

Rodzaj dokumentu:	Zasady oceniania rozwiązań zadań
Egzamin:	Egzamin ósmoklasisty
Przedmiot:	Matematyka
Formy arkusza:	OMAP-100-2405 (wersje arkusza X i Y) OMAP-200-2405 OMAP-400-2405 OMAP-C00-2405 OMAP-K00-2405 OMAU-C00-2405
Termin egzaminu:	15 maja 2024 r.
Data publikacji dokumentu:	21 czerwca 2024 r.

Zadanie 1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024 ¹	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach za pomocą [...] diagramów słupkowych [...]. VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 2) w przypadkach osadzonych w kontekście praktycznym oblicza procent danej wielkości [...]; 3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

PP

Rozwiązanie – wersja Y²

PP

Zadanie 2. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 2. Weryfikowanie i interpretowanie otrzymanych wyników oraz ocena sensowności rozwiązania.	IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 5) przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej, a liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

B

Rozwiązanie – wersja Y

C

¹ Rozporządzenie Ministra Edukacji i Nauki z dnia 15 lipca 2022 r. w sprawie wymagań egzaminacyjnych dla egzaminu ósmoklasisty przeprowadzanego w roku szkolnym 2022/2023 i 2023/2024 (Dz.U. 2022 poz. 1591).

² Odpowiedzi w wersji Y dotyczą wyłącznie arkusza OMAP-100-2405.

Zadanie 3. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 2) oblicza średnią arytmetyczną kilku liczb.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

PF

Rozwiązanie – wersja Y

PF

Zadanie 4. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystywanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 12) porównuje ułamki (zwykłe [...]). V. Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych. Uczeń: 1) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli ułamki zwykłe o mianownikach jedno- lub dwucyfrowych [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

AC

Rozwiązanie – wersja Y

BD

Zadanie 5. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XVII. Wielokąty. Uczeń: 7) oblicza miary kątów, stosując przy tym poznane własności kątów i wielokątów.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

A

Rozwiązanie – wersja Y

D

Zadanie 6. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych (np. pól figur) i fizycznych (np. dotyczących prędkości, drogi i czasu).

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

C

Rozwiązanie – wersja Y

B

Zadanie 7. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	VII. Potęgi o podstawach wymiernych. Uczeń: 2) mnoży i dzieli potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich; 4) podnosi potęgę do potęgi.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

PP

Rozwiązanie – wersja Y

PP

Zadanie 8. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XX. Wprowadzenie do kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. Uczeń: 2) przeprowadza proste doświadczenia losowe [...] i oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniach losowych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

C

Rozwiązanie – wersja Y

B

Zadanie 9. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.	X. Przekształcanie wyrażeń algebraicznych. Sumy algebraiczne i działania na nich. Uczeń: 3) mnoży sumy algebraiczne przez jednomian i dodaje wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez jednomiany.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

D

Rozwiązanie – wersja Y

A

Zadanie 10. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
I. Sprawność rachunkowa. 1. Wykonywanie nieskomplikowanych obliczeń w pamięci lub w działaniach trudniejszych pisemnie oraz wykorzystywanie tych umiejętności w sytuacjach praktycznych.	VI. Obliczenia praktyczne. Uczeń: 3) wykonuje proste obliczenia zegarowe na godzinach, minutach [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

D

Rozwiązanie – wersja Y

D

Zadanie 11. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 1. Odczytywanie i interpretowanie danych przedstawionych w różnej formie oraz ich przetwarzanie.	XIII. Proporcjonalność prosta. Uczeń: 2) wyznacza wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej [...]. XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, za pomocą [...] wykresów [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

PF

Rozwiązanie – wersja Y

FP

Zadanie 12. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 2. Interpretowanie i tworzenie tekstów o charakterze matematycznym oraz graficzne przedstawianie danych.	XVIII. Oś liczbowa. Układ współrzędnych na płaszczyźnie. Uczeń: 1) znajduje współrzędne danych [...] punktów kratowych w układzie współrzędnych na płaszczyźnie.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

A

Rozwiązanie – wersja Y

A

Zadanie 13. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii i formułowanie wniosków na ich podstawie.	IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i z wieloma zmiennymi. Uczeń: 4) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkośćmi liczbowymi i zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych. XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 2) zna najważniejsze własności kwadratu, prostokąta [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

