

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*miejsce
na naklejkę*

**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI
POZIOM ROZSZERZONY**

DATA: **9 maja 2017 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**UZUPEŁNIA ZESPÓŁ
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- | | |
|--------------------------|---------------------------------------|
| ☐ | dostosowania
kryteriów oceniania |
| ☐ | nieprzenoszenia
zaznaczeń na kartę |

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1–15).
Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi
w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ☒ pola do tego
przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ☒ i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń
w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to
rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub
atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz
kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL
i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-R1_1P-172

NOWA FORMUŁA

W zadaniach od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}} - \sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^2$ jest równa

- A. 2 B. 4 C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

Zadanie 2. (0–1)

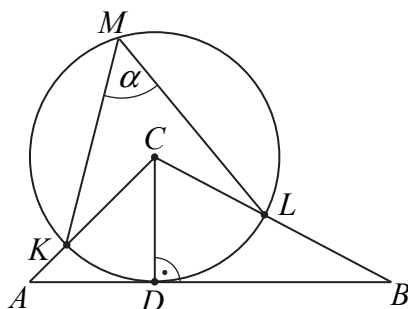
Nieskończony ciąg liczbowy jest określony wzorem $a_n = \frac{(n^2 - 10n)(2 - 3n)}{2n^3 + n^2 + 3}$ dla $n \geq 1$.
Wtedy

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ C. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$ D. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\frac{3}{2}$

Zadanie 3. (0–1)

Odcinek CD jest wysokością trójkąta ABC , w którym $|AD| = |CD| = \frac{1}{2}|BC|$ (zobacz rysunek).

Okrąg o środku C i promieniu CD jest styczny do prostej AB . Okrąg ten przecina boki AC i BC trójkąta odpowiednio w punktach K i L .



Zaznaczony na rysunku kąt α wpisany w okrąg jest równy

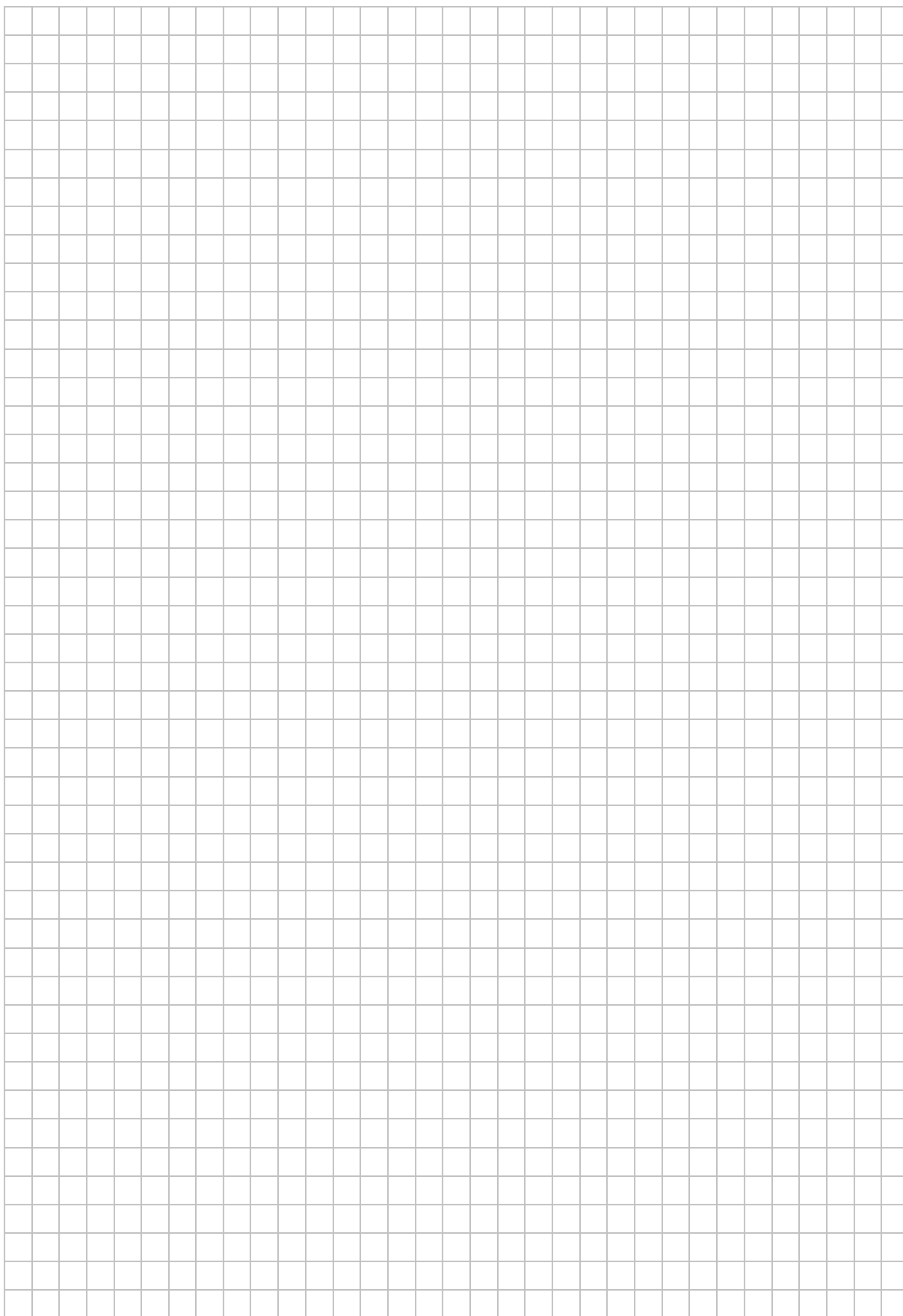
- A. $37,5^\circ$ B. 45° C. $52,5^\circ$ D. 60°

