

Klucz odpowiedzi i rozwiązania — Egzamin ósmoklasisty z matematyki - Przykładowy arkusz CKE

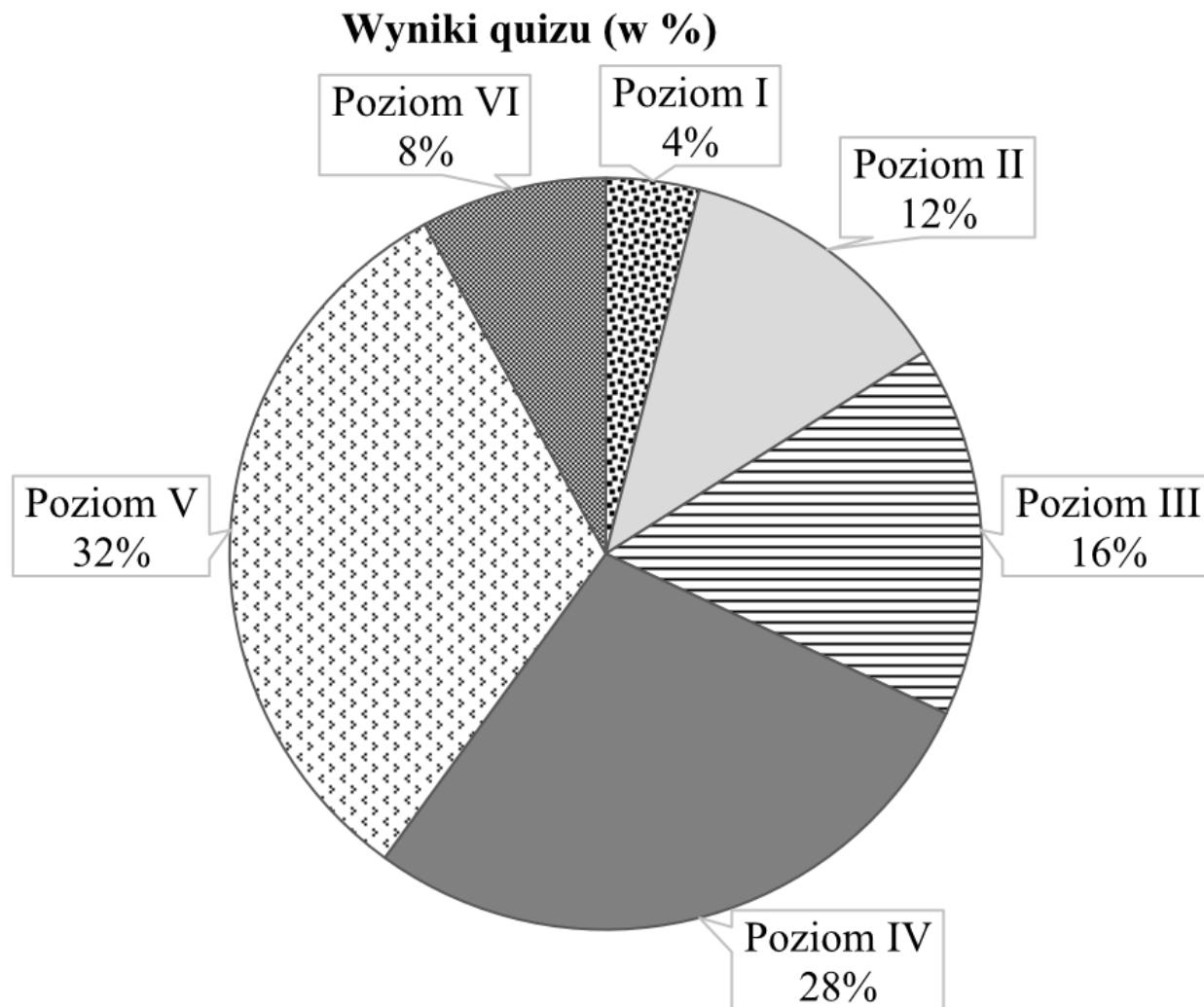
Opracowanie Matematix.pl na podstawie rozwiązań zadań w serwisie — nie jest to oficjalny dokument CKE ani wydawnictwa. Zadania i rozwiązania online: matematix.pl.
Wygenerowano 26.09.2026.

Odpowiedzi do zadań zamkniętych

Zadanie	Odpowiedź	Pkt
1	A (40%)	1
2	A ($\frac{450}{75}$), D ($\frac{125 \cdot 4}{1000}$)	1
4	C (5cm)	1
6	B ($5, 4 \frac{km}{h}$)	1
8	C (7)	1
9	B (8), D (nieparzystą)	1
11	C (2cm)	1
12	B (wzrosła o 400%)	1
14	B (większa od 10), C (ujemna)	1
15	D ((1, -1))	1

Rozwiązania krok po kroku

Z okazji Światowego Dnia Książki uczniowie klasy VII zorganizowali quiz wiedzy o postaciach literackich. Quiz można było zakończyć na jednym z poziomów, które zaliczało się kolejno od I do VI. Na diagramie przedstawiono, ile procent uczniów zakończyło quiz na danym poziomie. Na poziomach niższych niż Asia quiz zakończyło dokładnie 32% uczniów biorących w nim udział.



Ile procent uczniów zakończyło ten quiz na poziomach wyższych niż Asia?

Odpowiedź: A (40%)

Krok 1. Ustalenie na którym poziomie ukończyła quiz Asia.

Skoro 32% uczniów napisało quiz gorzej od Asi, to znaczy że Asia musi być na IV poziomie. Skąd to wiemy? Wynika to z tego, że 32% to dokładnie tyle ile procent uczniów zakończyło quiz na poziomach I-III:

$$4\% + 12\% + 16\% = 32\%$$

Krok 2. Obliczenie ile procent uczniów napisało quiz lepiej od Asi.

Od Asi napisali lepiej wszyscy ci, którzy osiągnęli poziom V oraz VI, a takich osób jest:

$$32\% + 8\% = 40\%$$

Zadanie 2

0-1 pkt

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami $\boxed{A}$ i $\boxed{B}$ oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami $\boxed{C}$ i $\boxed{D}$.

Wartość wyrażenia $4,5 : 0,75$ jest równa wartości wyrażenia $\boxed{A} / \boxed{B}$. Wartość wyrażenia $1,25 \cdot 0,4$ jest równa wartości wyrażenia $\boxed{C} / \boxed{D}$.

Odpowiedź: A ($\frac{450}{75}$), D ($\frac{125 \cdot 4}{1000}$)

Krok 1. Rozwiązanie pierwszej części zadania.

$$4,5 : 0,75 = \frac{4,5}{0,75} = \frac{4,5 \cdot 100}{0,75 \cdot 100} = \frac{450}{75}$$

Krok 2. Rozwiązanie drugiej części zadania.

$$1,25 \cdot 0,4 = \frac{1,25 \cdot 100}{100} \cdot \frac{0,4 \cdot 10}{10} = \frac{125}{100} \cdot \frac{4}{10} = \frac{125 \cdot 4}{1000}$$

Zadanie 3

0–1 pkt

Tata Bartka przed wyjazdem z Krakowa do Warszawy analizuje niektóre bezpośrednie połączenia między tymi miastami. Do wyboru ma cztery połączenia przedstawione w poniższej tabeli.

Godzina wyjazdu z Krakowa	Godzina przyjazdu do Warszawy	Środek transportu	Długość trasy	Cena biletu
1:35	6:30	autobus	298 km	27 zł
2:32	5:12	pociąg	293 km	60 zł
5:00	8:48	pociąg	364 km	65 zł
5:53	8:10	pociąg	293 km	49 zł

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Za przejazd w najkrótszym czasie należy zapłacić 49zł.