B

Rozwiązanie – wersja Y

C

Zadanie 14. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	XVII. Wielokąty. Uczeń: 5) stosuje wzory na pole trójkąta [...] przedstawionych[ego] na rysunku oraz w sytuacjach praktycznych [...].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

PP

Rozwiązanie – wersja Y

PP

Zadanie 15. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	IX. Tworzenie wyrażeń algebraicznych z jedną i wieloma zmiennymi. Uczeń: 4) stosuje oznaczenia literowe nieznanymi wielkości liczbowych i zapisuje zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych. XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 6) oblicza [...] pola powierzchni ostrosłupów prawidłowych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie – wersja X

BC

Rozwiązanie – wersja Y

AD

ZADANIA OTWARTE

Uwagi ogólne

- Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne, spełniające warunki zadania.
- Za rozwiązanie zadania na danym etapie uczeń może otrzymać punkty tylko wtedy, gdy przedstawia poprawne sposoby rozwiązania na wszystkich wcześniejszych etapach.
- Jeżeli na dowolnym etapie rozwiązania zadania uczeń popełnia jeden lub więcej błędów rachunkowych (albo błąd przepisania wartości poprawnie zidentyfikowanej danej albo wartości z wcześniejszych etapów rozwiązania), ale stosuje poprawne sposoby rozwiązania i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca, to ocenę rozwiązania obniża się o 1 punkt.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i **nie wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to może uzyskać punkty tylko za wcześniejsze poprawne etapy rozwiązania.
- Jeżeli na pewnym etapie rozwiązania zadania uczeń podaje kilka sprzecznych ze sobą rozwiązań i **wskazuje**, które z nich należy uznać za poprawne, to zapisów w innych rozwiązaniach nie bierze się pod uwagę w ocenianiu.
- Jeżeli w zadaniach 16., 17., 18. i 19. uczeń podaje tylko poprawny końcowy wynik, to otrzymuje 0 punktów.
- W pracy ucznia uprawnionego do dostosowanych zasad oceniania dopuszcza się:
 1. lustrzane zapisywanie cyfr i liter (np. 6–9)
 2. gubienie liter, cyfr, nawiasów
 3. problemy z zapisywaniem przecinków w liczbach dziesiętnych
 4. błędy w zapisie działań pisemnych (dopuszczalne drobne błędy rachunkowe)
 5. luki w zapisie obliczeń – obliczenia pamięciowe
 6. uproszczony zapis równania i przekształcenie go w pamięci; brak opisu niewiadomych
 7. niekończenie wyrazów
 8. problemy z zapisywaniem jednostek (np. °C – OC)
 9. błędy w przepisywaniu
 10. chaotyczny zapis operacji matematycznych
 11. mylenie indeksów górnych i dolnych (np. $x^2 - x_2$, $m_2 - m^2$).
- Uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora może otrzymać punkty za rozwiązanie zadania na danym etapie tylko wtedy, gdy przedstawi poprawne sposoby rozwiązania.
- Jeżeli uczeń uprawniony do korzystania z kalkulatora zapisze poprawny sposób rozwiązania zadania, ale w wyniku końcowym zapisze błędną wartość liczbową, to traktujemy to jako błąd rachunkowy.

Zadanie 16. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 2. Dobieranie modelu matematycznego do prostej sytuacji oraz budowanie go w różnych kontekstach, także w kontekście praktycznym.	XXII. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje zdobytą wiedzę z zakresu arytmetyki [...] oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody. XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 4) rozwiązuje zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą [...]. IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń: 1) opisuje część danej całości za pomocą ułamka.

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie

- poprawny sposób obliczenia liczby elementów w jednym zestawie puzzli³, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy (600)
LUB
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla co najmniej dwóch różnych liczb elementów w jednym zestawie puzzli, w tym dla liczby 600 **oraz** wskazanie poprawnej liczby elementów w jednym zestawie puzzli (600),
LUB
- zastosowanie metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania tylko dla liczby 600 **oraz** wskazanie poprawnej liczby elementów w jednym zestawie puzzli (600).

1 punkt

- zapisanie poprawnego równania z jedną niewiadomą prowadzącego do obliczenia liczby elementów w jednym zestawie puzzli, np.

$$\frac{2}{5}x + \frac{1}{3}x = 440 \quad \text{lub zapisy równoważne}$$

albo

$$\frac{3}{5}x + \frac{2}{3}x = 2x - 440 \quad \text{lub zapisy równoważne}$$

LUB

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia liczby elementów w jednym zestawie puzzli z zastosowaniem własności wielkości wprost proporcjonalnych, np.