Zadanie 4. (0–1)

Dane są punkt $B = (-4, 7)$ i wektor $\vec{u} = [-3, 5]$. Punkt A , taki, że $\overrightarrow{AB} = -3\vec{u}$, ma współrzędne

- A. $A = (5, -8)$ B. $A = (-13, 22)$ C. $A = (9, -15)$ D. $A = (12, 24)$

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



Zadanie 5. (0–2)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = x^3 - 2x^2 + ax + \frac{3}{4}$ przez dwumian $x - 2$ jest równa 1.

Oblicz wartość współczynnika a .

W poniższe kratki wpisz kolejno trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

--	--	--

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)

[illegible]

Zadanie 6. (0–3)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Wyznacz równanie stycznej do wykresu tej funkcji w punkcie $P = (1, 0)$.

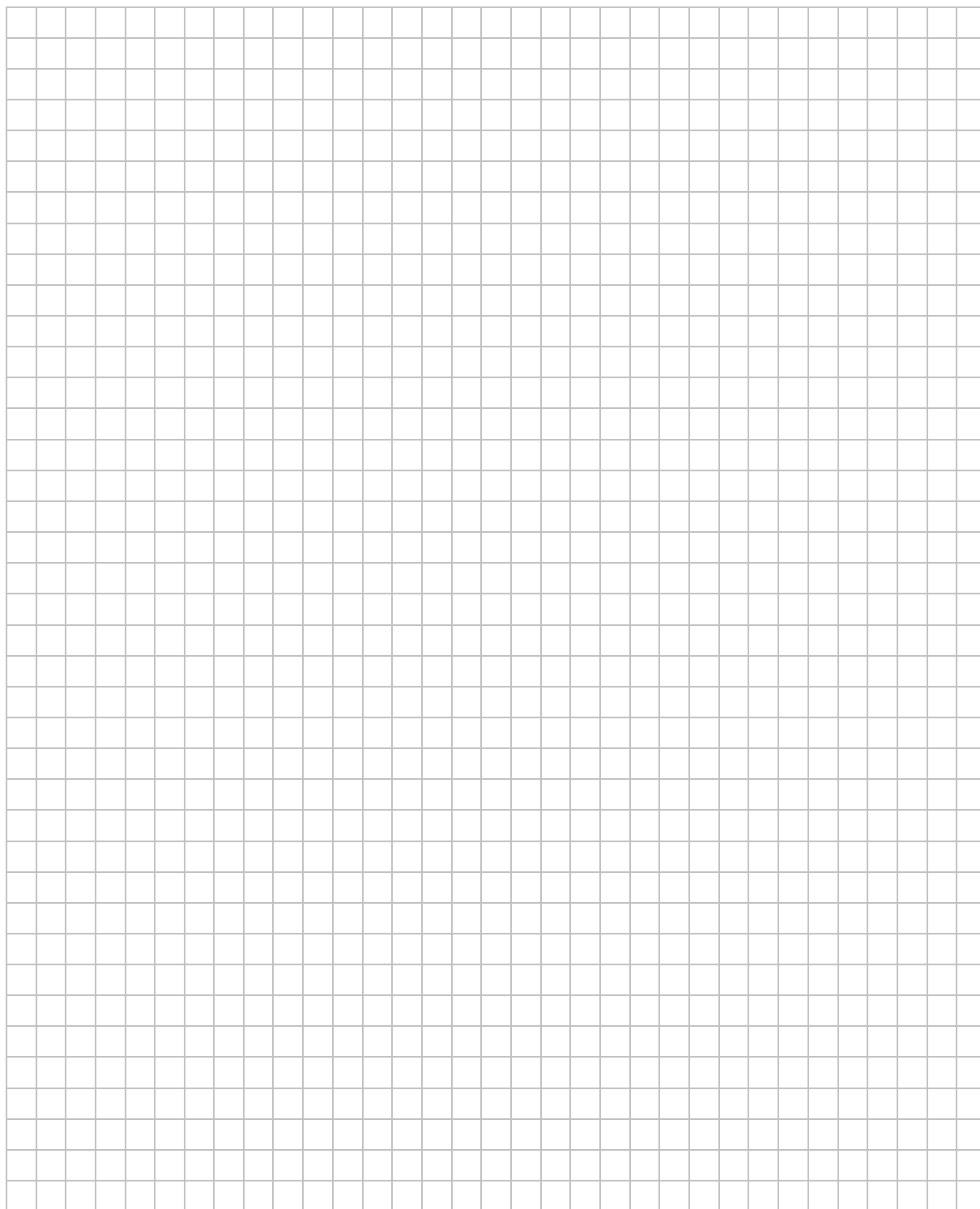
A full-page view of a blank sheet of graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines forming small squares across the entire page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Odpowiedź:

Zadanie 7. (0–3)

Udowodnij, że dla dowolnych różnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność

$$x^2y^2 + 2x^2 + 2y^2 - 8xy + 4 > 0.$$

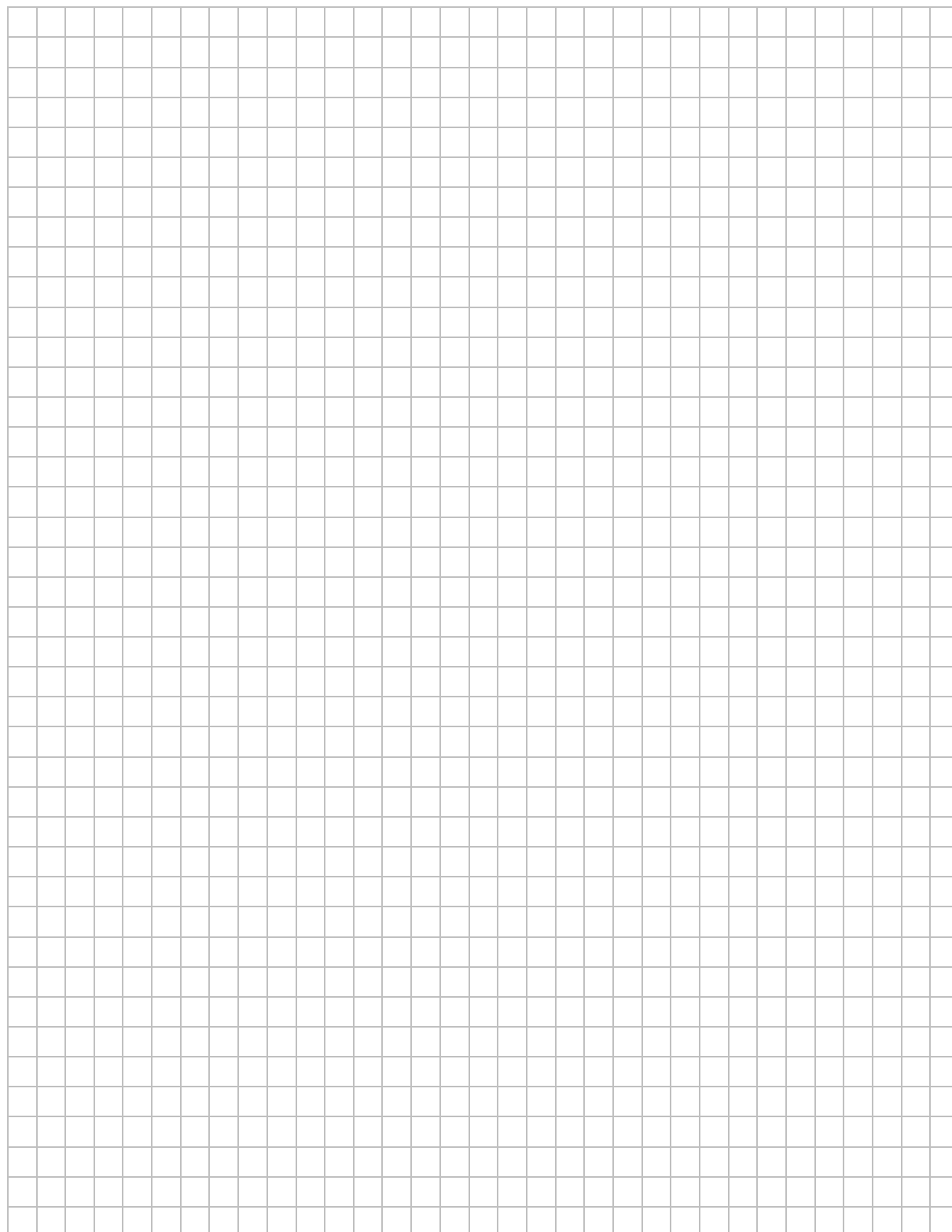


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.	6.	7.
	Maks. liczba pkt	2	3	3
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 8. (0–3)

