawałka musi być dzielnikiem liczby **84**.
2. Dzielniki **84**: **1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84**.
3. Z przedziału $(10; 30)$: **12, 14, 21, 28**.

Odpowiedź: 12 cm, 14 cm, 21 cm, 28 cm

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zauważenie, że szukamy dzielników liczby **84**,
- 2 pkt — wypisanie dzielników,
- 3 pkt — wybór wszystkich z podanego przedziału.

OS04.7 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Czy liczba $k = 417 + 255$ jest podzielna przez **3**? Odpowiedź uzasadnij bez wykonywania dzielenia.

ROZWIĄZANIE

1. Suma cyfr liczby **417**: $4 + 1 + 7 = 12$ — dzieli się przez **3**, więc **417** jest podzielna przez **3**.
2. Suma cyfr liczby **255**: $2 + 5 + 5 = 12$ — również dzieli się przez **3**.
3. Suma dwóch liczb podzielnych przez **3** jest podzielna przez **3**, więc **k** dzieli się przez **3**.

Odpowiedź: tak

Schemat punktowania:

- 1 pkt — sprawdzenie podzielności obu składników,
- 2 pkt — poprawne uzasadnienie wniosku dla sumy.

OS04.8 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Autobus linii A odjeżdża co **12** minut, a linii B — co **18** minut. O godzinie **8 : 00** odjechały razem. Oblicz, o której godzinie najbliższej odjadą znowu razem.

ROZWIĄZANIE

1. Szukamy NWW(**12**, **18**).
2. $12 = 2^2 \cdot 3$, $18 = 2 \cdot 3^2$, więc $\text{NWW} = 2^2 \cdot 3^2 = 36$.
3. Kolejny wspólny odjazd po **36** minutach, czyli o **8 : 36**.

Odpowiedź: o 8 : 36**Schemat punktowania:**

- 1 pkt — rozpoznanie, że szukamy NWW,
- 2 pkt — obliczenie $\text{NWW} = 36$,
- 3 pkt — podanie godziny **8 : 36**.

OS04.9 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Uzasadnij, że iloczyn dowolnych pięciu kolejnych liczb naturalnych jest podzielny przez **10**.

ROZWIĄZANIE

1. Wśród pięciu kolejnych liczb naturalnych jest co najmniej jedna liczba podzielna przez **5** (bo co piąta liczba dzieli się przez **5**).
2. Wśród pięciu kolejnych liczb są też co najmniej dwie liczby parzyste, więc iloczyn dzieli się przez **2**.
3. Skoro iloczyn dzieli się przez **2** i przez **5**, to dzieli się przez **10**. ■

Odpowiedź: dowód**Schemat punktowania:**

- 1 pkt — wskazanie liczby podzielnej przez **5**,
- 2 pkt — wskazanie liczby parzystej,
- 3 pkt — połączenie warunków i wniosek o podzielności przez **10**.

Na kartce ułożono figurę z kolejno numerowanych odcinków: odcinki o numerach podzielnych przez **3** są czerwone, a pozostałe — niebieskie. Oblicz, ile odcinków czerwonych jest wśród pierwszych **50** odcinków, i podaj numer ostatniego z nich.

ROZWIĄZANIE

1. Czerwone są odcinki o numerach **3, 6, 9, ...**, czyli wielokrotności **3**.
2. $50 : 3 = 16$ reszty **2**, więc wielokrotności **3** nie większych od **50** jest **16**.
3. Ostatnia z nich to $3 \cdot 16 = 48$.

Odpowiedź: 16 odcinków; ostatni ma numer 48

Wskazówka: W zadaniach o regularnościach wypisz kilka pierwszych przypadków — wzór zwykle sam się ujawnia.

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zauważenie, że chodzi o wielokrotności **3**,
- 2 pkt — obliczenie liczby odcinków czerwonych,
- 3 pkt — podanie numeru ostatniego odcinka.

OS05 Wyrażenia algebraiczne i przekształcanie wzorów

 Tłumacz zdanie po kolei; nawias przed mnożeniem; minus zmienia znaki.

OS05.1 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Zapisz w najprostszej postaci: $5x + 3 - 2x + 7$.

ROZWIĄZANIE

1. $5x - 2x = 3x$ oraz $3 + 7 = 10$, więc wyrażenie to $3x + 10$.

Odpowiedź: $3x + 10$

OS05.2 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Oblicz wartość wyrażenia $2a^2 - 3a$ dla $a = -2$.

ROZWIĄZANIE

1. $2 \cdot (-2)^2 - 3 \cdot (-2) = 2 \cdot 4 + 6 = 8 + 6 = 14$.

Odpowiedź: 14

OS05.3 ZAMKNIĘTE ★★★

0–1 pkt

Liczbę x powiększono o 5, a otrzymany wynik zwiększono trzykrotnie. Które wyrażenie opisuje wynik tych działań?

A. $3x + 5$

B. $3(x + 5)$

C. $x + 15$

D. $3x - 5$

ROZWIĄZANIE

1. Najpierw powiększenie o 5: $x + 5$.

2. Potem trzykrotne zwiększenie: $3(x + 5)$.

Odpowiedź: B

Dlaczego nie pozostałe? Druga czynność dotyczy całego wcześniejszego wyniku, więc konieczny jest nawias.

OS05.4 PRAWDA / FAŁSZ ★★★

0–1 pkt

Dane jest wyrażenie $W = x(x - 3) - 2(x - 4)$. Oceń prawdziwość stwierdzeń.

1.	Dla $x = 1$ wartość wyrażenia W jest równa 4.	P	F
2.	Wyrażenie W można zapisać w postaci $x^2 - x + 8$.	P	F

ROZWIĄZANIE

1. $W = x^2 - 3x - 2x + 8 = x^2 - 5x + 8$.

2. 1. Dla $x = 1$: $1 - 5 + 8 = 4$ — prawda.

3. 2. Wyrażenie po uproszczeniu to $x^2 - 5x + 8$, a nie $x^2 - x + 8$ — fałsz.

Odpowiedź: PF

OS05.5 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Uprość wyrażenie $4(2x - 1) - 3(x + 2)$.**ROZWIĄZANIE**

1. $4(2x - 1) = 8x - 4$ oraz $-3(x + 2) = -3x - 6$.
2. $8x - 4 - 3x - 6 = 5x - 10$.

Odpowiedź: $5x - 10$ **Schemat punktowania:**

- 1 pkt — poprawne opuszczenie obu nawiasów,
- 2 pkt — redukcja wyrazów podobnych.

OS05.6 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Ze wzoru na pole trapezu $P = \frac{(a+b)h}{2}$ wyznacz b .**ROZWIĄZANIE**

1. Mnożymy obie strony przez 2: $2P = (a+b)h$.
2. Dzielimy przez h : $\frac{2P}{h} = a+b$.
3. Stąd $b = \frac{2P}{h} - a$.

Odpowiedź: $b = \frac{2P}{h} - a$ **Schemat punktowania:**

- 1 pkt — pomnożenie przez 2 i podzielenie przez h ,
- 2 pkt — poprawny wzór na b .

OS05.7 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

W pudełku są piłki białe, czerwone i zielone. Białych jest 3 razy więcej niż czerwonych, a zielonych o 5 mniej niż białych. Liczbę piłek czerwonych oznaczamy przez x . Zapisz wyrażenie opisujące łączną liczbę piłek i oblicz ją dla $x = 4$.

ROZWIĄZANIE

1. Czerwone: x ; białe: $3x$; zielone: $3x - 5$.
2. Łącznie: $x + 3x + 3x - 5 = 7x - 5$.
3. Dla $x = 4$: $7 \cdot 4 - 5 = 23$.

Odpowiedź: $7x - 5$; dla $x = 4$ jest 23 piłki**Schemat punktowania:**

- 1 pkt — zapisanie liczby piłek białych i zielonych przez x ,
- 2 pkt — zapisanie sumy i jej uproszczenie,
- 3 pkt — obliczenie wartości dla $x = 4$.

OS05.8 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Które z wyrażeń: $x^2 - 4$, $x^2 + 4x$, $x^2 - 4x$, $x^2 + 4$ przyjmuje wartość 0 zarówno dla $x = 2$, jak i dla $x = -2$? Odpowiedź uzasadnij rachunkiem.

ROZWIĄZANIE

1. Dla $x = 2$: $x^2 - 4 = 0$ ✓, $x^2 + 4x = 12$, $x^2 - 4x = -4$, $x^2 + 4 = 8$.
2. Dla $x = -2$: $x^2 - 4 = 0$ ✓, $x^2 + 4x = -4$, $x^2 - 4x = 12$, $x^2 + 4 = 8$.
3. Warunek spełnia tylko wyrażenie $x^2 - 4$.

Odpowiedź: $x^2 - 4$

Schemat punktowania:

- 1 pkt — sprawdzenie wartości dla $x = 2$,
- 2 pkt — sprawdzenie dla $x = -2$,
- 3 pkt — wskazanie wyrażenia z uzasadnieniem.

OS05.9 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Dane jest równanie $4y = \frac{z}{t}$, gdzie y, z, t są różne od zera. Wyznacz z oraz t .

ROZWIĄZANIE

1. Mnożymy obie strony przez t : $4yt = z$, czyli $z = 4yt$.
2. Z równości $z = 4yt$ dzielimy obie strony przez $4y$: $t = \frac{z}{4y}$.