Zgodnie z rozkładem jazdy tylko przejazd autobusem trwa dłużej niż 4 godziny.

Za przejazd w najkrótszym czasie należy zapłacić 49zł.

Prawda

Fałsz

Zgodnie z rozkładem jazdy tylko przejazd autobusem trwa dłużej niż 4 godziny.

Prawda

Fałsz

Odpowiedź: 1) PRAWDA

Krok 1. Obliczenie czasu jazdy w każdym z połączeń.

Aby ocenić prawdziwość każdego ze zdań musimy obliczyć czas jazdy dla każdego połączenia:

I połączenie: 4godz. 55min.

II połączenie: 2godz. 40min.

III połączenie: 3godz. 48min.

IV połączenie: 2godz. 17min.

Krok 2. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

Zgodnie z obliczeniami z poprzedniego kroku widzimy, że najkrótsze jest IV połączenie i faktycznie bilet kosztuje tutaj 49zł. Zdanie jest więc prawdą.

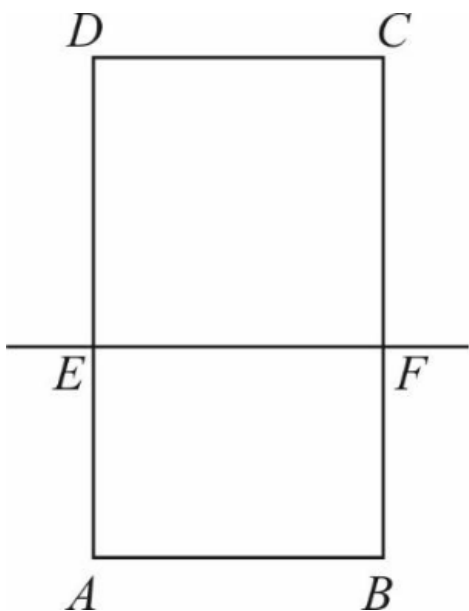
Krok 3. Ocena prawdziwości drugiego zdania.

Zgodnie z tym co obliczyliśmy w pierwszym kroku możemy stwierdzić, że faktycznie tylko przejazd autobusem trwa dłużej niż 4 godziny.

Zadanie 4

0-1 pkt

Prosta EF dzieli prostokąt $ABCD$ na kwadrat $EFCD$ o obwodzie 32cm i prostokąt $ABFE$ o obwodzie o 6cm mniejszym od obwodu kwadratu $EFCD$.



Długość odcinka AE jest równa:

Odpowiedź: C (5cm)

Krok 1. Obliczenie długości boku kwadratu $EFCD$.

Wiemy, że kwadrat $EFCD$ ma obwód równy 32cm . Kwadrat ma wszystkie boki równej długości, zatem każdy bok tego kwadratu ma długość:

$$32\text{cm} : 4 = 8\text{cm}$$

Krok 2. Obliczenie obwodu prostokąta $ABFE$.

Wiemy, że prostokąt $ABFE$ ma obwód o 6cm mniejszy od kwadratu, zatem:

$$\text{Obw}_{ABFE} = 32\text{cm} - 6\text{cm} = 26\text{cm}$$

Krok 3. Obliczenie długości odcinka AE .

Spójrzmy na prostokąt $ABFE$. Z kroku pierwszego wiemy, że $EF = 8\text{cm}$, zatem także $AB = 8\text{cm}$. Te dwa boki prostokąta mają więc razem $8\text{cm} + 8\text{cm} = 16\text{cm}$. To oznacza, że na pozostałe boki prostokąta $ABFE$, czyli na boki AE oraz BF , zostaje nam $26\text{cm} - 16\text{cm} = 10\text{cm}$. Te dwa boki prostokąta są oczywiście równej miary, zatem każdy z nich ma długość $10\text{cm} : 2 = 5\text{cm}$.

Zadanie 5

0-1 pkt

Narysowany kwadrat należy wypełnić tak, aby iloczyny liczb w każdym wierszu, każdej kolumnie i na obu przekątnych kwadratu były takie same.

5^6	5	5^8
5^7	5^5	
5^2		

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Iloczyn liczb na przekątnej kwadratu jest równy 5^{15} .

W zacieniowane pole kwadratu należy wpisać liczbę 5^9 .

Iloczyn liczb na przekątnej kwadratu jest równy 5^{15} .

Prawda

Fałsz

W zacieniowane pole kwadratu należy wpisać liczbę 5^9 .

Prawda

Fałsz

Odpowiedź: 1) PRAWDA

Krok 1. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

Na przekątnej kwadratu iloczyn potęg wynosi:

$$5^2 \cdot 5^5 \cdot 5^8 = 5^{2+5+8} = 5^{15}$$

Zdanie jest więc prawdą.

Krok 2. Ocena prawdziwości drugiego zdania.

W każdej kolumnie musimy mieć iloczyn równy 5^{15} (wylczyliśmy to tak naprawdę w pierwszym kroku). Skoro w interesującej nas kolumnie znajduje się już wartość 5 oraz 5^5 , to możemy obliczyć że w zacienionym polu (które możemy oznaczyć sobie symbolem ■) znajdzie się wartość:

$$5 \cdot 5^5 \cdot \blacksquare = 5^{15}, 5^1 \cdot 5^5 \cdot \blacksquare = 5^{15}, 5^{1+5} \cdot \blacksquare = 5^{15}, 5^6 \cdot \blacksquare = 5^{15}, \blacksquare = 5^{15} : 5^6, \blacksquare = 5^{15-6}, \blacksquare = 5^9$$

Zdanie jest więc prawdą.

Zadanie 6

0-1 pkt

Jacek i Ola testują swoje elektryczne deskorolki. W tym celu zmierzili czasy przejazdu na trasie 400m. Ola pokonała tę trasę w czasie 160s, a Jacek – w czasie 100s.

Różnica średnich prędkości uzyskanych przez Jacka i przez Olę jest równa:

Odpowiedź: B ($5,4 \frac{km}{h}$)

Odpowiedzi mamy podane w $\frac{km}{h}$, dlatego też dobrym pomysłem jest od razu zapisanie, że:

$$400m = 0,4km$$

$$160s = \frac{160}{3600} h$$

$$100s = \frac{100}{3600} h$$

(te ułamki można jeszcze uprościć, ale nie jest to konieczne na tym etapie)

Krok 1. Obliczenie prędkości jazdy Oli.

Korzystając ze wzoru na prędkość $v = \frac{s}{t}$ możemy obliczyć prędkość jazdy Oli:

$$v = \frac{0,4}{\frac{160}{3600}}, v = 0,4 : \frac{160}{3600}, v = 0,4 \cdot \frac{3600}{160}, v = 9[\frac{km}{h}]$$

Krok 2. Obliczenie prędkości jazdy Jacka.

$$v = \frac{0,4}{\frac{100}{3600}}, v = 0,4 : \frac{100}{3600}, v = 0,4 \cdot \frac{3600}{100}, v = 14,4[\frac{km}{h}]$$

Krok 3. Obliczenie różnicy prędkości.

Z obliczeń z kroku pierwszego i drugiego wynika, że różnica prędkości wyniosła:

$$14,4 \frac{km}{h} - 9 \frac{km}{h} = 5,4 \frac{km}{h}$$

Zadanie 7

0–1 pkt

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. W pięciu rzutach standardową sześcienną kostką do gry, jeżeli wynik każdego rzutu będzie inny, można otrzymać łącznie dokładnie 20 oczek.