³ Dla arkusza OMAP-C00-2405 – pudełko puzzli.

$$\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right) \text{ to } 440 \text{ oraz } 1 \text{ to } x \text{ oraz } x = 440 : \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3}\right)$$

albo

$$\frac{11}{15} \text{ to } 440 \text{ oraz } \frac{4}{15} \text{ to } y \text{ oraz } \frac{11}{15} : \frac{4}{15} = 440 : y$$

albo

$$\frac{11}{15} \text{ to } 440 \text{ oraz } \frac{1}{15} \text{ to } \frac{440}{11},$$

LUB

- zastosowanie niepełnej metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla przyjętych co najmniej dwóch różnych liczb elementów w jednym zestawie puzzli **innych od liczby 600**,
LUB
- zastosowanie niepełnej metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla przyjętych co najmniej dwóch różnych liczb elementów w jednym zestawie puzzli w tym **dla liczby 600**, ale bez wskazania poprawnej liczby elementów w jednym zestawie puzzli,
LUB
- zastosowanie niepełnej metody prób i błędów – sprawdzenie wszystkich warunków zadania dla liczby 600 oraz kontynuacja rozwiązania zadania bez wskazania poprawnej liczby elementów w jednym zestawie puzzli.

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwagi

1. Jeżeli uczeń w wyniku zastosowania poprawnego sposobu rozwiązania zadania otrzymuje liczbę 600, a następnie kontynuuje rozwiązanie zadania i z rozwiązania zadania nie wynika, że liczba 600 jest liczbą elementów w jednym zestawie puzzli, to otrzymuje 1 punkt.
2. Jeżeli uczeń w prezentowanych sposobach rozwiązania zadania (np. określonych w kryterium za 1 punkt) posługuje się przybliżeniami ułamków zwykłych, to za rozwiązanie zadania otrzymuje 0 punktów.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty

I sposób

x – liczba elementów w jednym zestawie puzzli

$\frac{2}{5}x$ – liczba elementów, które ułożyła Ela

$\frac{1}{3}x$ – liczba elementów, które ułożyła Ania

Zapiszemy i rozwiążemy równanie prowadzące do obliczenia liczby elementów w jednym zestawie puzzli:

$$\frac{2}{5}x + \frac{1}{3}x = 440$$

$$\frac{11}{15}x = 440$$

$$x = 600$$

Odpowiedź: Jeden zestaw puzzli składa się z 600 elementów.

II sposób

Zapiszemy, jaką część zestawu puzzli ułożyły dziewczynki:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{11}{15}$$

Obliczymy, z ilu elementów składa się jeden zestaw puzzli:

$$\frac{11}{15} \text{ zestawu puzzli to } 440 \text{ elementów}$$

$$\frac{1}{15} \text{ zestawu puzzli to } 40 \text{ elementów}$$

$$\frac{15}{15} \text{ zestawu puzzli to } 600 \text{ elementów}$$

Odpowiedź: Jeden zestaw puzzli składa się z 600 elementów.

III sposób

Zapiszemy, jaką część zestawu puzzli ułożyły dziewczynki łącznie:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{11}{15}$$

Obliczymy, jaka część zestawu puzzli została do ułożenia:

$$1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$$

zatem

$$\frac{11}{15} \text{ zestawu puzzli to } 440 \text{ elementów, więc } \frac{4}{15} \text{ zestawu puzzli to } 160 \text{ elementów}$$

Obliczymy, z ilu elementów składa się jeden zestaw puzzli:

$$440 + 160 = 600$$

Odpowiedź: Jeden zestaw puzzli składa się z 600 elementów.

IV sposób

Metoda prób i błędów

	Liczba elementów w jednym zestawie puzzli		
	300	600	900
Liczba elementów ułożonych przez Elę	$\frac{2}{5} \cdot 300 = 120$	$\frac{2}{5} \cdot 600 = 240$	$\frac{2}{5} \cdot 900 = 360$
Liczba elementów ułożonych przez Anię	$\frac{1}{3} \cdot 300 = 100$	$\frac{1}{3} \cdot 600 = 200$	$\frac{1}{3} \cdot 900 = 300$
Łączna liczba elementów, które ułożyły dziewczynki	220	440	660
Wniosek	$220 < 440$ (za mało)	$440 = 440$ (dobrze)	$660 > 440$ (za dużo)

Odpowiedź: Jeden zestaw puzzli składa się z 600 elementów.