Odpowiedź: $z = 4yt$; $t = \frac{z}{4y}$

Schemat punktowania:

- 1 pkt — wyznaczenie $z = 4yt$,
- 2 pkt — wyznaczenie $t = \frac{z}{4y}$,
- 3 pkt — poprawne uzasadnienie przekształceń.

OS05.10 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Wykaż, że dla każdej liczby x wartość wyrażenia $(x + 3)^2 - (x - 3)^2$ jest liczbą podzielną przez 12, i oblicz tę wartość dla $x = 5$.

ROZWIĄZANIE

1. $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ oraz $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$.
2. Różnica: $x^2 + 6x + 9 - x^2 + 6x - 9 = 12x$.
3. Wyrażenie jest więc równe $12x$ — dla całkowitego x jest to wielokrotność 12. ■
4. Dla $x = 5$: $12 \cdot 5 = 60$.

Odpowiedź: wartość = $12x$; dla $x = 5$ jest 60

Schemat punktowania:

- 1 pkt — rozwinięcie obu kwadratów,
- 2 pkt — poprawne odjęcie i uproszczenie do $12x$,
- 3 pkt — wniosek o podzielności i obliczenie wartości dla $x = 5$.

OS06 Równania i zadania tekstowe z równaniem

🔑 Jedno oznaczenie → wszystkie wielkości przez nie → równanie z treści.

OS06.1 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Rozwiąż równanie $3x - 7 = 11$.

ROZWIĄZANIE

1. $3x = 18$, więc $x = 6$.

Odpowiedź: $x = 6$

OS06.2 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Rozwiąż równanie $\frac{x}{4} + 3 = 10$.

ROZWIĄZANIE

1. $\frac{x}{4} = 7$, więc $x = 28$.

Odpowiedź: $x = 28$

OS06.3 ZAMKNIĘTE ★★★

0–1 pkt

Ola ma x lat, a jej brat jest o 4 lata starszy. Razem mają 26 lat. Które równanie opisuje tę sytuację?

A. $x + (x + 4) = 26$ B. $x + 4 = 26$ C. $2x - 4 = 26$ D. $4x = 26$

ROZWIĄZANIE

1. Brat ma $x + 4$ lata, więc suma to $x + (x + 4) = 26$.

Odpowiedź: A

Dlaczego nie pozostałe? Sumujemy wiek Oli i brata, a brat jest starszy o 4 lata.

OS06.4 PRAWDA / FAŁSZ ★★★

0–1 pkt

Dane jest równanie $2(x - 3) = x + 5$. Oceń prawdziwość stwierdzeń.

1.	Rozwiązaniem tego równania jest liczba 11.	P	F
2.	Rozwiązanie tego równania jest liczbą mniejszą od 10.	P	F

ROZWIĄZANIE

1. $2x - 6 = x + 5 \Rightarrow x = 11$.

2. 1. Rozwiązaniem jest liczba 11 — prawda.

3. 2. Liczba 11 nie jest mniejsza od 10 — fałsz.

Odpowiedź: PF

OS06.5 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Ela ułożyła $\frac{2}{5}$ swoich puzzli, a Ania $\frac{1}{3}$ swoich. Oba zestawy mają tyle samo elementów, a dziewczynki ułożyły łącznie **440** elementów. Oblicz, ile elementów ma jeden zestaw.

ROZWIĄZANIE

1. Niech x — liczba elementów jednego zestawu.

2. $\frac{2}{5}x + \frac{1}{3}x = 440$, czyli $\frac{6x + 5x}{15} = 440$.

3. $\frac{11}{15}x = 440 \Rightarrow x = 440 \cdot \frac{15}{11} = 600$.

Odpowiedź: 600 elementów

Schemat punktowania:

- 1 pkt — ułożenie poprawnego równania,
- 2 pkt — rozwiązanie i odpowiedź **600**.

OS06.6 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Bilet do teatru jest o **64** zł droższy od biletu do kina. Za **4** bilety do teatru i **5** biletów do kina zapłacono **400** zł. Oblicz cenę biletu do teatru.

ROZWIĄZANIE

1. Niech k — cena biletu do kina, wtedy teatr kosztuje $k + 64$.

2. $4(k + 64) + 5k = 400 \Rightarrow 4k + 256 + 5k = 400$.

3. $9k = 144 \Rightarrow k = 16$, więc bilet do teatru kosztuje $16 + 64 = 80$ zł.

Odpowiedź: 80 zł

Wskazówka: Pytanie dotyczy teatru — łatwo podać przez pomyłkę cenę biletu do kina.

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zapisanie ceny biletu do teatru przez cenę biletu do kina,
- 2 pkt — ułożenie i rozwiązanie równania,
- 3 pkt — podanie ceny biletu do teatru (a nie do kina).

OS06.7 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Ani zabrakło **11 zł** na zakup **10** jednakowych puszek karmy. Kupiła **6** takich puszek i zostało jej **9 zł**. Oblicz cenę jednej puszeki.

ROZWIĄZANIE

1. Niech c — cena jednej puszeki, a P — pieniądze Ani.
2. $10c = P + 11$ oraz $6c = P - 9$.
3. Odejmując: $4c = 20$, czyli $c = 5$ zł (a Ania miała **39 zł**).

Odpowiedź: 5 zł**Schemat punktowania:**

- 1 pkt — zapisanie obu zależności,
- 2 pkt — poprawne przekształcenie układu,
- 3 pkt — wynik **5 zł**.

OS06.8 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

W dwóch pudełkach jest łącznie **84** cukierki. W pierwszym jest ich **2** razy więcej niż w drugim. Oblicz, ile cukierków jest w każdym pudełku.

ROZWIĄZANIE

1. Niech d — liczba cukierków w drugim pudełku; w pierwszym jest $2d$.
2. $2d + d = 84 \Rightarrow 3d = 84 \Rightarrow d = 28$.
3. W pierwszym: $2 \cdot 28 = 56$ cukierków.

Odpowiedź: 56 i 28**Schemat punktowania:**

- 1 pkt — poprawne równanie,
- 2 pkt — obliczenie obu liczb cukierków.

OS06.9 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Za **3** zeszyty i **2** długopisy zapłacono **23 zł**. Długopis jest o **1 zł** tańszy od zeszytu. Oblicz cenę zeszytu i cenę długopisu.

ROZWIĄZANIE

1. Niech z — cena zeszytu; długopis kosztuje $z - 1$.
2. $3z + 2(z - 1) = 23 \Rightarrow 3z + 2z - 2 = 23$.
3. $5z = 25 \Rightarrow z = 5$, długopis: $5 - 1 = 4$ zł.

Odpowiedź: zeszyt 5 zł, długopis 4 zł**Schemat punktowania:**

- 1 pkt — zapisanie ceny długopisu przez cenę zeszytu,
- 2 pkt — ułożenie równania,
- 3 pkt — obliczenie obu cen.

Prostokąt ma obwód 54 cm, a jeden jego bok jest o 3 cm dłuższy od drugiego. Oblicz pole tego prostokąta.

ROZWIĄZANIE

1. Niech a — krótszy bok; dłuższy ma $a + 3$.
2. Obwód: $2a + 2(a + 3) = 54 \Rightarrow 4a + 6 = 54 \Rightarrow a = 12$.
3. Boki: 12 cm i 15 cm.
4. Pole: $12 \cdot 15 = 180 \text{ cm}^2$.

Odpowiedź: 180 cm²

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zapisanie boków przez jedną niewiadomą,
- 2 pkt — równanie obwodu i obliczenie boków,
- 3 pkt — obliczenie pola z jednostką.

OS07 Proporcjonalność, skala i prędkość

🔑 Skala działa na długości; pola zmieniają się z kwadratem skali.

OS07.1 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Samochód jedzie ze stałą prędkością $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Jaką drogę pokona w 45 minut?

ROZWIĄZANIE

1. $45 \text{ min} = 0,75 \text{ h}$.
2. $s = 60 \cdot 0,75 = 45 \text{ km}$.

Odpowiedź: 45 km

OS07.2 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Na planie w skali 1 : 500 odcinek ma długość 6 cm. Jaka jest jego rzeczywista długość w metrach?

ROZWIĄZANIE

1. $6 \cdot 500 = 3000 \text{ cm} = 30 \text{ m}$.

Odpowiedź: 30 m

OS07.3 ZAMKNIĘTE ★★★

0–1 pkt

Rowerzysta pokonał 100 m z prędkością $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Ten odcinek pokonał w czasie:

- A. 10 s B. 20 s C. 50 s D. 500 s

ROZWIĄZANIE

$$1. t = \frac{s}{v} = \frac{100}{5} = 20 \text{ s}.$$

Odpowiedź: B

Dlaczego nie pozostałe? Czas to droga podzielona przez prędkość.

OS07.4 PRAWDA / FAŁSZ ★★★

0–1 pkt

Na uszycie 90 bluzek w rozmiarze S potrzeba tyle samo materiału, co na 60 bluzek w rozmiarze L. Oceń prawdziwość stwierdzeń.

1.	Na jedną bluzkę w rozmiarze L potrzeba więcej materiału niż na jedną w rozmiarze S.	P	F
2.	Na 30 bluzek L potrzeba tyle samo materiału, co na 20 bluzek S.	P	F

ROZWIĄZANIE

1. Na jedną bluzkę L potrzeba $\frac{90}{60} = 1,5$ raza więcej materiału niż na bluzkę S.
2. 1. Na bluzkę L potrzeba więcej materiału niż na S — prawda.
3. 2. Na 30 bluzek L potrzeba tyle materiału, co na 45 bluzek S (a nie 20) — fałsz.