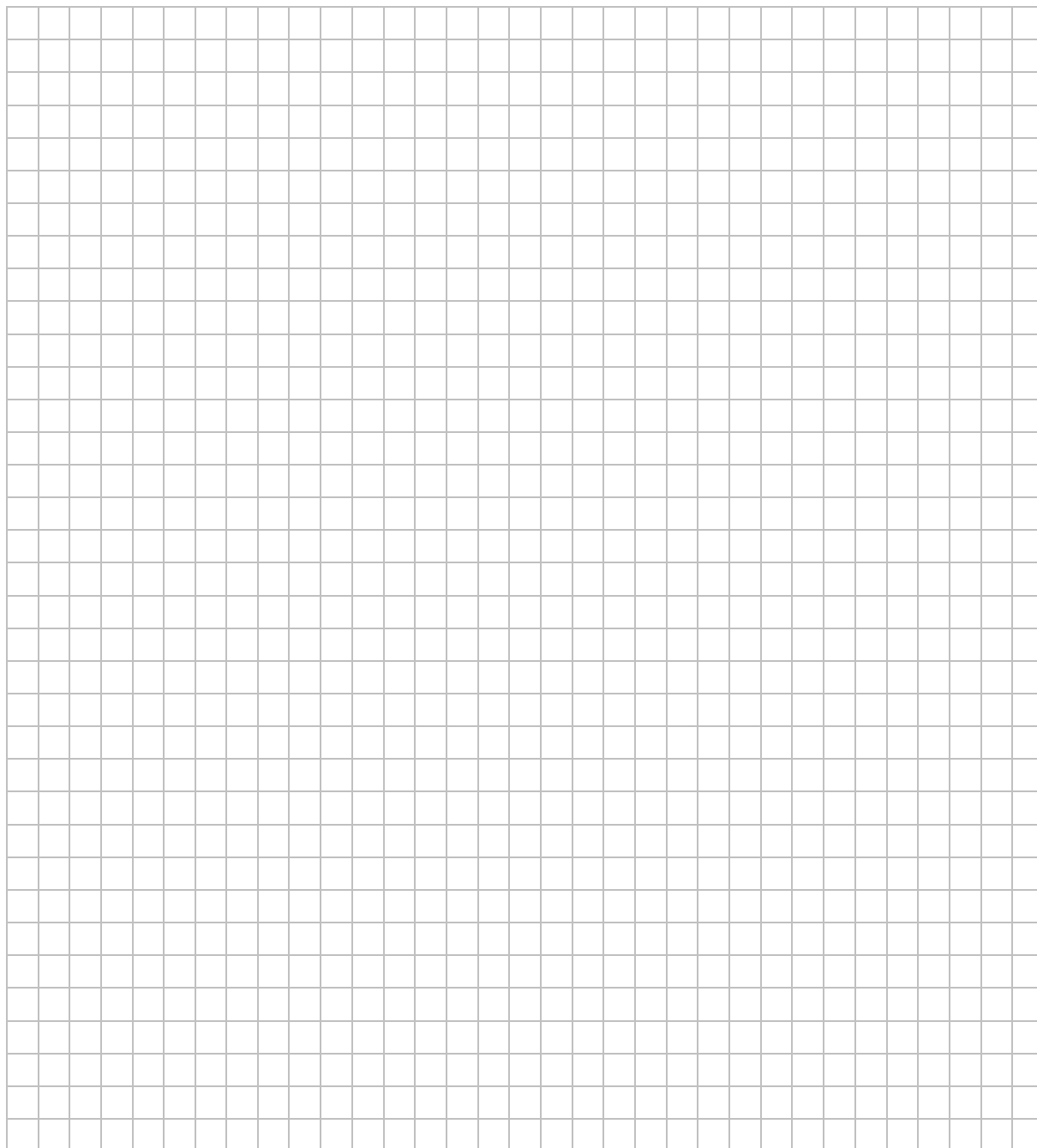
W trójkącie ostrokątnym ABC bok AB ma długość c , długość boku BC jest równa a oraz $|\sphericalangle ABC| = \beta$. Dwusieczna kąta ABC przecina bok AC trójkąta w punkcie E .

Wykaż, że długość odcinka BE jest równa $\frac{2ac \cdot \cos \frac{\beta}{2}}{a+c}$.



Zadanie 9. (0–4)

W czworościanie, którego wszystkie krawędzie mają taką samą długość 6, umieszczono kulę tak, że ma ona dokładnie jeden punkt wspólny z każdą ścianą czworościanu. Płaszczyzna π , równoległa do podstawy tego czworościanu, dzieli go na dwie bryły: ostrosłup o objętości równej $\frac{8}{27}$ objętości dzielonego czworościanu i ostrosłup ścięty. Oblicz odległość środka S kuli od płaszczyzny π , tj. długość najkrótszego spośród odcinków SP , gdzie P jest punktem płaszczyzny π .