Zadanie 17. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Rozumowanie i argumentacja. 3. Stosowanie strategii wynikającej z treści zadania, tworzenie strategii rozwiązania problemu, również w rozwiązaniach wieloetapowych oraz w takich, które wymagają umiejętności łączenia wiedzy z różnych działów matematyki.	XVI. Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie. Uczeń: 4) zna i stosuje własności trójkątów równoramiennych (równość kątów przy podstawie); 6) zna i stosuje w sytuacjach praktycznych twierdzenie Pitagorasa (bez twierdzenia odwrotnego). XVII. Wielokąty. Uczeń: 5) stosuje wzory na pole [...] trapezu [...] przedstawionych[ego] na rysunku [...].

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie

poprawny sposób obliczenia pola trapezu $ABCE$, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką (650 cm^2).

2 punkty

- zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do obliczenia długości odcinka AE **oraz** wskazanie równości długości odcinków AE i EC z wykorzystaniem własności trójkąta równoramiennego **oraz** poprawny sposób obliczenia długości odcinka AB , np. zapisanie $|AE|^2 = 15^2 + 20^2$ **oraz** $|AE| = |EC|$ **oraz** $15 + |EC| = |AB|$
LUB

- zapisanie, że długość odcinka AE jest równa 25 cm **oraz** zapisanie, że długość odcinka AB jest równa 40 cm (np. na rysunku) bez przedstawienia sposobów ich obliczenia,
LUB
- zapisanie wzoru na pole trapezu zgodnie z oznaczeniami z uwzględnieniem zależności między długościami podstaw **oraz** zastosowanie twierdzenia Pitagorasa do obliczenia długości odcinka AE , np.

$$P_{ABCE} = \frac{1}{2}(|EC| + |EC| + 15) \cdot 20 \quad \text{oraz} \quad |AE|^2 = 15^2 + 20^2,$$

LUB

- zapisanie wzoru na pole trapezu zgodnie z oznaczeniami z uwzględnieniem zależności między długościami podstaw **oraz** wskazanie równości długości odcinków AE i EC z wykorzystaniem własności trójkąta równoramiennego, np.

$$P_{ABCE} = \frac{1}{2}(|EC| + |EC| + 15) \cdot 20 \quad \text{oraz} \quad |AE| = |EC|,$$

LUB

- zapisanie wzoru na pole prostokąta $ABCD$ (albo prostokąta o bokach EC i CB) zgodnie z oznaczeniami **oraz** zastosowanie twierdzenia Pitagorasa dla trójkąta AED **oraz** poprawny sposób obliczenia pola trójkąta AED ,
LUB
- zapisanie wzoru na pole prostokąta $ABCD$ (albo prostokąta o bokach EC i CB) zgodnie z oznaczeniami **oraz** wskazanie równości długości odcinków AE i EC z wykorzystaniem własności trójkąta równoramiennego **oraz** poprawny sposób obliczenia pola trójkąta AED .

1 punkt

- poprawny sposób obliczenia długości odcinka AE , czyli poprawne zastosowanie twierdzenia Pitagorasa, np. zapisanie
 $|AE|^2 = 15^2 + 20^2$
LUB
- zapisanie, że długość odcinka AE jest równa 25 cm (np. na rysunku) bez przedstawienia sposobu jej obliczenia,
LUB
- wskazanie równości długości odcinków AE i EC z wykorzystaniem własności trójkąta równoramiennego, np. zapisanie
 $|AE| = |EC|$,
LUB
- zapisanie wzoru na pole trapezu zgodnie z oznaczeniami z uwzględnieniem zależności między długościami podstaw, np.
 $P_{ABCE} = \frac{1}{2}(|EC| + |EC| + 15) \cdot 20$ lub zapisy równoważne,
LUB
- zapisanie zgodnie z oznaczeniami, że pole trapezu jest sumą pola trójkąta prostokątnego przystającego do trójkąta AED i pola prostokąta o bokach EC oraz CB ,
LUB

- zapisanie zgodnie z oznaczeniami, że pole trapezu jest różnicą pola prostokąta $ABCD$ i pola trójkąta prostokątnego AED , np.