Odpowiedź: PF

OS07.5 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Pociąg przebył ze stałą prędkością **700 m** w czasie **50 s**. Oblicz jego prędkość w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

ROZWIĄZANIE

$$1. v = \frac{700}{50} = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$2. 14 \cdot 3,6 = 50,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Odpowiedź: **50,4 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$**

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie prędkości w $\frac{\text{m}}{\text{s}}$,
- 2 pkt — poprawne przeliczenie na $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

OS07.6 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Kierowca przejechał ze stałą prędkością trasę o długości **22,5 km** od godziny **7:50** do **8:05**. Oblicz prędkość samochodu w $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

ROZWIĄZANIE

$$1. \text{Czas jazdy: } 15 \text{ minut} = 0,25 \text{ h.}$$

$$2. v = \frac{22,5}{0,25} = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

Odpowiedź: **90 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$**

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie czasu w godzinach,
- 2 pkt — obliczenie prędkości.

OS07.7 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Na przygotowanie ciasta na **8** gofrów potrzeba **200 g** mąki i **2** jajka. Oblicz, ile mąki i ile jajek potrzeba na **28** gofrów.

ROZWIĄZANIE

$$1. \text{Mnożnik: } 28 : 8 = 3,5.$$

$$2. \text{Mąka: } 200 \cdot 3,5 = 700 \text{ g.}$$

$$3. \text{Jajka: } 2 \cdot 3,5 = 7.$$

Odpowiedź: **700 g mąki i 7 jajek**

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie mnożnika,
- 2 pkt — obliczenie ilości mąki,
- 3 pkt — obliczenie liczby jajek.

OS07.8 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Na planie miasta w skali **1 : 4000** odległość między przystankami wynosi **8 cm**. Oblicz rzeczywistą odległość w metrach oraz czas, w jakim pokona ją pieszy idący z prędkością **$4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$** .

ROZWIĄZANIE

1. Rzeczywista odległość: $8 \cdot 4000 = 32\,000 \text{ cm} = 320 \text{ m}$.

$$2. t = \frac{0,32 \text{ km}}{4 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0,08 \text{ h} = 4,8 \text{ min.}$$

Odpowiedź: 320 m; 4,8 minuty

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie rzeczywistej odległości,
- 2 pkt — poprawne przeliczenie jednostek,
- 3 pkt — obliczenie czasu.

OS07.9 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Pięciu malarzy pomalowałoby halę w **12 dni**. Oblicz, w ile dni pomalowałoby ją **6** malarzy pracujących w tym samym tempie.

ROZWIĄZANIE

1. To proporcjonalność odwrotna: iloczyn liczby malarzy i dni jest stały.

$$2. 5 \cdot 12 = 60 \text{ „dniówek”}.$$

$$3. 60 : 6 = 10 \text{ dni.}$$

Odpowiedź: w 10 dni

Wskazówka: Więcej pracowników → krócej. Jeśli wynik wyszedł większy, pomyłono typ proporcjonalności.

Schemat punktowania:

- 1 pkt — rozpoznanie proporcjonalności odwrotnej,
- 2 pkt — obliczenie stałego iloczynu,
- 3 pkt — wynik **10 dni**.

Adam wyruszył z domu o godzinie **9:00** i szedł z prędkością $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. O godzinie **9:30** wyruszył za nim rowerzysta jadący z prędkością $15 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Oblicz, o której godzinie rowerzysta dogoni Adama.

ROZWIĄZANIE

1. Do godziny **9:30** Adam przeszedł $5 \cdot 0,5 = 2,5$ km.
2. Rowerzysta zbliża się z prędkością $15 - 5 = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.
3. $t = \frac{2,5}{10} = 0,25 \text{ h} = 15$ minut.
4. Dogoni go o **9:30 + 15 min = 9:45**.

Odpowiedź: o godzinie 9:45

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie przewagi Adama,
- 2 pkt — obliczenie prędkości zbliżania,
- 3 pkt — obliczenie czasu i godziny spotkania.

OS08 Średnia arytmetyczna i odczyt danych

🔑 Zamień średnią na sumę: suma = średnia razy liczba danych.

OS08.1 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Oblicz średnią arytmetyczną liczb: 4, 9, 11, 16.

ROZWIĄZANIE

$$1. \frac{4 + 9 + 11 + 16}{4} = \frac{40}{4} = 10.$$

Odpowiedź: 10

OS08.2 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Średnia arytmetyczna liczb 8, 12 i x jest równa 11. Oblicz x .

ROZWIĄZANIE

$$1. \text{Suma trzech liczb: } 11 \cdot 3 = 33.$$

$$2. x = 33 - 8 - 12 = 13.$$

Odpowiedź: $x = 13$

OS08.3 ZAMKNIĘTE ★★★

0–1 pkt

Średnia arytmetyczna pięciu liczb jest równa 20. Jaka będzie średnia, jeśli do zestawu dołączymy liczbę 26?

A. 20

B. 21

C. 23

D. 26

ROZWIĄZANIE

$$1. \text{Suma pięciu liczb: } 20 \cdot 5 = 100.$$

$$2. \text{Nowa suma: } 126, \text{ a liczb jest } 6: \frac{126}{6} = 21.$$

Odpowiedź: B

Dlaczego nie pozostałe? Nowa liczba jest większa od średniej, więc średnia rośnie — ale tylko o 1.

OS08.4 PRAWDA / FAŁSZ ★★★

0–1 pkt

Średnia arytmetyczna trzech liczb: 12, 14, k jest równa 16. Oceń prawdziwość stwierdzeń.

1.	Liczba k jest równa 22.	P	F
2.	Średnia arytmetyczna liczb 12, 14, k , 11, 17 jest większa od 16.	P	F

ROZWIĄZANIE

$$1. \text{Suma: } 16 \cdot 3 = 48, \text{ więc } k = 48 - 12 - 14 = 22 \text{ — pierwsze zdanie prawdziwe.}$$

$$2. \text{Średnia liczb } 12, 14, 22, 11, 17: \frac{76}{5} = 15,2 < 16 \text{ — drugie zdanie fałszywe.}$$

Odpowiedź: PF

OS08.5 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Ala kupiła trzy zeszyty po 4 zł i blok rysunkowy. Średnia cena tych czterech artykułów wyniosła 6 zł. Oblicz cenę bloku.

ROZWIĄZANIE

1. łączna kwota: $6 \cdot 4 = 24$ zł.
2. Zeszyty kosztowały $3 \cdot 4 = 12$ zł.
3. Blok: $24 - 12 = 12$ zł.

Odpowiedź: 12 zł**Schemat punktowania:**

- 1 pkt — obliczenie łącznej kwoty,
- 2 pkt — obliczenie ceny bloku.

OS08.6 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Na diagramie przedstawiono czas nauki w kolejnych dniach: poniedziałek 25 min, wtorek 30 min, środa 40 min, czwartek 35 min, piątek 50 min. Oblicz średni czas nauki oraz o ile procent czas w piątek był dłuższy od średniej.

ROZWIĄZANIE

1. Suma: $25 + 30 + 40 + 35 + 50 = 180$ min, średnia: $180 : 5 = 36$ min.
2. Różnica: $50 - 36 = 14$ min.
3. $\frac{14}{36} \approx 0,389 = 38,9\%$.

Odpowiedź: średnia 36 min; o około 38,9%**Schemat punktowania:**

- 1 pkt — obliczenie sumy i średniej,
- 2 pkt — obliczenie różnicy,
- 3 pkt — obliczenie procentu względem średniej.

OS08.7 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

W klasie 6 uczniów dostało ocenę 5, 10 uczniów ocenę 4, a 4 uczniów ocenę 3. Oblicz średnią ocen w tej klasie.

ROZWIĄZANIE

1. Suma ocen: $6 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + 4 \cdot 3 = 30 + 40 + 12 = 82$.
2. Liczba uczniów: $6 + 10 + 4 = 20$.
3. Średnia: $\frac{82}{20} = 4,1$.

Odpowiedź: 4,1**Schemat punktowania:**

- 1 pkt — obliczenie sumy ocen,
- 2 pkt — podzielenie przez liczbę uczniów.

OS08.8 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Średnia arytmetyczna trzech liczb wynosi **15**, a średnia dwóch innych liczb wynosi **20**. Oblicz średnią wszystkich pięciu liczb.

ROZWIĄZANIE

1. Sumy: $15 \cdot 3 = 45$ oraz $20 \cdot 2 = 40$.
2. Łączna suma: **85**, liczb jest **5**.
3. Średnia: $\frac{85}{5} = 17$.

Odpowiedź: 17

Wskazówka: Średnia średnich (**17,5**) byłaby błędna — zestawy mają różną liczbę elementów.

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie obu sum,
- 2 pkt — obliczenie średniej pięciu liczb,
- 3 pkt — poprawny wniosek (średnia nie jest średnią średnich).

OS08.9 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

W ankiecie wzięło udział **40** uczniów. Odpowiedzi „tak” udzieliło **45%**, „nie” — **30%**, a pozostali odpowiedzieli „nie mam zdania”. Oblicz, ilu uczniów wybrało każdą z odpowiedzi.