W 16 rzutach standardową sześcienną kostką do gry można otrzymać łącznie ponad 100 oczek.

W pięciu rzutach standardową sześcienną kostką do gry, jeżeli wynik każdego rzutu będzie inny, można otrzymać łącznie dokładnie 20 oczek.

Prawda

Fałsz

W 16 rzutach standardową sześcienną kostką do gry można otrzymać łącznie ponad 100 oczek.

Prawda

Fałsz

Odpowiedź: 1) PRAWDA

Krok 1. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

To zdanie jest prawdą. Gdybyśmy rzucali kostką sześciokrotnie i za każdym razem wynik rzutu byłby inny to otrzymalibyśmy sumę:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

Skoro rzucamy pięciokrotnie, to widzimy wyraźnie, że wystarczy się pozbyć jedynki i otrzymamy dokładnie 20 oczek:

$$2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$$

Krok 2. Ocena prawdziwości drugiego zdania.

Maksymalnie możemy wyrzucić szóstkę. Nawet jak 16 razy wyrzucimy tę szóstkę to otrzymamy łącznie:

$$16 \cdot 6 = 96 \text{ oczek}$$

Zdanie jest więc nieprawdą.

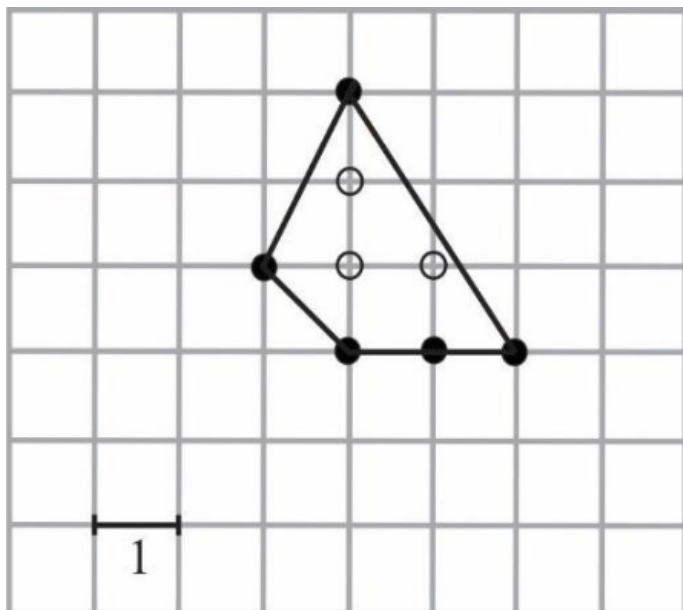
Zadanie 8

0–1 pkt

Punkt kratowy to miejsce przecięcia się linii kwadratowej siatki. Pole wielokąta, którego wierzchołki znajdują się w punktach kratowych kwadratowej siatki na płaszczyźnie, można obliczyć ze wzoru Picka:

$$P = W + \frac{1}{2}B - 1$$

gdzie P oznacza pole wielokąta, W – liczbę punktów kratowych leżących wewnątrz wielokąta, a B – liczbę punktów kratowych leżących na brzegu tego wielokąta.



W wielokącie przedstawionym na rysunku $W = 3$ oraz $B = 5$, zatem $P = 4,5$. Wewnątrz pewnego wielokąta znajduje się 5 punktów kratowych, a na jego brzegu jest 6 punktów kratowych. Pole tego wielokąta jest równe:

Odpowiedź: C (7)

Korzystając z podanego wzoru możemy zapisać, że:

$$P = 5 + \frac{1}{2} \cdot 6 - 1, P = 5 + 3 - 1, P = 7$$

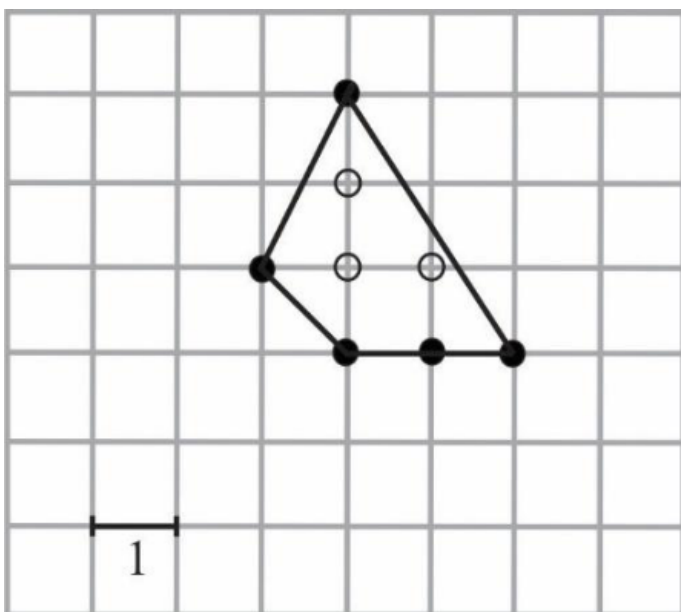
Zadanie 9

0-1 pkt

Punkt kratowy to miejsce przecięcia się linii kwadratowej siatki. Pole wielokąta, którego wierzchołki znajdują się w punktach kratowych kwadratowej siatki na płaszczyźnie, można obliczyć ze wzoru Picka:

$$P = W + \frac{1}{2}B - 1$$

gdzie P oznacza pole wielokąta, W – liczbę punktów kratowych leżących wewnątrz wielokąta, a B – liczbę punktów kratowych leżących na brzegu tego wielokąta.



W wielokącie przedstawionym na rysunku $W = 3$ oraz $B = 5$, zatem $P = 4,5$.

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D .

Wielokąt, którego pole jest równe 15, może mieć A/B punktów kratowych leżących na brzegu wielokąta. Pole wielokąta, który ma dwukrotnie więcej punktów kratowych leżących na brzegu wielokąta niż punktów leżących wewnątrz, wyraża się liczbą C/D .

Odpowiedź: B (8), D (nieparzystą)

Krok 1. Rozwiązanie pierwszej części zadania.

Spójrzmy na podany w treści zadania wzór, a konkretnie na zawarty w nim jednomian $\frac{1}{2}B$. Gdybyśmy na brzegu wielokąta mieli 7 punktów, to z tego jednomianu wyszedłby nam ułamek $\frac{1}{2} \cdot 7 = 3,5$ i właśnie przez tę "połówkę" nie byłoby możliwości uzyskania w jakikolwiek sposób wyniku równego 15. Kiedy na brzegu będzie 8 wierzchołków (lub jakaś inna liczba parzysta), wtedy wynik 15 będzie możliwy do osiągnięcia, bo otrzymamy wartość całkowitą - w tym przypadku $\frac{1}{2} \cdot 8 = 4$.

Dlatego też nasz poszukiwany wielokąt nie może mieć 7 punktów kratowych na brzegu, ale może mieć tych punktów 8.

Krok 2. Rozwiązanie drugiej części zadania.

Załóżmy sobie, że punktów wewnętrznych mamy $W = n$ natomiast punktów brzegowych mamy $B = 2n$ (bo ma być ich dwa razy więcej niż wewnętrznych). Podstawiając to do wzoru otrzymamy:

$$P = n + \frac{1}{2}2n - 1, P = n + n - 1, P = 2n - 1$$

Jakiegokolwiek liczby nie podstawimy pod n to otrzymane wyrażenie da nam liczbę nieparzystą.