$$P_{ABCE} = P_{ABCD} - P_{AED}.$$

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwagi

1. Brak jednostki lub zapisanie niewłaściwej jednostki w wyniku końcowym traktuje się jako błąd rachunkowy.
2. Jeżeli uczeń bez wyznaczenia długości odcinka AE przyjmuje, że długości podstaw trapezu są równe 40 cm i 25 cm oraz konsekwentnie do tego założenia stosuje poprawny wzór na pole trapezu, nie popełnia błędów rachunkowych i zapisuje wynik z prawidłową jednostką (650 cm^2), to otrzymuje 1 punkt.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Obliczymy długość przeciwprostokątnej AE trójkąta AED :

$$|AE|^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$$

$$|AE| = 25 \text{ (cm)}$$

Trójkąt ACE jest równoramienny (kąty przy podstawie AC mają taką samą miarę α), zatem:

$$|AE| = |EC|$$

$$|EC| = 25 \text{ (cm)}$$

Obliczymy długość boku AB prostokąta $ABCD$:

$$|AB| = 15 + 25 = 40 \text{ (cm)}$$

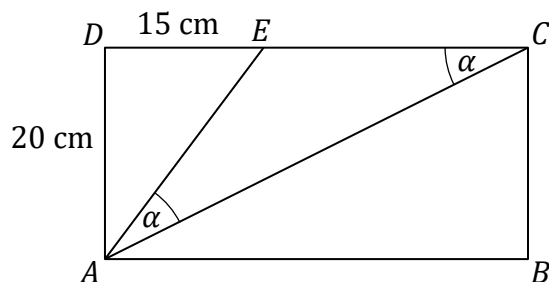
Obliczymy pole trapezu $ABCE$:

$$P = \frac{1}{2} \cdot (25 + 40) \cdot 20 = 650 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole trapezu $ABCE$ jest równe 650 cm^2 .

II sposób

Prostokąt $ABCD$ jest podzielony na trzy trójkąty: AED , ACE , ABC .



Trójkąt AED jest prostokątny.

Obliczymy długość przeciwprostokątnej AE trójkąta AED :

$$|AE|^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$$

$$|AE| = 25 \text{ (cm)}$$

Trójkąt ACE jest równoramienny (kąty przy podstawie AC mają taką samą miarę α), zatem:

$$|AE| = |EC|$$

$$|EC| = 25 \text{ (cm)}$$

Zauważymy, że długość podstawy AB trapezu jest równa sumie $|EC| + 15 \text{ (cm)}$:

$$|AB| = |EC| + 15 \text{ (cm)}$$

Obliczymy pole trapezu $ABCE$:

$$P_{ABCE} = \frac{1}{2}(|EC| + |EC| + 15) \cdot 20$$

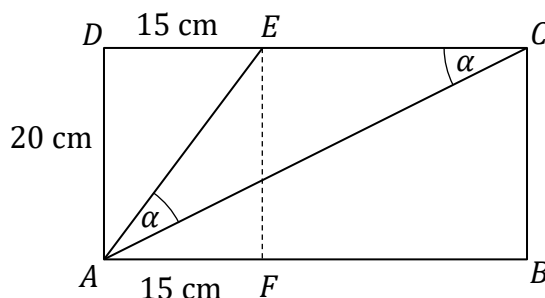
$$P_{ABCE} = \frac{1}{2}(25 + 25 + 15) \cdot 20$$

$$P_{ABCE} = \frac{1}{2} \cdot 65 \cdot 20 = 650 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole trapezu $ABCE$ jest równe 650 cm^2 .

III sposób

W prostokącie $ABCD$ z punktu E poprowadzimy odcinek EF prostopadły do boku AB .



Zauważmy, że trójkąty AED oraz EAF są przystające.

Obliczmy pole trójkąta EAF :

$$P_{EAF} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 20 = 150 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczmy długość przeciwprostokątnej AE :

$$|AE|^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$$

$$|AE| = 25 \text{ (cm)}$$

W trójkącie ACE kąty przy podstawie AC mają taką samą miarę α , więc jest on trójkątem równoramiennym, zatem:

$$|AE| = |EC|$$

$$|EC| = 25 \text{ (cm)}$$

Obliczmy pole prostokąta $FBCE$:

$$P_{FBCE} = |EC| \cdot |CB|$$

$$P_{FBCE} = 25 \cdot 20 = 500 \text{ (cm}^2\text{)}$$

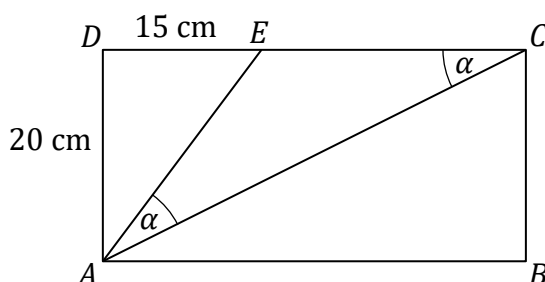
Pole trapezu $ABCE$ jest sumą pola prostokąta $FBCE$ i pola trójkąta prostokątnego EAF :

$$P_{ABCE} = P_{FBCE} + P_{EAF}$$

$$P_{ABCE} = 500 + 150 = 650 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole trapezu $ABCE$ jest równe 650 cm^2 .

IV sposób



Trójkąt AED jest prostokątny.

Obliczymy długość przeciwprostokątnej AE trójkąta AED :

$$|AE|^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$$

$$|AE| = 25 \text{ (cm)}$$

Trójkąt ACE jest równoramienny (kąty przy podstawie AC mają taką samą miarę α), zatem:

$$|AE| = |EC|$$

$$|EC| = 25 \text{ (cm)}$$

Długość boku AB prostokąta jest równa sumie $|EC| + 15 \text{ (cm)}$:

$$|AB| = |EC| + 15 \text{ (cm)}$$

$$|AB| = 25 + 15 = 40 \text{ (cm)}$$

Zauważymy, że pole trapezu $ABCE$ jest różnicą pola prostokąta $ABCD$ i pola trójkąta prostokątnego AED :

$$P_{ABCE} = P_{ABCD} - P_{AED}$$

Obliczymy pole prostokąta $ABCD$:

$$P_{ABCD} = |AD| \cdot |AB|$$

$$P_{ABCD} = 20 \cdot 40 = 800 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Obliczymy pole trójkąta AED :

$$P_{AED} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 20 = 150 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Pole trapezu $ABCE$ jest równe:

$$P_{ABCE} = 800 - 150 = 650 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Odpowiedź: Pole trapezu $ABCE$ jest równe 650 cm^2 .

Zadanie 18. (0–3)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Wykorzystanie i tworzenie informacji. 3. Używanie języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.	XXI. Odczytywanie danych i elementy statystyki opisowej. Uczeń: 1) odczytuje i interpretuje dane przedstawione w tekstach, za pomocą tabel [...]. XXII. Zadania tekstowe. Uczeń: 5) do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym stosuje zdobytą wiedzę z zakresu arytmetyki [...] oraz nabyte umiejętności rachunkowe, a także własne poprawne metody.

Zasady oceniania

3 punkty – pełne rozwiązanie

zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia kwoty otrzymanej ze sprzedaży wszystkich truskawek, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy (2472 zł).

2 punkty

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **kwot** otrzymanych ze sprzedaży truskawek w co najmniej dwóch rodzajach opakowań, np.

$$0,5 \cdot 120 \cdot 18 \quad \text{oraz} \quad 10\% \cdot 120 : 0,5 \cdot 10$$

albo

$$0,5 \cdot 120 \cdot 18 \quad \text{oraz} \quad 40\% \cdot 120 : 0,25 \cdot 6$$

albo

$$10\% \cdot 120 : 0,5 \cdot 10 \quad \text{oraz} \quad 40\% \cdot 120 : 0,25 \cdot 6$$

LUB

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **liczb** średnich i małych opakowań z truskawkami **oraz** zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **kwoty** otrzymanej ze sprzedaży truskawek w co najmniej jednym rodzaju opakowania, np.

$$(10\% \cdot 120 : 0,5 \quad \text{oraz} \quad 40\% \cdot 120 : 0,25) \quad \text{oraz} \quad 0,5 \cdot 120 \cdot 18$$

albo

$$(10\% \cdot 120 : 0,5 \quad \text{oraz} \quad 40\% \cdot 120 : 0,25) \quad \text{oraz} \quad 10\% \cdot 120 : 0,5 \cdot 10$$

albo

$$(10\% \cdot 120 : 0,5 \quad \text{oraz} \quad 40\% \cdot 120 : 0,25) \quad \text{oraz} \quad 40\% \cdot 120 : 0,25 \cdot 6,$$

LUB

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **mas** truskawek sprzedanych we wszystkich rodzajach opakowań **oraz** zapisanie poprawnych

wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **cen** 1 kg truskawek sprzedawanych w średnich i małych opakowaniach, np.