ROZWIĄZANIE

1. „Tak”: $0,45 \cdot 40 = 18$.
2. „Nie”: $0,30 \cdot 40 = 12$.
3. „Nie mam zdania”: $40 - 18 - 12 = 10$.

Odpowiedź: 18, 12 i 10 uczniów**Schemat punktowania:**

- 1 pkt — obliczenie liczby odpowiedzi „tak”,
- 2 pkt — obliczenie liczby odpowiedzi „nie”,
- 3 pkt — obliczenie liczby pozostałych odpowiedzi.

OS08.10 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Średnia arytmetyczna sześciu liczb jest równa **12**. Po usunięciu jednej liczby średnia pozostałych pięciu wzrosła do **13**. Oblicz usuniętą liczbę.

ROZWIĄZANIE

1. Suma sześciu liczb: $12 \cdot 6 = 72$.
2. Suma pięciu pozostałych: $13 \cdot 5 = 65$.
3. Usunięta liczba: $72 - 65 = 7$.

Odpowiedź: 7**Schemat punktowania:**

- 1 pkt — obliczenie sumy sześciu liczb,
- 2 pkt — obliczenie sumy pięciu liczb,
- 3 pkt — obliczenie usuniętej liczby.

OS09 Prawdopodobieństwo i zliczanie

 Policz sprzyjające i wszystkie; przy zakresach pamiętaj o „+1”.

OS09.1 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★

0–2 pkt

W pudełku jest **5** kul czerwonych i **15** niebieskich. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania kuli czerwonej.

ROZWIĄZANIE

1. Wszystkich kul: **20**, czerwonych: **5**.

2. $P = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

Odpowiedź: $\frac{1}{4}$

OS09.2 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★

0–2 pkt

Ile jest liczb całkowitych od **46** do **72** włącznie?

ROZWIĄZANIE

1. $72 - 46 + 1 = 27$.

Odpowiedź: **27**

OS09.3 ZAMKNIĘTE ★★

0–1 pkt

W pudełku było **10** kul czerwonych, **8** niebieskich, **6** zielonych i **8** żółtych. Wyjęto (bez zwracania) dwie kule czerwone. Jakie jest prawdopodobieństwo, że trzecia wylosowana kula będzie czerwona?

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{5}{16}$

C. $\frac{4}{15}$

D. $\frac{1}{4}$

ROZWIĄZANIE

1. Na początku kul było **32**, po wyjęciu dwóch zostało **30**.

2. Czerwonych zostało $10 - 2 = 8$.

3. $P = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$.

Odpowiedź: **C**

Dlaczego nie pozostałe? Po losowaniu bez zwracania zmieniają się obie liczby: czerwonych i wszystkich.

OS09.4 PRAWDA / FAŁSZ ★★★

0–1 pkt

W urnie jest **18** kul białych i **12** czarnych. Losujemy jedną kulę. Oceń prawdziwość stwierdzeń.

1.	Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe $\frac{3}{5}$.	P	F
2.	Prawdopodobieństwo wylosowania kuli czarnej jest mniejsze od $\frac{1}{3}$.	P	F

ROZWIĄZANIE

1. Wszystkich kul: **30**.

2. 1. $P(\text{biała}) = \frac{18}{30} = \frac{3}{5}$ — prawda.

3. 2. $P(\text{czarna}) = \frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0,4$, a $\frac{1}{3} \approx 0,33$, więc prawdopodobieństwo NIE jest mniejsze od $\frac{1}{3}$ — fałsz.

Odpowiedź: PF

OS09.5 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

W pudełku jest **6** kulek zielonych i **8** niebieskich. Oblicz, ile kulek zielonych trzeba dołożyć, aby prawdopodobieństwo wylosowania kulki zielonej było równe $\frac{2}{3}$.

ROZWIĄZANIE

1. Po dołożeniu x kulek zielonych: $\frac{6+x}{14+x} = \frac{2}{3}$.

2. $3(6+x) = 2(14+x) \Rightarrow 18+3x = 28+2x$.

3. $x = 10$.

Odpowiedź: 10 kulek

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zapisanie równania,
- 2 pkt — rozwiązanie i odpowiedź **10**.

OS09.6 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

W loterii jest **150** losów, z czego co szósty jest wygrywający. Oblicz prawdopodobieństwo wyciągnięcia losu wygrywającego oraz liczbę losów pustych.

ROZWIĄZANIE

1. Wygrywających: $150 : 6 = 25$.

2. $P = \frac{25}{150} = \frac{1}{6}$.

3. Pustych: $150 - 25 = 125$.

Odpowiedź: $P = \frac{1}{6}$; 125 losów pustych

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie liczby losów wygrywających,
- 2 pkt — obliczenie prawdopodobieństwa i liczby losów pustych.

OS09.7 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Hania ma 4 korale srebrne, 8 czerwonych i kilka zielonych. Prawdopodobieństwo wylosowania korala zielonego jest równe $\frac{1}{3}$. Oblicz, ile koralików zielonych ma Hania.

ROZWIĄZANIE

1. Niech z — liczba koralików zielonych; wszystkich jest $12 + z$.

$$2. \frac{z}{12 + z} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3z = 12 + z$$

$$3. 2z = 12 \Rightarrow z = 6.$$

Odpowiedź: 6 koralików

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zapisanie równania z niewiadomą,
- 2 pkt — rozwiązanie równania i odpowiedź 6.

OS09.8 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Rzucamy dwa razy monetą. Wypisz wszystkie możliwe wyniki i oblicz prawdopodobieństwo, że wypadną dwa orły.

ROZWIĄZANIE

1. Możliwe wyniki: OO, OR, RO, RR — są 4 jednakowo prawdopodobne wyniki.

2. Sprzyjający jest jeden: OO.

$$3. P = \frac{1}{4}.$$

Odpowiedź: $P = \frac{1}{4}$

Schemat punktowania:

- 1 pkt — wypisanie wszystkich czterech wyników,
- 2 pkt — obliczenie prawdopodobieństwa.

W pudełku są kartki z liczbami od 1 do 30. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania liczby podzielnej przez 4 lub przez 5.

ROZWIĄZANIE

- Podzielne przez 4: 4, 8, ..., 28 — jest ich 7.
- Podzielne przez 5: 5, 10, ..., 30 — jest ich 6.
- Podzielne przez 20 (policzone dwa razy): 20 — jedna liczba.
- Sprzyjających: $7 + 6 - 1 = 12$, więc $P = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$.

Odpowiedź: $P = \frac{2}{5}$

Wskazówka: Liczby podzielne jednocześnie przez 4 i 5 trzeba odjąć, żeby nie liczyć ich dwa razy.

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zliczenie liczb podzielnych przez 4 i przez 5,
- 2 pkt — odjęcie liczb policzonych dwukrotnie,
- 3 pkt — obliczenie prawdopodobieństwa.

W pudełku jest 12 kul: białe, czarne i zielone. Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej wynosi $\frac{1}{3}$, a czarnej $\frac{1}{4}$. Oblicz, ile jest kul zielonych.

ROZWIĄZANIE

- Białych: $\frac{1}{3} \cdot 12 = 4$; czarnych: $\frac{1}{4} \cdot 12 = 3$.
- Zielonych: $12 - 4 - 3 = 5$.
- Sprawdzenie: $P(\text{zielona}) = \frac{5}{12}$, a $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12} = 1 \checkmark$

Odpowiedź: 5 kul

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie liczby kul białych,
- 2 pkt — obliczenie liczby kul czarnych,
- 3 pkt — obliczenie liczby kul zielonych ze sprawdzeniem.

OS10 Kąty i własności trójkątów oraz czworokątów

 Znajdź trójkąt z dwoma znanymi kątami i idź krok po kroku.

OS10.1 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

W trójkącie dwa kąty mają miary 47° i 68° . Oblicz miarę trzeciego kąta.

ROZWIĄZANIE

1. $180^\circ - 47^\circ - 68^\circ = 65^\circ$.

Odpowiedź: 65°

OS10.2 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

W trapezie kąt przy ramieniu ma miarę 63° . Oblicz miarę drugiego kąta przy tym samym ramieniu.

ROZWIĄZANIE

1. $180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$.

Odpowiedź: 117°

OS10.3 ZAMKNIĘTE ★★★

0–1 pkt

W trójkącie równoramiennym kąt między ramionami ma miarę 40° . Miara kąta przy podstawie jest równa:

A. 40°

B. 70°

C. 100°

D. 140°

ROZWIĄZANIE

1. Kąty przy podstawie są równe: $(180^\circ - 40^\circ) : 2 = 70^\circ$.

Odpowiedź: **B**

Dlaczego nie pozostałe? Pozostałe 140° dzieli się po równo na dwa kąty przy podstawie.

OS10.4 PRAWDA / FAŁSZ ★★★

0–1 pkt

W równoległoboku jeden z kątów ma miarę 65° . Oceń prawdziwość stwierdzeń.

1.	Kąt przeciwległy do danego ma miarę 65° .	P	F
2.	Kąt sąsiedni do danego ma miarę 115° .	P	F

ROZWIĄZANIE

1. 1. Kąt przeciwległy też ma 65° — prawda.

2. 2. Kąt sąsiedni ma $180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$ — prawda.

Odpowiedź: PP

OS10.5 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

W trójkącie ABC kąt BCA ma miarę 35° , a kąt $ABC = 80^\circ$. Punkt D leży na boku BC , a odcinek AD dzieli kąt BAC na połowy. Oblicz miarę kąta ADB .