Oczywiście można też wykorzystać fakt, że jest to zadanie zamknięte i podstawić sobie jakieś przykładowe liczby i sprawdzić jaki otrzymamy wynik. Przykładowo:

Gdy $W = 5$ oraz $B = 10$, to:

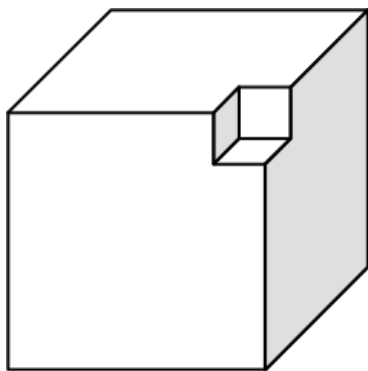
$$P = 5 + \frac{1}{2} \cdot 10 - 1, P = 5 + 5 - 1, P = 9$$

Otrzymany wynik jest nieparzysty.

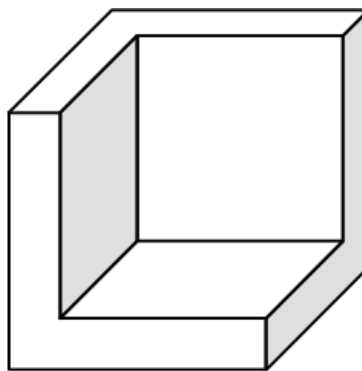
Zadanie 10

0-1 pkt

Z każdej z dwóch jednakowych kostek sześciennych wycięto sześcian i otrzymano bryły przedstawione na rysunku.



Bryła I



Bryła II

Czy całkowite pole powierzchni bryły I jest większe od całkowitego pola powierzchni bryły II?

Wybierz odpowiedź T albo N i jej uzasadnienie spośród A, B albo C. **A)** z pierwszej kostki usunięto mniejszy sześcian niż z drugiej kostki.

B) całkowite pole powierzchni każdej z otrzymanych brył jest równe całkowitemu polu powierzchni początkowej kostki.

C) pole powierzchni „wnęki” w II bryle jest większe niż pole powierzchni „wnęki” w I bryle.

Odpowiedź: Nie ponieważ opcja

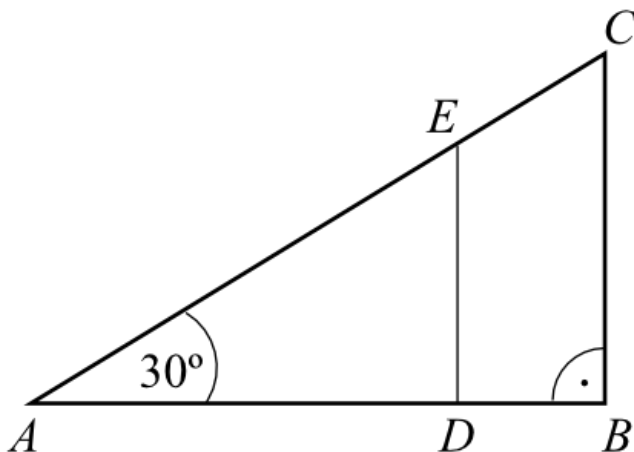
To zadanie sprawdza naszą wyobraźnię. Pola całkowite pierwszej i drugiej bryły są jednakowe i są równe początkowemu sześcianowi (czyli temu przed wycięciem poszczególnych elementów).

Poprawną odpowiedzią jest więc, że "Nie, ponieważ całkowite pole powierzchni każdej z otrzymanych brył jest równe całkowitemu polu powierzchni początkowej kostki".

Zadanie 11

0-1 pkt

Na bokach trójkąta prostokątnego ABC zaznaczono punkty D i E . Odcinek DE podzielił trójkąt ABC na dwa wielokąty: trójkąt prostokątny ADE i czworokąt $DBCE$, jak na rysunku. Odcinek AB ma długość $4\sqrt{3}\text{cm}$, a odcinek DE ma długość 3cm .



Długość odcinka EC jest równa:

Odpowiedź: C (2cm)

Krok 1. Obliczenie długości odcinka AC .

Spójrzmy na duży trójkąt ABC . Skorzystamy tutaj z własności trójkątów o kątach 30° , 60° , 90° . Z tych własności wynika, że przyprostokątna leżąca przy kącie 30° (czyli nasz odcinek AB) ma długość $a\sqrt{3}$, druga przyprostokątna (czyli nasz odcinek BC) ma długość a , natomiast przeciwprostokątna (czyli nasz odcinek AC) ma długość $2a$.

Skoro odcinek AB ma długość $4\sqrt{3}\text{cm}$, to możemy zapisać że:

$$a\sqrt{3}\text{cm} = 4\sqrt{3}\text{cm}, a = 4\text{cm}$$

W związku z tym przeciwprostokątna AC ma długość:

$$|AC| = 2a, |AC| = 2 \cdot 4\text{cm}, |AC| = 8\text{cm}$$

Krok 2. Obliczenie długości odcinka AE .

Teraz spójrzmy na trójkąt ADE . Tutaj także skorzystamy z własności trójkątów 30° , 60° , 90° . Tym razem znamy długość krótszej przyprostokątnej DE , czyli możemy zapisać że $a = 3\text{cm}$. Nas interesuje długość odcinka AE , czyli:

$$|AE| = 2a, |AE| = 2 \cdot 3\text{cm}, |AE| = 6\text{cm}$$

Krok 3. Obliczenie długości odcinka EC .

Odcinek EC jest różnicą między odcinkiem AC oraz odcinkiem AE :

$$|EC| = 8\text{cm} - 6\text{cm}, |EC| = 2\text{cm}$$

Zadanie 12

0–1 pkt

Maja grała z przyjaciółmi w ekonomiczną grę strategiczną. W trakcie tej gry zainwestowała w zakup nieruchomości 56 tys. gambitów – wirtualnych monet. Po upływie 30 minut odsprzedała tę nieruchomość za 280 tys. gambitów.

Wartość nieruchomości od momentu jej zakupienia do momentu sprzedaży:

Odpowiedź: B (wzrosła o 400%)

Nieruchomość podrożała o:

$$280tys. - 56tys. = 224tys.$$

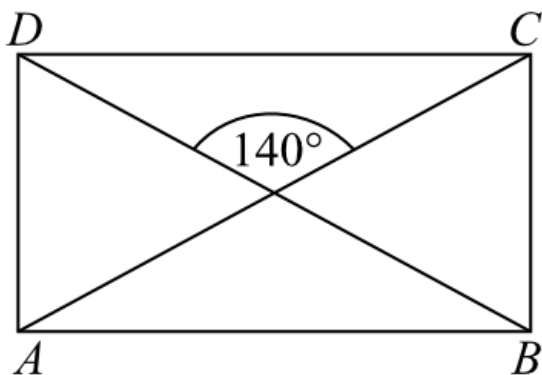
To oznacza, że w ujęciu procentowym wartość wzrosła o:

$$\frac{224tys.}{56tys.} \cdot 100\% = 4 \cdot 100\% = 400\%$$

Zadanie 13

0-1 pkt

Przekątne prostokąta $ABCD$ przedstawionego na rysunku przecinają się pod kątem 140° .



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Kąt DCA ma miarę 40° . Kąt DAC ma miarę 70° .

Kąt DCA ma miarę 40° .

Prawda

Fałsz

Kąt DAC ma miarę 70° .

Prawda

Fałsz

Odpowiedź: 1) FAŁSZ

Oznaczmy sobie miejsce przecięcia się przekątnych jako punkt S .

Krok 1. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

Spójrzmy na trójkąt DCS . Jest to trójkąt równoramienny o podstawie DC . W trójkącie równoramiennym kąty przy podstawie mają równą miarę, zatem kąt DCA (lub też DCS) ma miarę:

$$|\angle DCA| = (180^\circ - 140^\circ) : 2, |\angle DCA| = 40^\circ : 2, |\angle DCA| = 20^\circ$$

Zdanie jest więc fałszem.