$$\left(\frac{1}{2} \cdot 120 \quad \text{oraz} \quad 10\% \cdot 120 \quad \text{oraz} \quad 40\% \cdot 120\right) \quad \text{oraz} \quad (2 \cdot 10 \quad \text{oraz} \quad 4 \cdot 6).$$

1 punkt

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **mas** truskawek sprzedanych w co najmniej dwóch rodzajach opakowań, np.

$$\frac{1}{2} \cdot 120 \quad \text{oraz} \quad 10\% \cdot 120$$

albo

$$\frac{1}{2} \cdot 120 \quad \text{oraz} \quad 40\% \cdot 120$$

albo

$$10\% \cdot 120 \quad \text{oraz} \quad 40\% \cdot 120$$

lub

zapisanie masy truskawek w dużych opakowaniach (60 kg) **oraz** w średnich opakowaniach (12 kg) **oraz** w małych opakowaniach (48 kg) bez przedstawienia sposobów ich obliczenia

LUB

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **kwoty** otrzymanej ze sprzedaży truskawek w dużych opakowaniach, np.

$$\frac{1}{2} \cdot 120 \cdot 18,$$

LUB

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **liczby** średnich albo małych opakowań, np.

$$10\% \cdot 120 : 0,5 \quad \text{lub} \quad 0,1 \cdot 120 \cdot 2$$

albo

$$40\% \cdot 120 : 0,25 \quad \text{lub} \quad 0,4 \cdot 120 \cdot 4,$$

LUB

- zapisanie poprawnych wyrażeń arytmetycznych prowadzących do obliczenia **cen** 1 kg truskawek, sprzedawanych w średnich **oraz** małych opakowaniach, np.

$$\text{średnie: } 2 \cdot 10 \quad \text{oraz} \quad \text{małe: } 4 \cdot 6$$

lub

zapisanie ceny 1 kg truskawek w średnich opakowaniach (20 zł) **oraz** ceny 1 kg truskawek w małych opakowaniach (24 zł) bez przedstawienia sposobów ich obliczenia.

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwagi

1. Nie ocenia się stosowania jednostki.
2. Jeżeli uczeń do wyznaczenia masy truskawek w małych (średnich) opakowaniach wykorzystuje błędnie obliczoną masę truskawek w średnich (małych) opakowaniach i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie zadania do końca
 - a) bez błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.
 - b) z błędami rachunkowymi, to otrzymuje 1 punkt.
3. Jeżeli uczeń poprawnie oblicza masy truskawek sprzedawanych w średnich i w małych opakowaniach, a do obliczenia kwot otrzymanych z ich sprzedaży zamienia ze sobą te masy i konsekwentnie doprowadza rozwiązanie do końca
 - a) bez błędów rachunkowych, to otrzymuje 2 punkty.
 - b) z błędami rachunkowymi, to otrzymuje 1 punkt.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 3 punkty

I sposób

Masa truskawek sprzedanych w dużych, średnich i małych opakowaniach:

duże $50\% \cdot 120 = 60$ (kg)

średnie $10\% \cdot 120 = 12$ (kg)

małe $40\% \cdot 120 = 48$ (kg)

Liczba poszczególnych opakowań:

duże 60

średnie $12 \cdot 2 = 24$

małe $48 \cdot 4 = 192$

Kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek:

duże $60 \cdot 18 = 1080$ (zł)

średnie $24 \cdot 10 = 240$ (zł)

małe $192 \cdot 6 = 1152$ (zł)

Łączna kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek:

$$1080 + 240 + 1152 = 2472 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Pan Jan otrzymał ze sprzedaży truskawek 2472 zł.

II sposób

Kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek w dużych opakowaniach:

$$0,5 \cdot 120 \cdot 18 = 1080 \text{ (zł)}$$

Kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek w średnich opakowaniach:

$$10\% \cdot 120 \cdot 2 \cdot 10 = 240 \text{ (zł)}$$

Kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek w małych opakowaniach:

$$40\% \cdot 120 \cdot 4 \cdot 6 = 1152 \text{ (zł)}$$

Łączna kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek:

$$1080 + 240 + 1152 = 2472 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Pan Jan otrzymał ze sprzedaży truskawek 2472 zł.