ROZWIĄZANIE

- $|\angle BAC| = 180^\circ - 35^\circ - 80^\circ = 65^\circ$.
- Połowa kąta: $|\angle BAD| = 32,5^\circ$.
- W trójkącie ABD : $|\angle ADB| = 180^\circ - 80^\circ - 32,5^\circ = 67,5^\circ$.

Odpowiedź: $67,5^\circ$ **Schemat punktowania:**

- 1 pkt — obliczenie kąta BAC ,
- 2 pkt — obliczenie połowy kąta,
- 3 pkt — obliczenie kąta ADB .

OS10.6 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

W czworokącie $ABCD$ kąty mają miary: $|\angle A| = 95^\circ$, $|\angle B| = 78^\circ$, $|\angle C| = 104^\circ$. Oblicz miarę kąta D .

ROZWIĄZANIE

- Suma kątów czworokąta to 360° .
- $|\angle D| = 360^\circ - 95^\circ - 78^\circ - 104^\circ = 83^\circ$.

Odpowiedź: 83° **Schemat punktowania:**

- 1 pkt — wykorzystanie sumy 360° ,
- 2 pkt — poprawny wynik.

OS10.7 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

W trapezie równoramiennym kąt ostry przy dłuższej podstawie ma miarę 58° . Oblicz miary pozostałych kątów tego trapezu.

ROZWIĄZANIE

- W trapezie równoramiennym kąty przy dłuższej podstawie są równe: drugi też ma 58° .
- Kąty przy ramieniu sumują się do 180° : $180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$.
- Zatem kąty przy krótszej podstawie mają po 122° .

Odpowiedź: $58^\circ, 122^\circ, 122^\circ$ **Schemat punktowania:**

- 1 pkt — wskazanie drugiego kąta 58° ,
- 2 pkt — obliczenie kątów 122° ,
- 3 pkt — sprawdzenie sumy 360° .

W trójkącie ABC poprowadzono wysokości CD i AE , które przecinają się w punkcie P . Kąt ABC ma miarę 52° . Oblicz miarę kąta ostrego między tymi wysokościami.

ROZWIĄZANIE

1. W czworokącie $BDPE$ kąty przy D i E są proste (wysokości).
2. Suma kątów czworokąta: $|\angle DPE| = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 52^\circ = 128^\circ$.
3. Kąt ostry między wysokościami to kąt przyległy: $180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$.

Odpowiedź: 52°

Wskazówka: Kąt między wysokościami jest równy kątowi trójkąta przy trzecim wierzchołku — warto to zapamiętać.

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zauważenie dwóch kątów prostych,
- 2 pkt — obliczenie kąta DPE ,
- 3 pkt — wskazanie kąta ostrego 52° .

W czworokącie $ABCD$ boki AB , CD i DA mają równe długości, a kąt BCD ma miarę 131° . Przekątna AC dzieli czworokąt na trójkąt równoboczny ACD i trójkąt równoramienny ABC . Oblicz miarę kąta ABC .

ROZWIĄZANIE

1. Trójkąt ACD jest równoboczny, więc $|\angle ACD| = 60^\circ$ oraz $|AC| = |AD| = |CD|$.
2. Kąt BCD dzieli się na dwie części: $|\angle ACB| = 131^\circ - 60^\circ = 71^\circ$.
3. Z treści $|AB| = |DA|$, a $|DA| = |AC|$, więc $|AB| = |AC|$ — trójkąt ABC jest równoramienny o ramionach AB i AC .
4. W trójkącie równoramiennym kąty leżące naprzeciw równych boków są równe, więc $|\angle ABC| = |\angle ACB| = 71^\circ$.
5. (Wtedy $|\angle BAC| = 180^\circ - 2 \cdot 71^\circ = 38^\circ$.)

Odpowiedź: 71°

Schemat punktowania:

- 1 pkt — wykorzystanie własności trójkąta równobocznego (60°),
- 2 pkt — obliczenie kąta $ACB = 71^\circ$,
- 3 pkt — wskazanie równych boków i wynik $|\angle ABC| = 71^\circ$.

Wykaż, że w dowolnym trójkącie suma miar kątów zewnętrznych (po jednym przy każdym wierzchołku) jest równa 360° .

ROZWIĄZANIE

1. Kąt zewnętrzny przy każdym wierzchołku jest przyległy do kąta wewnętrznego, więc ma miarę $180^\circ - \alpha$, $180^\circ - \beta$, $180^\circ - \gamma$.
2. Suma: $(180^\circ - \alpha) + (180^\circ - \beta) + (180^\circ - \gamma) = 540^\circ - (\alpha + \beta + \gamma)$.
3. Ponieważ $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$, suma kątów zewnętrznych wynosi $540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$. ■

Odpowiedź: dowód

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zapisanie kątów zewnętrznych jako 180° minus kąt wewnętrzny,
- 2 pkt — zsumowanie i wykorzystanie sumy kątów trójkąta,
- 3 pkt — poprawne zakończenie dowodu.

OS11 Pola i obwody figur płaskich

🔑 Podziel figurę na części albo odejmij od całości — zawsze z jednostką.

OS11.1 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Oblicz pole trójkąta o podstawie **12 cm** i wysokości **7 cm**.

ROZWIĄZANIE

$$1. P = \frac{12 \cdot 7}{2} = 42 \text{ cm}^2.$$

Odpowiedź: **42 cm²**

OS11.2 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Romb ma przekątne długości **10 cm** i **16 cm**. Oblicz jego pole.

ROZWIĄZANIE

$$1. P = \frac{10 \cdot 16}{2} = 80 \text{ cm}^2.$$

Odpowiedź: **80 cm²**

OS11.3 ZAMKNIĘTE ★★★

0–1 pkt

Trapez ma podstawy długości **8 cm** i **12 cm** oraz wysokość **5 cm**. Jego pole jest równe:

A. 40 cm² **B.** 50 cm² **C.** 100 cm² **D.** 60 cm²

ROZWIĄZANIE

$$1. P = \frac{(8 + 12) \cdot 5}{2} = \frac{100}{2} = 50 \text{ cm}^2.$$

Odpowiedź: **B**

Dlaczego nie pozostałe? Sumę podstaw mnożymy przez wysokość i dzielimy przez **2**.

OS11.4 PRAWDA / FAŁSZ ★★★

0–1 pkt

Prostokąt ma wymiary **6 cm** i **8 cm**. Oceń prawdziwość stwierdzeń.

1.	Pole tego prostokąta jest równe 48 cm² .	P	F
2.	Obwód tego prostokąta jest równy 24 cm .	P	F

ROZWIĄZANIE

1. Pole: **6 · 8 = 48 cm²** — prawda.
2. Obwód: **2(6 + 8) = 28 cm**, a nie **24 cm** — fałsz.

Odpowiedź: **PF**

OS11.5 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Prostokąt o wymiarach **12 cm** i **9 cm** podzielono przekątną na dwa trójkąty. Oblicz pole jednego z nich oraz długość przekątnej.

ROZWIĄZANIE

1. Pole prostokąta: $12 \cdot 9 = 108 \text{ cm}^2$, więc pole trójkąta to **54 cm^2** .
2. Przekątna z twierdzenia Pitagorasa: $\sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$.

Odpowiedź: pole 54 cm^2 ; przekątna 15 cm

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie pola trójkąta,
- 2 pkt — obliczenie długości przekątnej.

OS11.6 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Czworokąt **$ABCD$** ma pole **48 cm^2** . Przekątna **AC** o długości **8 cm** dzieli go na trójkąty **ABC** i **ACD** . Wysokość trójkąta **ACD** poprowadzona z **D** do prostej **AC** ma długość **2 cm** . Oblicz wysokość trójkąta **ABC** poprowadzoną z **B** do prostej **AC** .

ROZWIĄZANIE

1. Pole trójkąta **ACD** : $\frac{8 \cdot 2}{2} = 8 \text{ cm}^2$.
2. Pole trójkąta **ABC** : $48 - 8 = 40 \text{ cm}^2$.
3. $\frac{8 \cdot h}{2} = 40 \Rightarrow 4h = 40 \Rightarrow h = 10 \text{ cm}$.

Odpowiedź: 10 cm

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie pola trójkąta **ACD** ,
- 2 pkt — obliczenie pola trójkąta **ABC** ,
- 3 pkt — obliczenie wysokości **10 cm** .

OS11.7 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Trapez zbudowano z trzech jednakowych trójkątów prostokątnych o przyprostokątnych **3 cm** i **4 cm** . Oblicz pole tego trapezu.

ROZWIĄZANIE

1. Pole jednego trójkąta: $\frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ cm}^2$.
2. Trapez składa się z trzech takich trójkątów: $3 \cdot 6 = 18 \text{ cm}^2$.

Odpowiedź: 18 cm^2

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie pola jednego trójkąta,
- 2 pkt — obliczenie pola trapezu.

OS11.8 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Kwadrat o boku **12 cm** i prostokąt o wymiarach **9 cm** i **16 cm** mają pewną wspólną cechę. Sprawdź rachunkiem, czy mają równe pola i czy mają równe obwody.

ROZWIĄZANIE

1. Pole kwadratu: $12^2 = 144 \text{ cm}^2$; pole prostokąta: $9 \cdot 16 = 144 \text{ cm}^2$ — pola są równe.
2. Obwód kwadratu: $4 \cdot 12 = 48 \text{ cm}$; obwód prostokąta: $2(9 + 16) = 50 \text{ cm}$ — obwody są różne.