Krok 2. Ocena prawdziwości drugiego zdania.

Korzystając z własności kątów przyległych możemy zapisać, że:

$$|\angle ASD| = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

Trójkąt ADS jest także trójkątem równoramiennym o podstawie AD , zatem kąty przy podstawie (w tym interesujący nas kąt DAC) ma miarę:

$$|\angle DAC| = (180^\circ - 40^\circ) : 2, |\angle DAC| = 140^\circ : 2, |\angle DAC| = 70^\circ$$

Zdanie jest więc prawdą.

Zadanie 14

0-1 pkt

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Liczba $a = \sqrt{125} - 1$ jest $\boxed{A}$ / $\boxed{B}$. Liczba $b = 4\sqrt{6} - 10$ jest $\boxed{C}$ / $\boxed{D}$.

Odpowiedź: B (większa od 10), C (ujemna)

Krok 1. Rozwiązanie pierwszej części zadania.

Wiemy, że $\sqrt{121} = 11$. To oznacza, że $\sqrt{125} > 11$, czyli wartość wyrażenia $\sqrt{125} - 1$ jest nieco większa od 10.

Krok 2. Rozwiązanie drugiej części zadania.

Warto zauważyć, że $2,5 \cdot 2,5 = 6,25$. Skoro tak, to $\sqrt{6}$ jest nieco mniejsze od 2,5, a to oznacza, że $4\sqrt{6}$ jest nieco mniejsze od 10. Wynika z tego, że wyrażenie $4\sqrt{6} - 10$ daje ujemny wynik.

Zadanie 15

0-1 pkt

Punkt $S = (3, 2)$ jest środkiem odcinka AB , w którym $A = (5, 5)$. Punkt B ma współrzędne:

Odpowiedź: D ((1, -1))

Skorzystamy ze wzorów na współrzędne środka odcinka:

$$x_S = \frac{x_A + x_B}{2}, \quad y_S = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Z treści zadania wiemy, że:

$$x_S = 3$$

$$y_S = 2$$

$$x_A = 5$$

$$y_A = 5$$

Podstawiając te dane do wzorów wyznaczmy współrzędne punktu $B = (x_B; y_B)$.

$$3 = \frac{5 + x_B}{2}, \quad 6 = 5 + x_B, \quad x_B = 1$$

$$2 = \frac{5 + y_B}{2}, \quad 4 = 5 + y_B, \quad y_B = -1$$

Zatem nasz punkt B ma współrzędne $B = (1; -1)$.

Zadanie 16

0–1 pkt

Jedną ścianę drewnianego sześciianu pomalowano na czerwono, a pozostałe – na biało. Ten sześciian rozcięto na 27 jednakowych sześcianów.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Tylko cztery małe sześciiany mają dokładnie jedną ścianę pomalowaną na biało.

Tylko cztery małe sześciiany mają trzy ściany pomalowane na biało.

Tylko cztery małe sześciiany mają dokładnie jedną ścianę pomalowaną na biało.

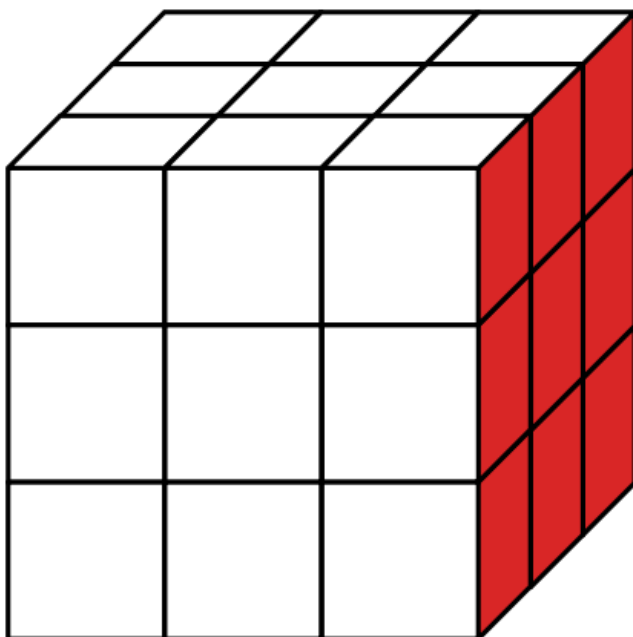
Prawda

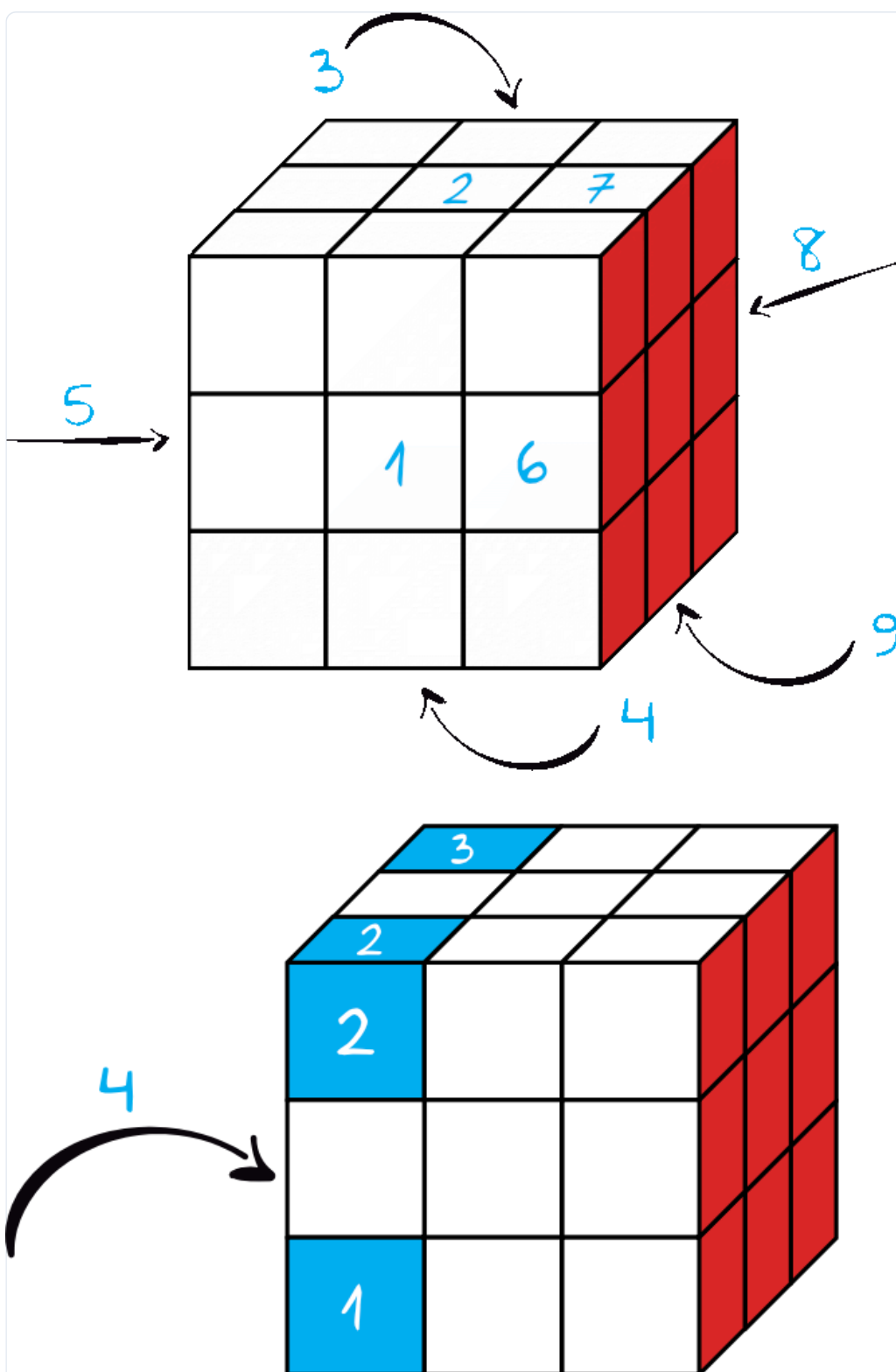
Fałsz

Tylko cztery małe sześciiany mają trzy ściany pomalowane na biało.