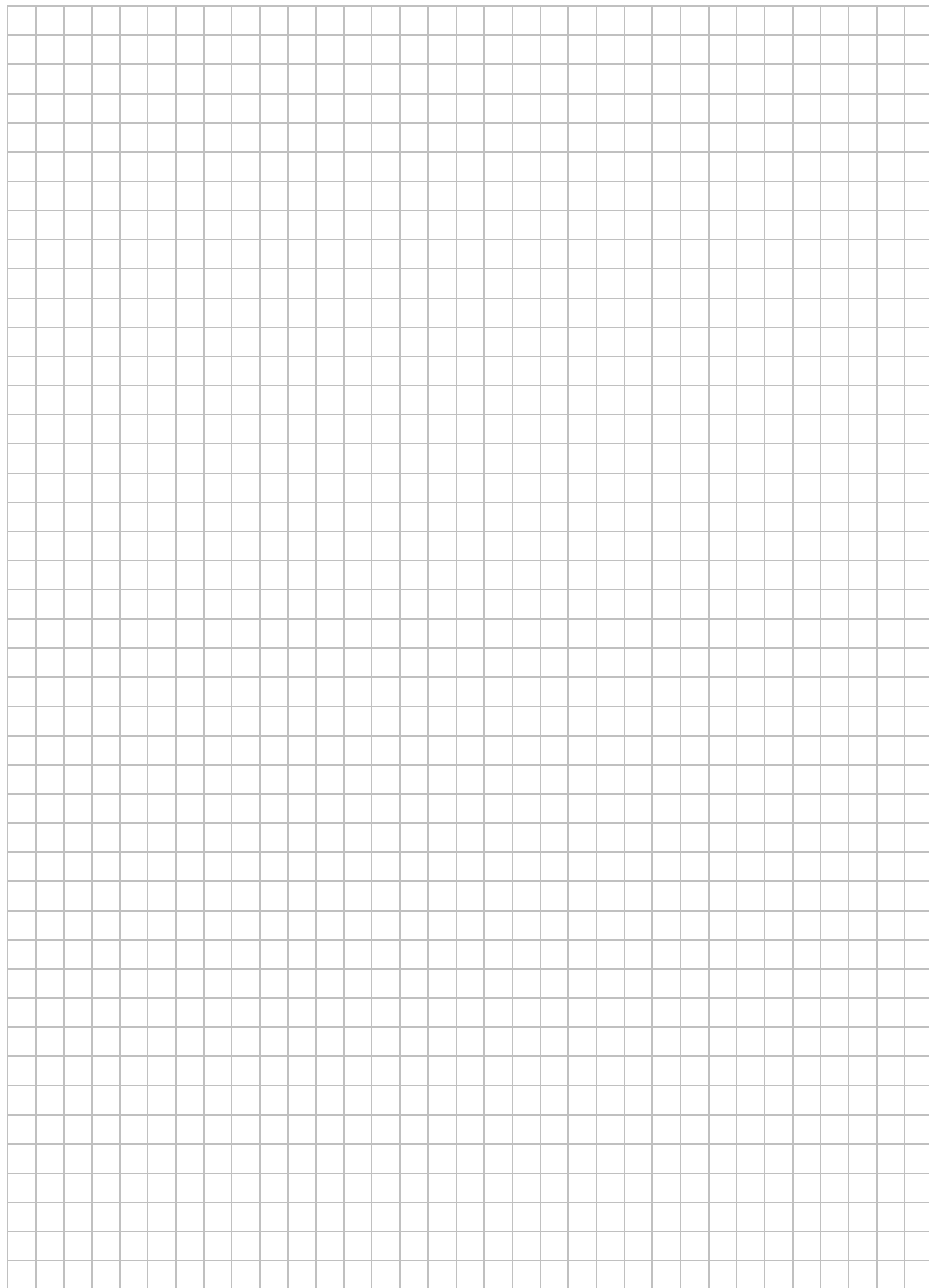


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.	9.
	Maks. liczba pkt	3	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 10. (0–4)

Rozwiąż równanie $\cos 2x + 3 \cos x = -2$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.



Odpowiedź:

Zadanie 11. (0–4)

W pudełku znajduje się 8 piłeczek oznaczonych kolejnymi liczbami naturalnymi od 1 do 8. Losujemy jedną piłeczkę, zapisujemy liczbę na niej występującą, a następnie zwracamy piłeczkę do urny. Tę procedurę wykonujemy jeszcze dwa razy i tym samym otrzymujemy zapisane trzy liczby. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania takich piłeczek, że iloczyn trzech zapisanych liczb jest podzielny przez 4. Wynik podaj w postaci ułamka zwykłego.

Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

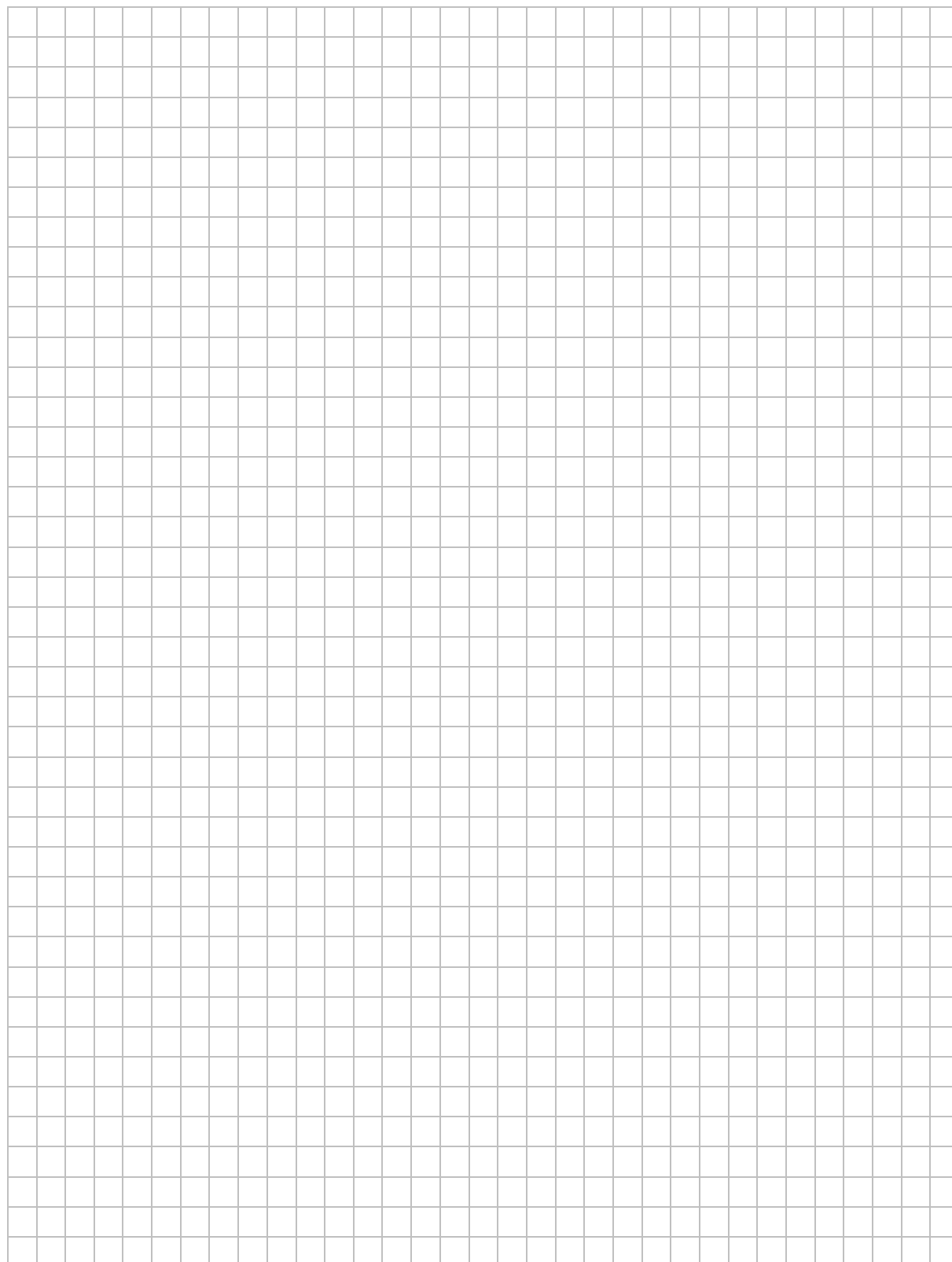
Zadanie 12. (0–5)

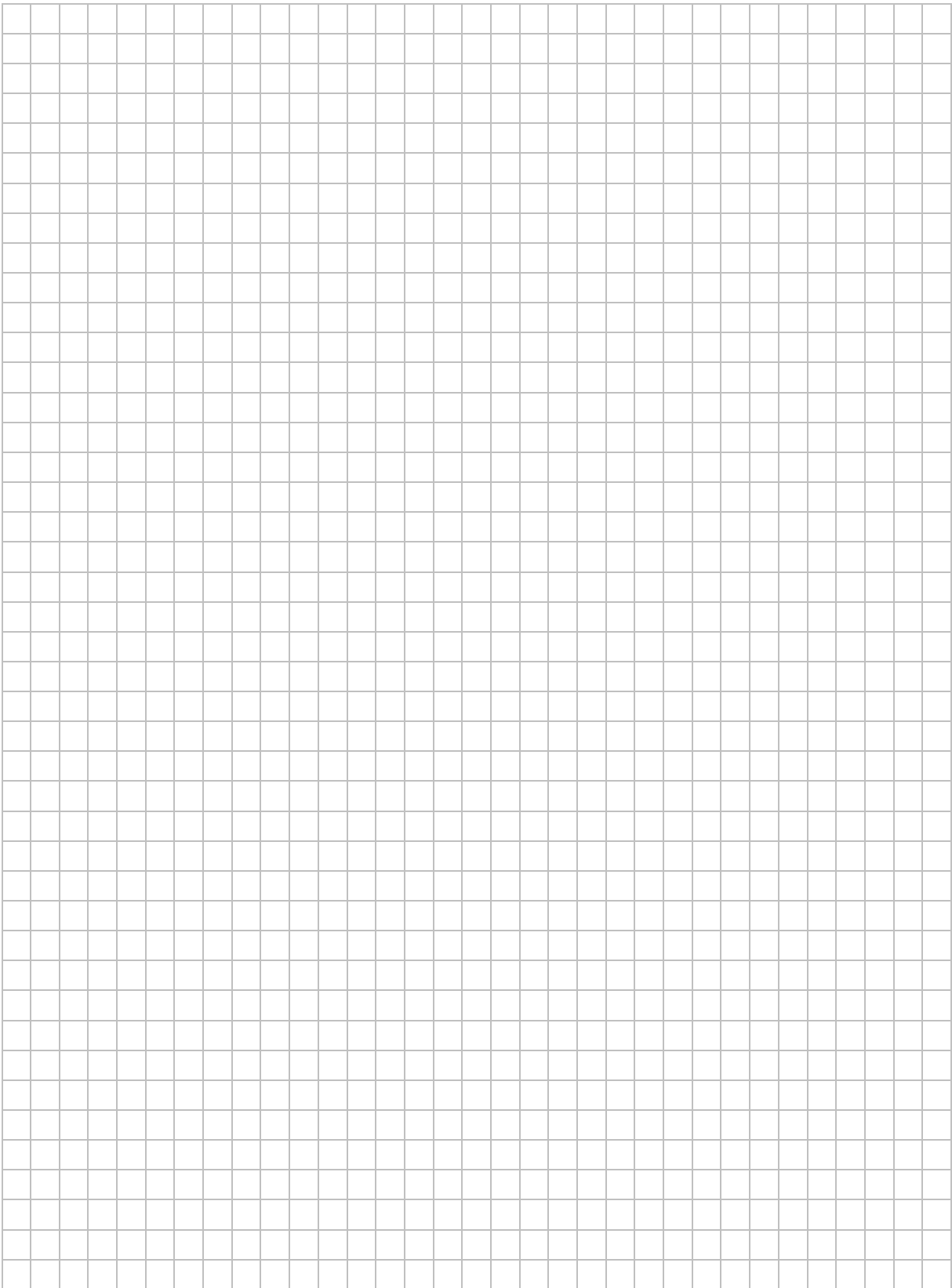
Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie

$$4x^2 - 6mx + (2m + 3)(m - 3) = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2 , przy czym $x_1 < x_2$, spełniające warunek

$$(4x_1 - 4x_2 - 1)(4x_1 - 4x_2 + 1) < 0.$$



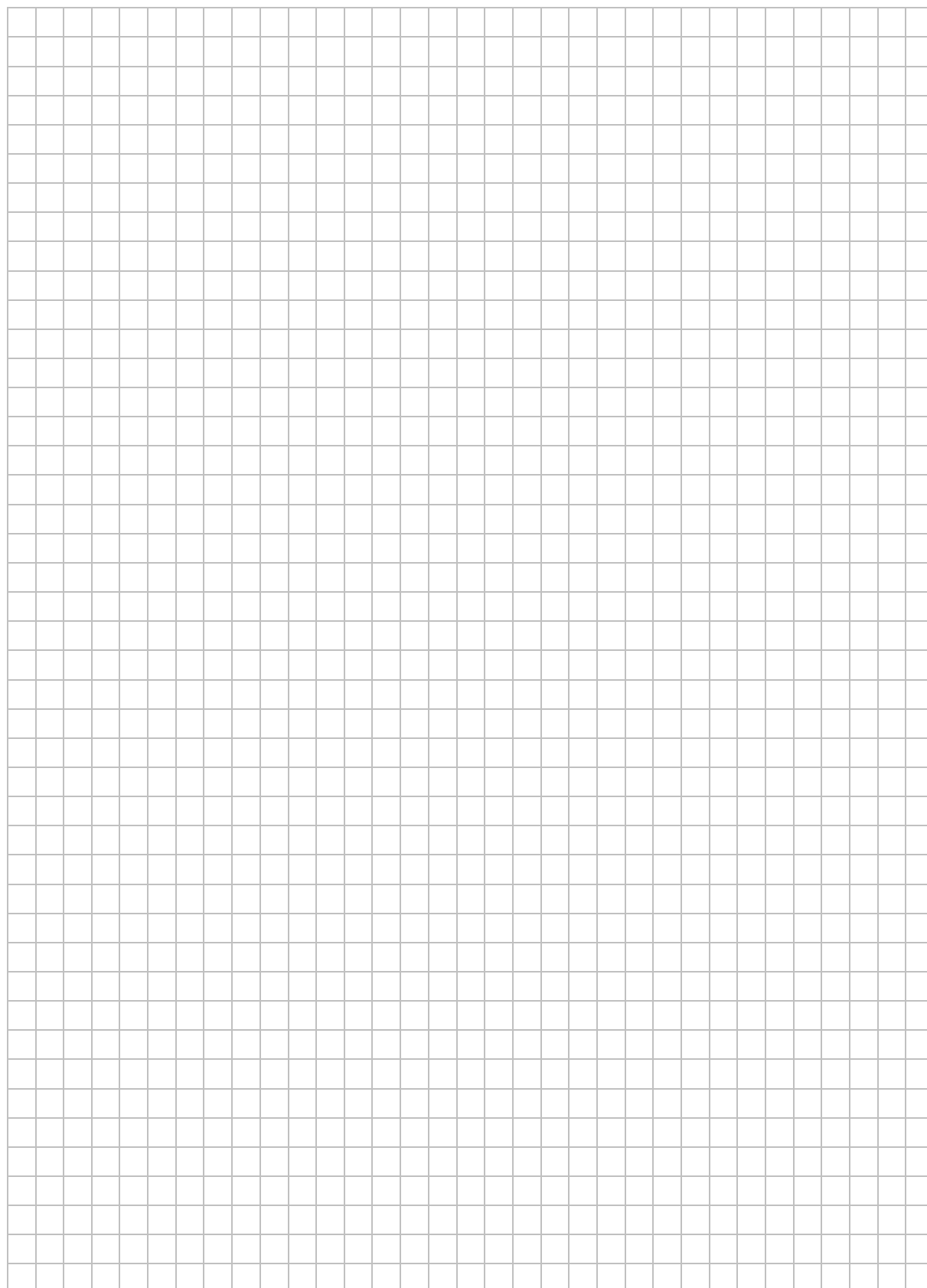