Odpowiedź: pola równe (144 cm^2), obwody różne (48 cm i 50 cm)

Wskazówka: Równe pola nie oznaczają równych obwodów — to częsty temat zadań P/F.

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie obu pól,
- 2 pkt — obliczenie obu obwodów,
- 3 pkt — sformułowanie wniosku.

OS11.9 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Z kwadratu o boku **10 cm** wycięto w każdym rogu kwadracik o boku **2 cm**. Oblicz pole i obwód powstałej figury.

ROZWIĄZANIE

1. Pole: $10^2 - 4 \cdot 2^2 = 100 - 16 = 84 \text{ cm}^2$.
2. Obwód: wycięcie rogu zastępuje jeden narożnik dwoma odcinkami po **2 cm**, więc obwód się nie zmienia: $4 \cdot 10 = 40 \text{ cm}$.

Odpowiedź: pole 84 cm^2 ; obwód 40 cm

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie pola wyciętych kwadracików,
- 2 pkt — obliczenie pola figury,
- 3 pkt — uzasadnienie, że obwód pozostaje równy 40 cm .

OS11.10 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Prostokąt o wymiarach **10 cm** i **6 cm** podzielono na kwadrat o boku **6 cm** oraz prostokąt. Powstały prostokąt podzielono na kwadrat o boku **4 cm** i kolejny prostokąt. Oblicz pole ostatniego prostokąta i sprawdź, czy suma pól wszystkich trzech części jest równa polu prostokąta wyjściowego.

ROZWIĄZANIE

1. Pole prostokąta wyjściowego: $10 \cdot 6 = 60 \text{ cm}^2$.
2. Po odcięciu kwadratu o boku **6 cm** zostaje prostokąt $4 \times 6 \text{ cm}$ (pole 24 cm^2).
3. Po odcięciu z niego kwadratu o boku **4 cm** zostaje prostokąt $4 \times 2 \text{ cm}$ o polu 8 cm^2 .
4. Suma pól: $36 + 16 + 8 = 60 \text{ cm}^2$ — tyle samo, co pole prostokąta wyjściowego. ■

Odpowiedź: 8 cm^2 ; suma pól wynosi 60 cm^2 — zgadza się

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie pola prostokąta wyjściowego i pierwszego kwadratu,
- 2 pkt — wyznaczenie wymiarów kolejnych części,
- 3 pkt — obliczenie pola ostatniego prostokąta i sprawdzenie sumy pól.

OS12 Twierdzenie Pitagorasa

🔑 Kąt prosty + dwa boki $\rightarrow a^2 + b^2 = c^2$; w rombie połowy przekątnych.

OS12.1 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

W trójkącie prostokątnym przyprostokątne mają długości **9** cm i **12** cm. Oblicz długość przeciwprostokątnej.

ROZWIĄZANIE

$$1. c = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm.}$$

Odpowiedź: **15** cm

OS12.2 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Oblicz długość przekątnej kwadratu o boku **6** cm.

ROZWIĄZANIE

$$1. d = a\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \approx 8,49 \text{ cm.}$$

Odpowiedź: **$6\sqrt{2}$** cm

OS12.3 ZAMKNIĘTE ★★★

0–1 pkt

Która trójka liczb **NIE** jest trójką pitagorejską?

A. 3, 4, 5

B. 5, 12, 13

C. 6, 7, 9

D. 8, 15, 17

ROZWIĄZANIE

$$1. 3^2 + 4^2 = 25 = 5^2 \checkmark, 5^2 + 12^2 = 169 = 13^2 \checkmark, 8^2 + 15^2 = 289 = 17^2 \checkmark.$$

$$2. 6^2 + 7^2 = 85, a 9^2 = 81 \text{ — to nie jest trójka pitagorejska.}$$

Odpowiedź: **C**

Dlaczego nie pozostałe? Sprawdzamy, czy suma kwadratów dwóch mniejszych liczb równa się kwadratowi największej.

OS12.4 PRAWDA / FAŁSZ ★★★

0–1 pkt

Trójkąt ma boki długości **10** cm, **24** cm i **26** cm. Oceń prawdziwość stwierdzeń.

1.	Ten trójkąt jest prostokątny.	P	F
2.	Pole tego trójkąta jest równe 120 cm^2 .	P	F

ROZWIĄZANIE

$$1. 10^2 + 24^2 = 100 + 576 = 676 = 26^2, \text{ więc trójkąt jest prostokątny — prawda.}$$

$$2. \text{ Pole: } \frac{10 \cdot 24}{2} = 120 \text{ cm}^2 \text{ — prawda.}$$

Odpowiedź: **PP**

OS12.5 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

W prostokącie $ABCD$ punkty E i F są środkami boków BC i CD . Odcinek EC ma długość 6 cm, a odcinek EF — 10 cm. Oblicz obwód prostokąta.

ROZWIĄZANIE

- Trójkąt ECF jest prostokątny: $|CF| = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ cm.
- E i F są środkami boków, więc $|BC| = 2 \cdot 6 = 12$ cm, $|CD| = 2 \cdot 8 = 16$ cm.
- Obwód: $2(12 + 16) = 56$ cm.

Odpowiedź: 56 cm

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie $|CF|$ z twierdzenia Pitagorasa,
- 2 pkt — wyznaczenie długości boków prostokąta,
- 3 pkt — obliczenie obwodu.

OS12.6 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Prostokąt $ABCD$ podzielono na trzy trójkąty przekątną AC i odcinkiem AE , gdzie E leży na boku DC . W trójkącie AED przyprostokątne mają długości 15 cm i 20 cm, a trójkąt ACE jest równoramienny ($|AE| = |EC|$). Oblicz pole trapezu $ABCE$.

ROZWIĄZANIE

- $|AE| = \sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{625} = 25$ cm.
- Z równoramienności: $|EC| = |AE| = 25$ cm, więc $|DC| = |AB| = 15 + 25 = 40$ cm.
- Trapez $ABCE$ ma podstawy 40 cm i 25 cm oraz wysokość $|AD| = 20$ cm.
- $P = \frac{(40 + 25) \cdot 20}{2} = 650$ cm².

Odpowiedź: 650 cm²

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie $|AE|$,
- 2 pkt — wyznaczenie $|AB|$,
- 3 pkt — obliczenie pola trapezu.

OS12.7 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Drabina o długości 5 m opiera się o ścianę, a jej dolny koniec znajduje się 1,4 m od ściany. Oblicz, na jakiej wysokości drabina dotyka ściany (wynik zaokrąglaj do 0,1 m).

ROZWIĄZANIE

- $h = \sqrt{5^2 - 1,4^2} = \sqrt{25 - 1,96} = \sqrt{23,04}$
- $h = 4,8$ m.

Odpowiedź: około 4,8 m

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zapisanie równania z twierdzenia Pitagorasa,
- 2 pkt — obliczenie wysokości 4,8 m.

Dany jest prostokąt o bokach **12 cm** i **16 cm**. Oblicz długość przekątnej oraz długość wysokości trójkąta utworzonego przez przekątną, opuszczonej na tę przekątną.

ROZWIĄZANIE

1. Przekątna: $\sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20$ cm.
2. Pole trójkąta liczone dwoma sposobami: $\frac{12 \cdot 16}{2} = \frac{20 \cdot h}{2}$.
3. $96 = 10h \Rightarrow h = 9,6$ cm.

Odpowiedź: przekątna **20 cm**; wysokość **9,6 cm**

Wskazówka: Liczenie pola dwoma sposobami to standardowy sposób na wysokość opuszczoną na przekątną.

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie przekątnej,
- 2 pkt — zapisanie pola trójkąta na dwa sposoby,
- 3 pkt — obliczenie wysokości **9,6 cm**.

Trójkąt równoboczny ma bok długości **8 cm**. Oblicz jego wysokość i pole (wynik pozostaw w postaci z pierwiastkiem).

ROZWIĄZANIE

1. $h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$ cm.
2. $P = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3} \text{ cm}^2 \approx 27,7 \text{ cm}^2$.

Odpowiedź: $h = 4\sqrt{3}$ cm; $P = 16\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Schemat punktowania:

- 1 pkt — wzór na wysokość trójkąta równobocznego,
- 2 pkt — obliczenie wysokości,
- 3 pkt — obliczenie pola.

Wykaż, że trójkąt o bokach 9 cm, 40 cm i 41 cm jest prostokątny, i oblicz jego pole oraz obwód.

ROZWIĄZANIE

1. Sprawdzamy twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa: $9^2 + 40^2 = 81 + 1600 = 1681$.

2. $41^2 = 1681$ — równość zachodzi, więc trójkąt jest prostokątny. ■

3. Pole (przyprostokątne to 9 i 40): $\frac{9 \cdot 40}{2} = 180 \text{ cm}^2$.

4. Obwód: $9 + 40 + 41 = 90 \text{ cm}$.

Odpowiedź: $P = 180 \text{ cm}^2$; obwód 90 cm

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie sumy kwadratów krótszych boków,
- 2 pkt — porównanie z kwadratem najdłuższego boku i wniosek,
- 3 pkt — obliczenie pola i obwodu.

OS13 Graniastosłupy i ostrosłupy

🔑 Ostrosłup $\rightarrow \frac{1}{3}P_p H$; brakujący wymiar $\rightarrow$ Pitagoras w ścianie bocznej.