Prawda

Fałsz

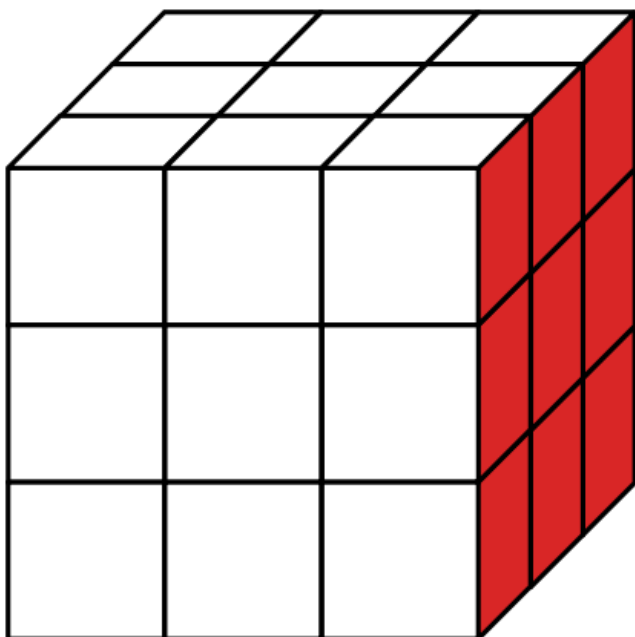




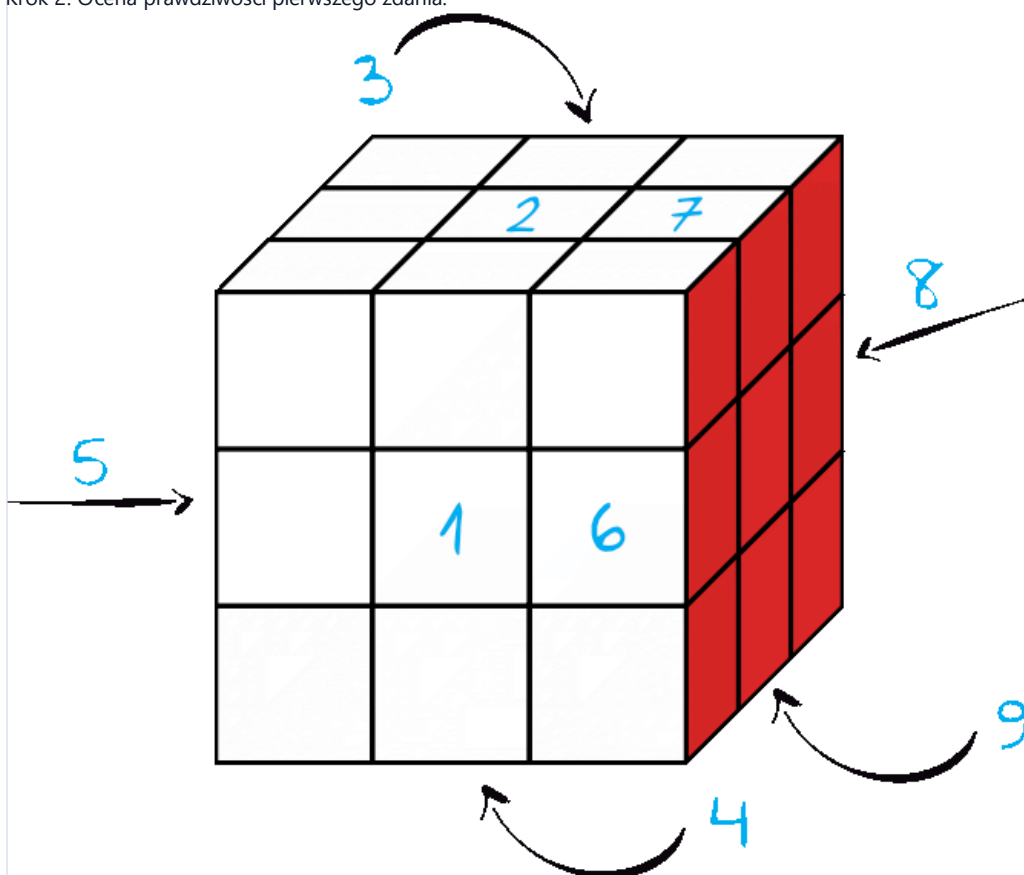
Odpowiedź: 1) FAŁSZ

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Sześcian po pomalowaniu i rozcięciu będzie wyglądał mniej więcej w ten sposób:



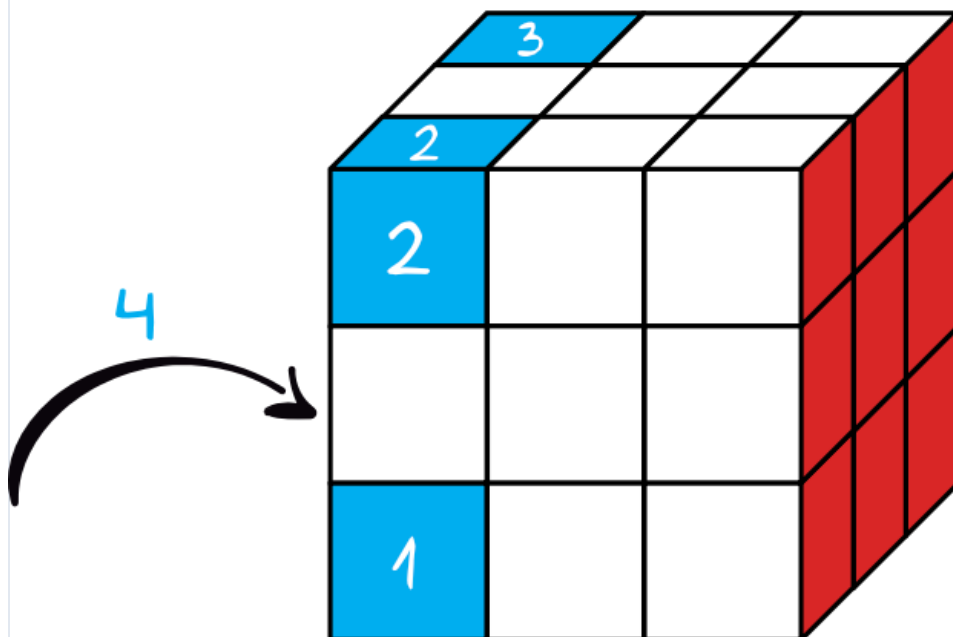
Krok 2. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.