III sposób

Masa truskawek sprzedanych w dużych, średnich i małych opakowaniach:

duże $0,5 \cdot 120 = 60 \text{ (kg)}$

średnie $10\% \cdot 120 = 12 \text{ (kg)}$

małe $40\% \cdot 120 = 48 \text{ (kg)}$

Cena za 1 kg truskawek w poszczególnych opakowaniach:

duże 18 (zł)

średnie $2 \cdot 10 = 20 \text{ (zł)}$

małe $4 \cdot 6 = 24 \text{ (zł)}$

Kwota otrzymana ze sprzedaży truskawek:

$$60 \cdot 18 + 12 \cdot 20 + 48 \cdot 24 = 1080 + 240 + 1152 = 2472 \text{ (zł)}$$

Odpowiedź: Pan Jan otrzymał ze sprzedaży truskawek 2472 zł.

Zadanie 19. (0–2)

Wymagania egzaminacyjne 2024	
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji. 1. Używanie prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretowanie pojęć matematycznych i operowanie obiektami matematycznymi.	XIX. Geometria przestrzenna. Uczeń: 6) oblicza objętości [...] ostrosłupów prawidłowych. XII. Równania z jedną niewiadomą. Uczeń: 5) przekształca proste wzory, aby wyznaczyć zadaną wielkość we wzorach geometrycznych [...].

Zasady oceniania

2 punkty – pełne rozwiązanie

poprawny sposób obliczenia różnicy wysokości obu wież, prawidłowe obliczenia **oraz** prawidłowy wynik liczbowy zgodny z zastosowaną jednostką (2 cm).

1 punkt

poprawny sposób obliczenia wysokości ostrosłupa, tzn. zapisanie równania z jedną niewiadomą lub wyrażeń arytmetycznych z wykorzystaniem wzoru na jego objętość **oraz** z uwzględnieniem wszystkich danych liczbowych (długości krawędzi podstawy ostrosłupa i jego objętości), np.

$$324 = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 9 \cdot H$$

albo

$$324 : \left(\frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 9 \right).$$

0 punktów

rozwiązanie błędne albo brak rozwiązania.

Uwaga

Nie ocenia się stosowania jednostki.

Przykładowe rozwiązania ocenione na 2 punkty**I sposób**

Obliczymy wysokość ostrosłupa, skorzystamy ze wzoru na jego objętość:

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H$$

$$324 = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 9 \cdot H$$

$$324 = 27 \cdot H$$

$$H = \frac{324}{27}$$

$$H = 12 \text{ (cm)}$$

Obliczymy wysokości obu wież:

$$\text{Wieża I: } 12 + 10 = 22 \text{ (cm)}$$

$$\text{Wieża II: } 10 + 10 = 20 \text{ (cm)}$$

Obliczymy różnicę wysokości obu wież:

$$22 - 20 = 2 \text{ (cm)}$$

Odpowiedź: Różnica wysokości obu wież jest równa 2 cm.

II sposób

Obliczymy wysokość ostrosłupa, skorzystamy ze wzoru na jego objętość:

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H$$

$$324 = \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 9 \cdot H$$

$$324 = 27 \cdot H$$

$$H = \frac{324}{27}$$

$$H = 12 \text{ (cm)}$$

Ponieważ obie wieże w podstawie mają klocki sześciennie o tych samych wymiarach, wystarczy porównać wysokość ostrosłupa i wysokość sześcianu.

Zatem różnica wysokości obu wież jest równa:

$$12 - 10 = 2 \text{ (cm)}$$

Odpowiedź: Różnica wysokości obu wież jest równa 2 cm.

III sposób

Obliczymy pole podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego:

$$P_p = 9^2 = 81 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Przekształcimy wzór na objętość ostrosłupa i obliczymy jego wysokość:

$$V = \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H / \cdot 3$$

$$3 \cdot V = P_p \cdot H$$

$$H = \frac{3 \cdot V}{P_p}$$

$$H = \frac{3 \cdot 324 \text{ (cm}^3\text{)}}{81 \text{ (cm}^2\text{)}}$$

$$H = \frac{324 \text{ (cm}^3\text{)}}{27 \text{ (cm}^2\text{)}}$$

$$H = 12 \text{ (cm)}$$

Obliczymy wysokości obu wież:

$$\text{Wieża I: } 12 + 10 = 22 \text{ (cm)}$$

$$\text{Wieża II: } 10 + 10 = 20 \text{ (cm)}$$

Obliczymy różnicę wysokości obu wież:

$$22 - 20 = 2 \text{ (cm)}$$

Odpowiedź: Różnica wysokości obu wież jest równa 2 cm.