OS13.1 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★

0–2 pkt

Oblicz objętość prostopadłościanu o krawędziach 4 cm, 5 cm i 6 cm.

ROZWIĄZANIE

$$1. V = 4 \cdot 5 \cdot 6 = 120 \text{ cm}^3.$$

Odpowiedź: 120 cm³

OS13.2 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★

0–2 pkt

Oblicz pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu o krawędziach 5, 6 i 7.

ROZWIĄZANIE

$$1. P_c = 2(5 \cdot 6 + 6 \cdot 7 + 5 \cdot 7) = 2(30 + 42 + 35) = 2 \cdot 107 = 214$$

Odpowiedź: 214

OS13.3 ZAMKNIĘTE ★★

0–1 pkt

Pewien ostrosłup ma 16 wierzchołków. Ile wierzchołków ma graniastosłup o takiej samej podstawie?

A. 16

B. 17

C. 30

D. 32

ROZWIĄZANIE

1. Ostrosłup o n -kątnej podstawie ma $n + 1$ wierzchołków, więc $n = 15$.

2. Graniastosłup o tej podstawie ma $2n = 30$ wierzchołków.

Odpowiedź: C

Dlaczego nie pozostałe? Najpierw liczba boków podstawy, dopiero potem wierzchołki graniastosłupa.

OS13.4 PRAWDA / FAŁSZ ★★

0–1 pkt

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny, w którym pole jednej ściany bocznej jest równe $\frac{2}{9}$ pola powierzchni całkowitej P . Oceń prawdziwość stwierdzeń.

1.	Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe $\frac{8}{9}P$.	P	F
2.	Pole podstawy jest dwa razy mniejsze od pola jednej ściany bocznej.	P	F

ROZWIĄZANIE

1. Pole powierzchni bocznej: $4 \cdot \frac{2}{9}P = \frac{8}{9}P$ — prawda.

2. Pole podstawy: $P - \frac{8}{9}P = \frac{1}{9}P$, czyli dwa razy mniej niż pole jednej ściany bocznej ($\frac{2}{9}P$) — prawda.

Odpowiedź: PP

OS13.5 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego o krawędzi podstawy **9 cm** wynosi **324 cm^3** . Oblicz wysokość tego ostrosłupa.

ROZWIĄZANIE

1. $V = \frac{1}{3}P_p H$, gdzie $P_p = 9 \cdot 9 = 81 \text{ cm}^2$.
2. $324 = \frac{1}{3} \cdot 81 \cdot H = 27H \Rightarrow H = 12 \text{ cm}$.

Odpowiedź: 12 cm

Schemat punktowania:

- 1 pkt — zapisanie wzoru na objętość ostrosłupa,
- 2 pkt — obliczenie wysokości.

OS13.6 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Gnaniastosłup prawidłowy czworokątny ma krawędź podstawy **6 cm** i wysokość **10 cm**. Oblicz jego objętość i pole powierzchni całkowitej.

ROZWIĄZANIE

1. $V = P_p \cdot H = 36 \cdot 10 = 360 \text{ cm}^3$.
2. $P_c = 2 \cdot 36 + 4 \cdot (6 \cdot 10) = 72 + 240 = 312 \text{ cm}^2$.

Odpowiedź: $V = 360 \text{ cm}^3$; $P_c = 312 \text{ cm}^2$

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie objętości,
- 2 pkt — obliczenie pola podstaw i ścian bocznych,
- 3 pkt — obliczenie pola powierzchni całkowitej.

OS13.7 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Z trzech jednakowych sześcianów o krawędzi **10 cm** i jednego ostrosłupa prawidłowego czworokątnego o krawędzi podstawy **9 cm** i objętości **324 cm^3** zbudowano dwie wieże: pierwszą z sześcianu i ostrosłupa, drugą z dwóch sześcianów. Oblicz różnicę wysokości tych wież.

ROZWIĄZANIE

1. Wysokość ostrosłupa: $H = \frac{324}{\frac{1}{3} \cdot 81} = 12 \text{ cm}$.
2. Wieża I: $10 + 12 = 22 \text{ cm}$; wieża II: $10 + 10 = 20 \text{ cm}$.
3. Różnica: $22 - 20 = 2 \text{ cm}$.

Odpowiedź: 2 cm

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie wysokości ostrosłupa,
- 2 pkt — obliczenie wysokości obu wież,
- 3 pkt — obliczenie różnicy.

OS13.8 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Siatka graniastosłupa prawidłowego czworokątnego składa się z dwóch kwadratów o boku 5 cm i prostokąta o wymiarach 20 cm i 8 cm. Oblicz objętość tego graniastosłupa.

ROZWIĄZANIE

1. Prostokąt o wymiarach 20×8 to rozwinięcie ścian bocznych: obwód podstawy = 20 cm (zgadza się: $4 \cdot 5$), a wysokość bryły to 8 cm.
2. $V = P_p \cdot H = 25 \cdot 8 = 200 \text{ cm}^3$.

Odpowiedź: 200 cm^3

Schemat punktowania:

- 1 pkt — rozpoznanie, że 20 cm to obwód podstawy,
- 2 pkt — odczytanie wysokości 8 cm,
- 3 pkt — obliczenie objętości.

OS13.9 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Skrzynia ma kształt prostopadłościanu o podstawie 1,5 m na 1,2 m i wysokości 1 m. Oblicz jej objętość w metrach sześciennych oraz pole powierzchni dna i ścian bocznych (bez wieka).

ROZWIĄZANIE

1. $V = 1,5 \cdot 1,2 \cdot 1 = 1,8 \text{ m}^3$.
2. Dno: $1,5 \cdot 1,2 = 1,8 \text{ m}^2$.
3. Ściany boczne: $2 \cdot (1,5 \cdot 1) + 2 \cdot (1,2 \cdot 1) = 3 + 2,4 = 5,4 \text{ m}^2$.
4. Razem: $1,8 + 5,4 = 7,2 \text{ m}^2$.

Odpowiedź: $V = 1,8 \text{ m}^3$; $P = 7,2 \text{ m}^2$

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie objętości,
- 2 pkt — obliczenie pola dna i ścian bocznych,
- 3 pkt — zsumowanie pól bez wieka.

Ostrosłup prawidłowy czworokątny ma krawędź podstawy **10** cm i wysokość ściany bocznej **13** cm. Oblicz pole powierzchni całkowitej oraz wysokość tego ostrosłupa.

ROZWIĄZANIE

1. Pole podstawy: $10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$.
2. Pole jednej ściany: $\frac{10 \cdot 13}{2} = 65 \text{ cm}^2$, czterech: 260 cm^2 .
3. $P_c = 100 + 260 = 360 \text{ cm}^2$.
4. Wysokość bryły z Pitagorasa: $H = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$.

Odpowiedź: $P_c = 360 \text{ cm}^2$; $H = 12 \text{ cm}$

Wskazówka: Wysokość ściany bocznej (**13**) i wysokość bryły (**12**) to różne odcinki — łączy je połowa krawędzi podstawy.

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie pola podstawy i ściany bocznej,
- 2 pkt — obliczenie pola powierzchni całkowitej,
- 3 pkt — obliczenie wysokości bryły z twierdzenia Pitagorasa.

OS14 Układ współrzędnych i odczyt z wykresu

🔑 Przesunięcie to dodawanie do współrzędnych; równoległobok — równe wektory boków.

OS14.1 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Punkt $A = (2, -5)$ przesunięto o 3 jednostki w prawo i o 4 w górę. Podaj współrzędne nowego punktu.

ROZWIĄZANIE

1. $x: 2 + 3 = 5; y: -5 + 4 = -1.$

Odpowiedź: $(5, -1)$

OS14.2 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Oblicz długość odcinka o końcach $A = (-2, 3)$ i $B = (6, 3)$.

ROZWIĄZANIE

1. Odcinek jest poziomy: $|6 - (-2)| = 8.$

Odpowiedź: 8

OS14.3 ZAMKNIĘTE ★★★

0–1 pkt

Punkt $P = (-1, -2)$. Jeżeli współrzędną x zwiększymy o 4, a współrzędną y o 3, to otrzymamy punkt o współrzędnych:

A. $(3, 1)$

B. $(3, -1)$

C. $(-5, 1)$

D. $(1, 3)$

ROZWIĄZANIE

1. $x = -1 + 4 = 3, y = -2 + 3 = 1$, czyli punkt $(3, 1)$.

Odpowiedź: A

Dlaczego nie pozostałe? Zwiększamy obie współrzędne, zachowując kolejność (x, y) .

OS14.4 PRAWDA / FAŁSZ ★★★

0–1 pkt

Na wykresie zależności pola pomalowanej powierzchni od ilości farby 10 litrom odpowiada 100 m^2 (zależność jest wprost proporcjonalna). Oceń prawdziwość stwierdzeń.

1.	18 litrów farby wystarczy na pomalowanie 180 m^2 .	P	F
2.	Na pomalowanie 125 m^2 wystarczy 12 litrów farby.	P	F

ROZWIĄZANIE

1. Jeden litr wystarcza na 10 m^2 .

2. 1. 18 litrów $\rightarrow 180 \text{ m}^2$ — prawda.

3. 2. Na 125 m^2 potrzeba 12,5 litra, więc 12 litrów nie wystarczy — fałsz.