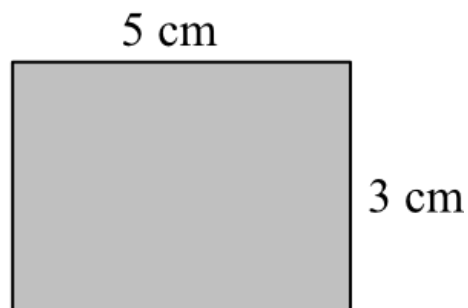
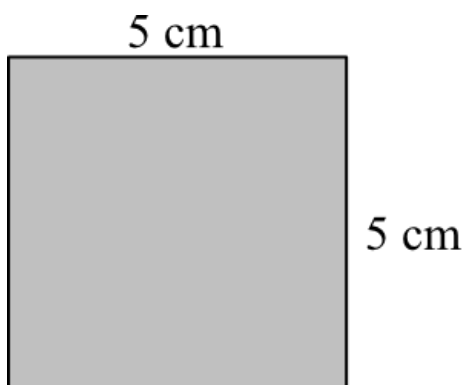
Przyglądając się rysunkowi widzimy, że to zdanie jest nieprawdą. Takich sześcianów jest dokładnie dziewięć. Pięć z nich (ponumerowanych od 1 do 5) to środkowe sześcianiki na każdej ze ścian. Cztery kolejne (z numerami od 6 do 9) to sześciany ze środkowych linii, które stykają się z czerwoną ścianą.

Krok 3. Ocena prawdziwości drugiego zdania.

To zdanie jest prawdą i będą to cztery sześciany znajdujące się w rogach, które nie mają czerwonej ściany:



Na rysunku przedstawiono dwie różne ściany prostopadłościanu. Jedna jest kwadratem o boku 5 cm , a druga – prostokątem o bokach 3 cm i 5 cm .

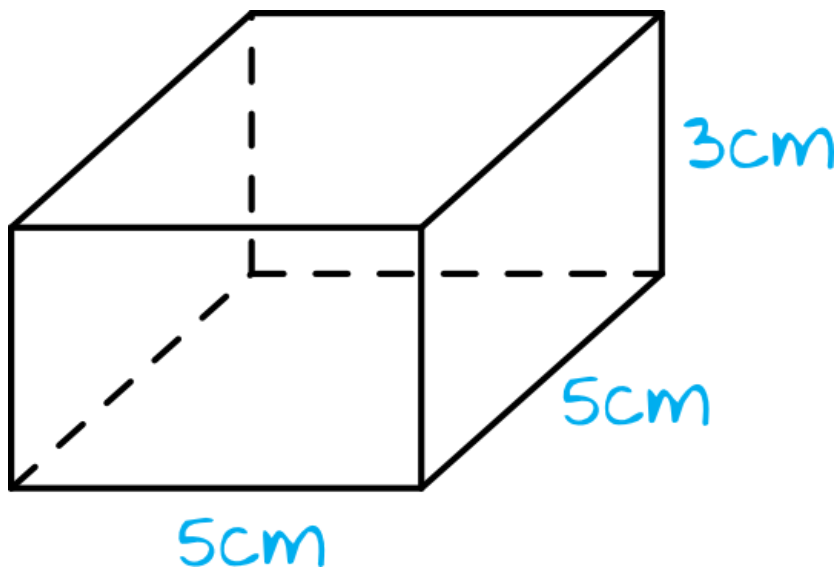


Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu o takich wymiarach.

Odpowiedź: Suma długości wszyst

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Spróbujmy sobie naszkicować nasz prostopadłościan, łatwiej nam będzie wtedy wykonać obliczenia:



Krok 2. Obliczenie długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu.

W naszym prostopadłościanie mamy 8 krawędzi po 5cm (podstawa dolna i górna) oraz 4 krawędzie po 3cm (krawędzie boczne), zatem suma długości wszystkich krawędzi wyniesie:

$$8 \cdot 5\text{cm} + 4 \cdot 3\text{cm} = 40\text{cm} + 12\text{cm} = 52\text{cm}$$

Zadanie 18

0-2 pkt

Ania i Jarek grali w kamieniu. Na początku gry kamienie układa się w dwóch stosach. Następnie gracze wykonują ruchy na przemian. Ruch w grze polega na wzięciu dowolnej liczby kamieni tylko z jednego ze stosów. Przegrywa ten, kto nie może już wykonać ruchu. Na pewnym etapie gry pierwszy stos zmalał do jednego kamienia, a na drugim znajdowały się trzy kamienie. Ruch miała wykonać Ania. Uzasadnij, że aby zagwarantować sobie wygraną, Ania musiała wziąć dwa kamienie z drugiego stosu.

Odpowiedź: Uzasadniono pokazują

Krok 1. Omówienie zwycięskiej strategii.

Zasady zabawy można streścić w jednym zdaniu - wygrywa osoba, która weźmie ostatni kamień. Kiedy Ania weźmie dwa kamienie z drugiego stosu to doprowadzi do sytuacji w której w pierwszym i drugim stosie będzie dokładnie jeden kamień. Skoro tak, to Jarek zgodnie z regułami gry nie będzie miał wyjścia i będzie musiał wziąć jeden kamień (z pierwszego lub drugiego stosu). To sprawi, że przed ruchem Ani zostanie wtedy tylko jeden ostatni kamień w grze i to ona zabierając go wygra tę rywalizację.

Krok 2. Omówienie pozostałych wariantów rozgrywki.

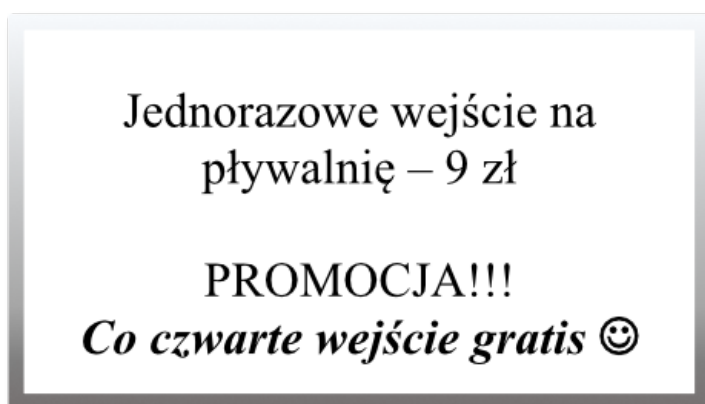
Opisana powyżej strategia jest jedyną wygrywającą (albo inaczej ujmując: jedyną w której Ania nie musi liczyć na błąd Jarka). Jak wyglądałaby gra w innych przypadkach?

Gdyby Ania wzięła jeden (ostatni) kamień z pierwszego stosu, to przed swoim ruchem Jarek miałby trzy kamienie na stosie drugim i wtedy to on zabierając trzy kamienie wygrałby grę.

Gdyby Ania wzięła jeden kamień z drugiego stosu, to Jarek biorąc kolejny kamień z drugiego stosu doprowadzi do sytuacji w której mamy po jednym kamieniu na obu stosach i ruch Ani. Wtedy Ania weźmie jeden kamień (nie ma wyjścia), a Jarek weźmie ostatni kamień.

Gdyby Ania wzięła trzy (czyli wszystkie) kamienie z drugiego stosu, to Jarek weźmie ostatni kamień z pierwszego stosu zapewniając sobie tym samym zwycięstwo.

Na pływalni w marcu obowiązywała promocja.



Wojtek był w marcu codziennie jeden raz na pływalni i wykorzystał wszystkie ulgi promocyjne. Ile kosztowało go korzystanie z pływalni w marcu?

Odpowiedź: Wojtek zapłacił 216 zł

Krok 1. Ustalenie liczby dni z bezpłatnymi wyjściami na basen.

Marzec ma 31 dni. Skoro co czwarty dzień Wojtek pływał za darmo, to takich bezpłatnych wyjść na basen miał dokładnie 7:

4 marca
8 marca
12 marca
16 marca
20 marca
24 marca
28 marca

Krok 2. Ustalenie liczby płatnych wyjść na basen.

Wojtek był na basenie 31 razy, z czego 7 wyjść miał bezpłatnych. To oznacza, że płatnych wyjść miał:

$$31 - 7 = 24$$

Krok 3. Obliczenie wydatków.

Skoro każde płatne wejście kosztuje 9 zł, a Wojtek miał takich wyjść 24, to przez cały marzec zapłacił za nie:

$$24 \cdot 9 \text{ zł} = 216 \text{ zł}$$

Trener chce zamówić 25 nowych piłek do tenisa. Piłki wybranej firmy sprzedawane są w opakowaniach po 3 sztuki albo po 4 sztuki. Ile opakowań każdego rodzaju powinien zamówić trener, aby mieć dokładnie 25 nowych piłek? Podaj wszystkie możliwości.

Odpowiedź: Trener powinien zamówić

Możemy sobie rozpisać wszystkie możliwości i sprawdzić które rozwiązania będą spełniać warunki naszego zadania: Jeżeli kupimy 0 małych opakowań, to dużych musimy kupić $25 : 4 = 6, 25$.

Jeżeli kupimy 1 małe opakowanie (3 piłki), to dużych musimy kupić $22 : 4 = 5, 5$.

Jeżeli kupimy 2 małe opakowania (6 piłek), to dużych musimy kupić $19 : 4 = 4, 75$.

Jeżeli kupimy 3 małe opakowania (9 piłek), to dużych musimy kupić $16 : 4 = 4$.

Jeżeli kupimy 4 małe opakowania (12 piłek), to dużych musimy kupić $13 : 4 = 3, 25$.

Jeżeli kupimy 5 małe opakowania (15 piłek), to dużych musimy kupić $10 : 4 = 2, 5$.

Jeżeli kupimy 6 małe opakowania (18 piłek), to dużych musimy kupić $7 : 4 = 1, 75$.

Jeżeli kupimy 7 małe opakowania (21 piłek), to dużych musimy kupić $4 : 4 = 1$.

Jeżeli kupimy 8 małe opakowania (24 piłki), to dużych musimy kupić $1 : 4 = \frac{1}{4}$.

Interesują nas tylko te przypadki w których otrzymaliśmy całkowitą liczbę dużych opakowań, czyli są dwie możliwości zakupu 25 piłek:

3 małe opakowania oraz 4 duże

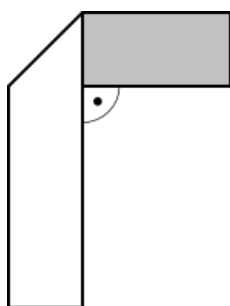
7 małych opakowań oraz 1 duże

Do zadania można też było podejść nieco sprytniej. Wystarczyło zauważyć, że małych opakowań musi być nieparzysta ilość, bo tylko wtedy uda nam się zakupić łącznie nieparzystą ilość piłek. Dostrzegając tę rzecz mogliśmy pominąć sprawdzanie przypadków z parzystą ilością małych opakowań.

Zadanie 21

0-3 pkt

Prostokątny pasek papieru o wymiarach 12cm na 2cm jest z jednej strony biały, a z drugiej – szary. Ten pasek złożono w sposób pokazany na rysunku.



Pole widocznej szarej części paska jest równe 8cm^2 . Jakie pole ma widoczna biała część paska?

Odpowiedź: Pole widocznej białej

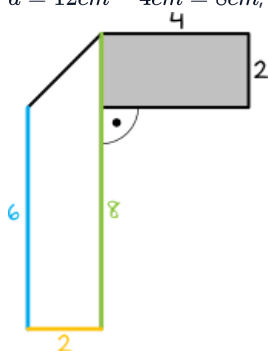
Krok 1. Wyznaczenie wymiarów szarej części paska.

Szara część jest prostokątem. O tym prostokącie wiemy, że ma wysokość 2cm i że ma pole 8cm^2 , czyli długość tego prostokąta wynosi:

$$a \cdot 2\text{cm} = 8\text{cm}^2, a = 4\text{cm}$$

Krok 2. Obliczenie pola powierzchni białej części paska.

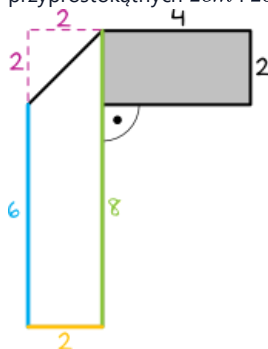
Biała część paska jest trapezem, w którym wysokość ma miarę $h = 2\text{cm}$, dłuższa podstawa ma miarę $a = 12\text{cm} - 4\text{cm} = 8\text{cm}$, natomiast krótsza podstawa ma $b = 8\text{cm} - 2\text{cm} = 6\text{cm}$.



Pole tej figury będzie zatem równe:

$$P = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h, P = \frac{1}{2} \cdot (8\text{cm} + 6\text{cm}) \cdot 2\text{cm}, P = \frac{1}{2} \cdot 14\text{cm} \cdot 2\text{cm}, P = 14\text{cm}^2$$

Jeżeli nie dostrzeżliśmy tego, że jest to trapez to mogliśmy też zauważyć że nasza biała część ma pole powierzchni równe powierzchni prostokąta o wymiarach $8\text{cm} \times 2\text{cm}$, pomniejszonego o trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 2cm i 2cm (patrz rysunek):



Wtedy:

$$P = P_{\text{prostokąta}} - P_{\text{trójkąta}}, P = 8\text{cm} \cdot 2\text{cm} - \frac{1}{2} \cdot 2\text{cm} \cdot 2\text{cm}, P = 16\text{cm}^2 - 2\text{cm}^2, P = 14\text{cm}^2$$

Zadanie 22

0-4 pkt

W wypożyczalni Gierka za wypożyczenie gry planszowej trzeba zapłacić 8zł za 3 dni i dodatkowo po 2,50zł za każdy kolejny dzień wypożyczenia. Natomiast w wypożyczalni Planszówka płaci się 12zł za 3 dni i po 2zł za każdy kolejny dzień. Przy jakiej liczbie dni koszty wypożyczenia tej gry w jednej i drugiej wypożyczalni są jednakowe?

Odpowiedź: Koszt wypożyczenia t

Możemy dojść do rozwiązania obliczając koszty wypożyczenia dla każdego poszczególnego dnia, natomiast najlepiej jest rozwiązać to zadanie układając proste równanie.

Krok 1. Wprowadzenie oznaczeń i ułożenie równania.

x - liczba dni powyżej trzeciego dnia

$8 + 2,5x$ - łączna kwota za wypożyczenie gry w Gierce

$12 + 2x$ - łączna kwota za wypożyczenie gry w Planszówce

Naszym zadaniem jest sprawdzenie kiedy koszt wypożyczenia gry będzie jednakowy, czyli kiedy wartości $8 + 2,5x$ oraz $12 + 2x$ się zrównają, czyli kiedy:

$$8 + 2,5x = 12 + 2x$$

Krok 2. Rozwiązanie powstałego równania.

$$8 + 2,5x = 12 + 2x, 0,5x = 4, x = 8$$

Krok 3. Interpretacja otrzymanego wyniku.

Patrząc się na oznaczenia nasz x oznacza, że koszty wypożyczenia zrównają się po ośmiu dniach powyżej trzeciego dnia, czyli będzie to dzień jedenasty.