Odpowiedź: PF

OS14.5 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Dane są punkty $A = (1, 2)$, $B = (7, 2)$ i $C = (7, 6)$. Oblicz pole trójkąta ABC .

ROZWIĄZANIE

1. $|AB| = |7 - 1| = 6$ (odcinek poziomy), $|BC| = |6 - 2| = 4$ (odcinek pionowy).
2. Trójkąt jest prostokątny: $P = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12$.

Odpowiedź: 12

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie długości obu boków,
- 2 pkt — obliczenie pola.

OS14.6 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Dane są trzy wierzchołki równoległoboku $ABCD$: $A = (0, 0)$, $B = (5, 1)$, $C = (7, 5)$. Wyznacz współrzędne wierzchołka D .

ROZWIĄZANIE

1. $\vec{AB} = (5, 1)$, a w równoległoboku $\vec{DC} = \vec{AB}$.
2. $D = C - \vec{AB} = (7 - 5, 5 - 1) = (2, 4)$.

Odpowiedź: $D = (2, 4)$

Schemat punktowania:

- 1 pkt — wykorzystanie równości wektorów,
- 2 pkt — obliczenie współrzędnych D .

OS14.7 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Punkty $A = (-2, 1)$ i $B = (4, 1)$ są końcami boku kwadratu $ABCD$, a kwadrat leży nad tym bokiem. Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków.

ROZWIĄZANIE

1. Bok AB jest poziomy i ma długość $|4 - (-2)| = 6$.
2. Kwadrat leży nad bokiem, więc pozostałe wierzchołki są wyżej o 6 jednostek.
3. $C = (4, 1 + 6) = (4, 7)$, $D = (-2, 7)$.

Odpowiedź: $C = (4, 7)$, $D = (-2, 7)$

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie długości boku,
- 2 pkt — wyznaczenie punktu C ,
- 3 pkt — wyznaczenie punktu D .

OS14.8 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Na wykresie zależności kosztu zakupu od masy owoców punkt $(4; 18)$ oznacza, że 4 kg kosztują 18 zł (zależność wprost proporcjonalna). Oblicz koszt 7 kg oraz masę owoców kupionych za 45 zł.

ROZWIĄZANIE

1. Cena za 1 kg: $18 : 4 = 4,50$ zł.
2. 7 kg: $7 \cdot 4,50 = 31,50$ zł.
3. Za 45 zł: $45 : 4,50 = 10$ kg.

Odpowiedź: 31,50 zł; 10 kg

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie ceny jednostkowej,
- 2 pkt — obliczenie kosztu 7 kg,
- 3 pkt — obliczenie masy za 45 zł.

OS14.9 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Dane są punkty $A = (-3, 0)$, $B = (5, 0)$ i $C = (1, 6)$. Oblicz pole trójkąta ABC i sprawdź, czy jest to trójkąt równoramienny.

ROZWIĄZANIE

1. Podstawa AB leży na osi x : $|AB| = 8$, wysokość z C to 6.
2. $P = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24$.
3. $|AC| = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52}$, $|BC| = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52}$ — ramiona są równe, więc trójkąt jest równoramienny.

Odpowiedź: $P = 24$; tak, jest równoramienny

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie podstawy i wysokości,
- 2 pkt — obliczenie pola,
- 3 pkt — sprawdzenie długości ramion.

Wykaż, że punkty $A = (0, 0)$, $B = (4, 0)$, $C = (6, 3)$ i $D = (2, 3)$ są wierzchołkami równoległoboku, i oblicz jego pole.

ROZWIĄZANIE

1. $\vec{AB} = (4, 0)$ oraz $\vec{DC} = (6 - 2, 3 - 3) = (4, 0)$ — wektory są równe, więc $AB \parallel DC$ i $|AB| = |DC|$.
2. Czworokąt z parą boków równoległych i równych jest równoległobokiem. ■
3. Podstawa $|AB| = 4$, wysokość to odległość między prostymi $y = 0$ i $y = 3$, czyli 3.
4. $P = 4 \cdot 3 = 12$.

Odpowiedź: $P = 12$

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie obu wektorów,
- 2 pkt — wniosek o równoległoboku,
- 3 pkt — obliczenie pola.

OS15 Obliczenia zegarowe, kalendarzowe i jednostki

 Najpierw wróć do rozkładu (odejmij opóźnienie), potem odejmij czas jazdy.

OS15.1 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Zamień **3** godziny **45** minut na minuty.

ROZWIĄZANIE

1. $3 \cdot 60 + 45 = 225$ min.

Odpowiedź: **225 min**

OS15.2 ODPOWIEDŹ KRÓTKA ★★★

0–2 pkt

Ile centymetrów kwadratowych ma **2 m²**?

ROZWIĄZANIE

1. $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$, więc $2 \text{ m}^2 = 20\,000 \text{ cm}^2$.

Odpowiedź: **20 000 cm²**

OS15.3 ZAMKNIĘTE ★★★

0–1 pkt

Film rozpoczął się o **18:45** i trwał **2** godziny **40** minut. O której godzinie się skończył?

A. 21:05

B. 21:25

C. 20:85

D. 21:45

ROZWIĄZANIE

1. $18:45 + 2 \text{ h} = 20:45$.

2. $20:45 + 40 \text{ min} = 21:25$.

Odpowiedź: **B**

Dlaczego nie pozostałe? Po przekroczeniu **60** minut zamieniamy je na pełną godzinę.

OS15.4 PRAWDA / FAŁSZ ★★★

0–1 pkt

Oceń prawdziwość stwierdzeń dotyczących jednostek.

1.	Jeden metr sześcienny to 100 litrów.	P	F
2.	Jeden litr to 1000 centymetrów sześciennych.	P	F

ROZWIĄZANIE

1. $1 \text{ m}^3 = 1000$ litrów, a nie **100** — fałsz.

2. $1 \text{ litr} = 1000 \text{ cm}^3$ — prawda.

Odpowiedź: **FP**

OS15.5 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Pociąg wyjechał o godzinie **9:48** i jechał **3** godziny **27** minut. Oblicz godzinę przyjazdu.

ROZWIĄZANIE

1. $9:48 + 3 \text{ h} = 12:48$.

2. $12:48 + 27 \text{ min} = 13:15$.

Odpowiedź: 13:15

Schemat punktowania:

- 1 pkt — dodanie pełnych godzin,
- 2 pkt — poprawne dodanie minut i wynik.

OS15.6 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Zbiornik ma kształt prostopadłościanu o wymiarach **80** cm, **50** cm i **40** cm. Oblicz jego pojemność w litrach.

ROZWIĄZANIE

1. $V = 80 \cdot 50 \cdot 40 = 160\,000 \text{ cm}^3$.

2. $160\,000 \text{ cm}^3 = 160$ litrów (bo $1 \text{ l} = 1000 \text{ cm}^3$).

Odpowiedź: 160 litrów

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie objętości w cm^3 ,
- 2 pkt — zamiana na litry.

OS15.7 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Plik Igora ma rozmiar **13** MB, a plik Lidki jest **2,5** raza większy. Oblicz łączny rozmiar obu plików.

ROZWIĄZANIE

1. Plik Lidki: $13 \cdot 2,5 = 32,5$ MB.

2. Razem: $13 + 32,5 = 45,5$ MB.

Odpowiedź: 45,5 MB

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie rozmiaru pliku Lidki,
- 2 pkt — obliczenie sumy.

OS15.8 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Zajęcia trwają od **8:00** do **14:20** z dwiema przerwami po **15** minut. Oblicz łączny czas zajęć bez przerw.

ROZWIĄZANIE

1. Od **8:00** do **14:20** to **6** godzin **20** minut, czyli **380** minut.
2. Przerwy: $2 \cdot 15 = 30$ minut.
3. $380 - 30 = 350$ minut = **5 h 50 min**.

Odpowiedź: 5 godzin 50 minut

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie całkowitego czasu,
- 2 pkt — odjęcie przerw,
- 3 pkt — zamiana wyniku na godziny i minuty.

OS15.9 OTWARTE ★★★

0–2 pkt

Prostokątna działka ma wymiary **45 m** i **80 m**. Oblicz jej pole w arach ($1 \text{ ar} = 100 \text{ m}^2$).

ROZWIĄZANIE

1. $P = 45 \cdot 80 = 3600 \text{ m}^2$.
2. $3600 : 100 = 36$ arów.

Odpowiedź: 36 arów

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie pola w m^2 ,
- 2 pkt — zamiana na ary.

OS15.10 OTWARTE ★★★

0–3 pkt

Autobus miał przyjechać o **16:05**, ale przyjechał **12** minut wcześniej. Podróż trwała **1** godzinę **38** minut. Oblicz godzinę odjazdu autobusu.

ROZWIĄZANIE

1. Rzeczywisty przyjazd: $16:05 - 12 \text{ min} = 15:53$.
2. Odjazd: $15:53 - 1 \text{ h } 38 \text{ min}$.
3. $15:53 - 1 \text{ h} = 14:53$; $14:53 - 38 \text{ min} = 14:15$.

Odpowiedź: 14:15

Wskazówka: Uwaga na kierunek poprawki: „wcześniej” odejmujemy, „z opóźnieniem” — też odejmujemy, ale od czasu rzeczywistego.

Schemat punktowania:

- 1 pkt — obliczenie rzeczywistej godziny przyjazdu,
- 2 pkt — odjęcie czasu podróży,
- 3 pkt — poprawna godzina **14:15**.