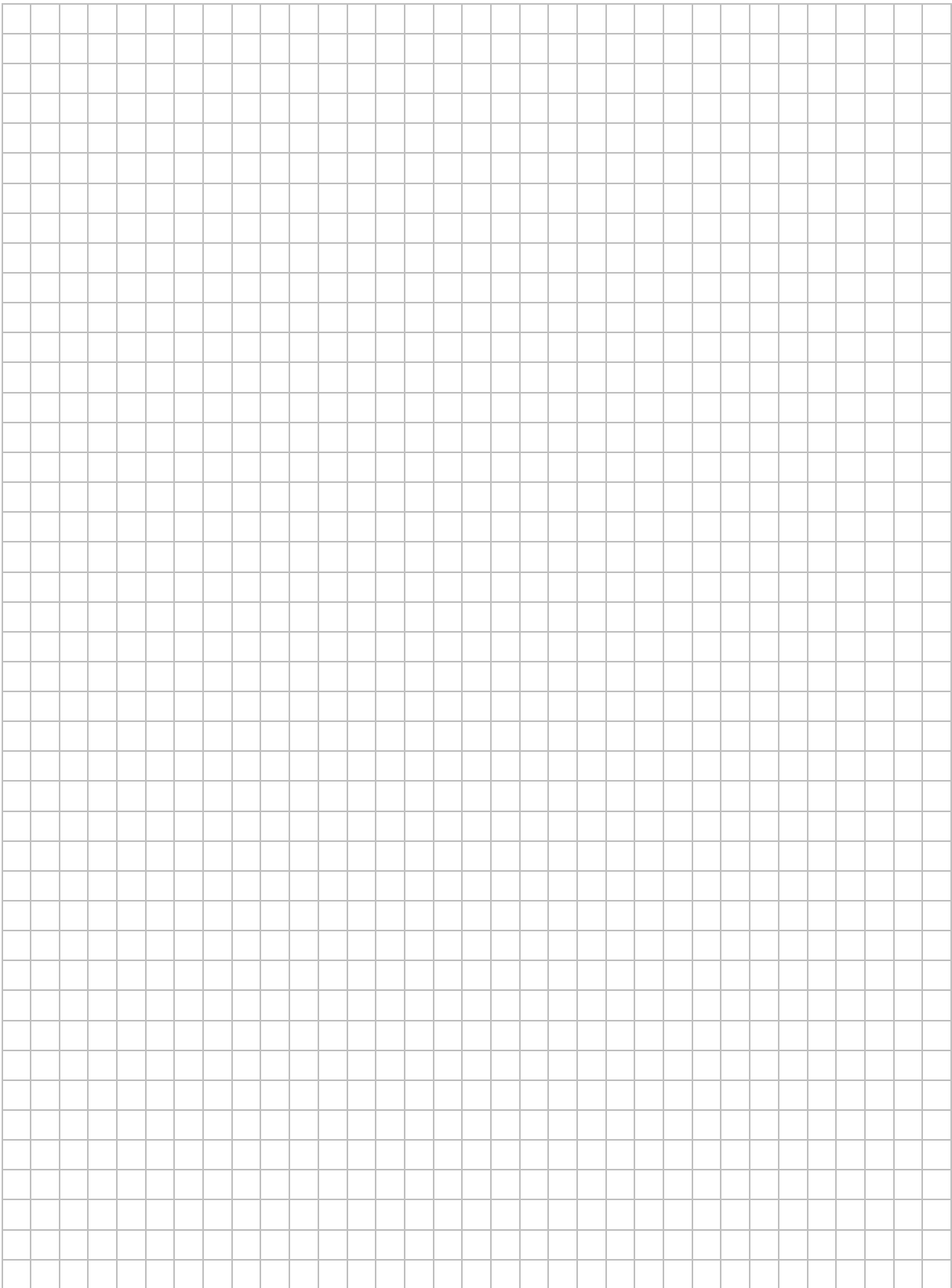
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–5)

Wyznacz równanie okręgu przechodzącego przez punkty $A = (-5, 3)$ i $B = (0, 6)$, którego środek leży na prostej o równaniu $x - 3y + 1 = 0$.





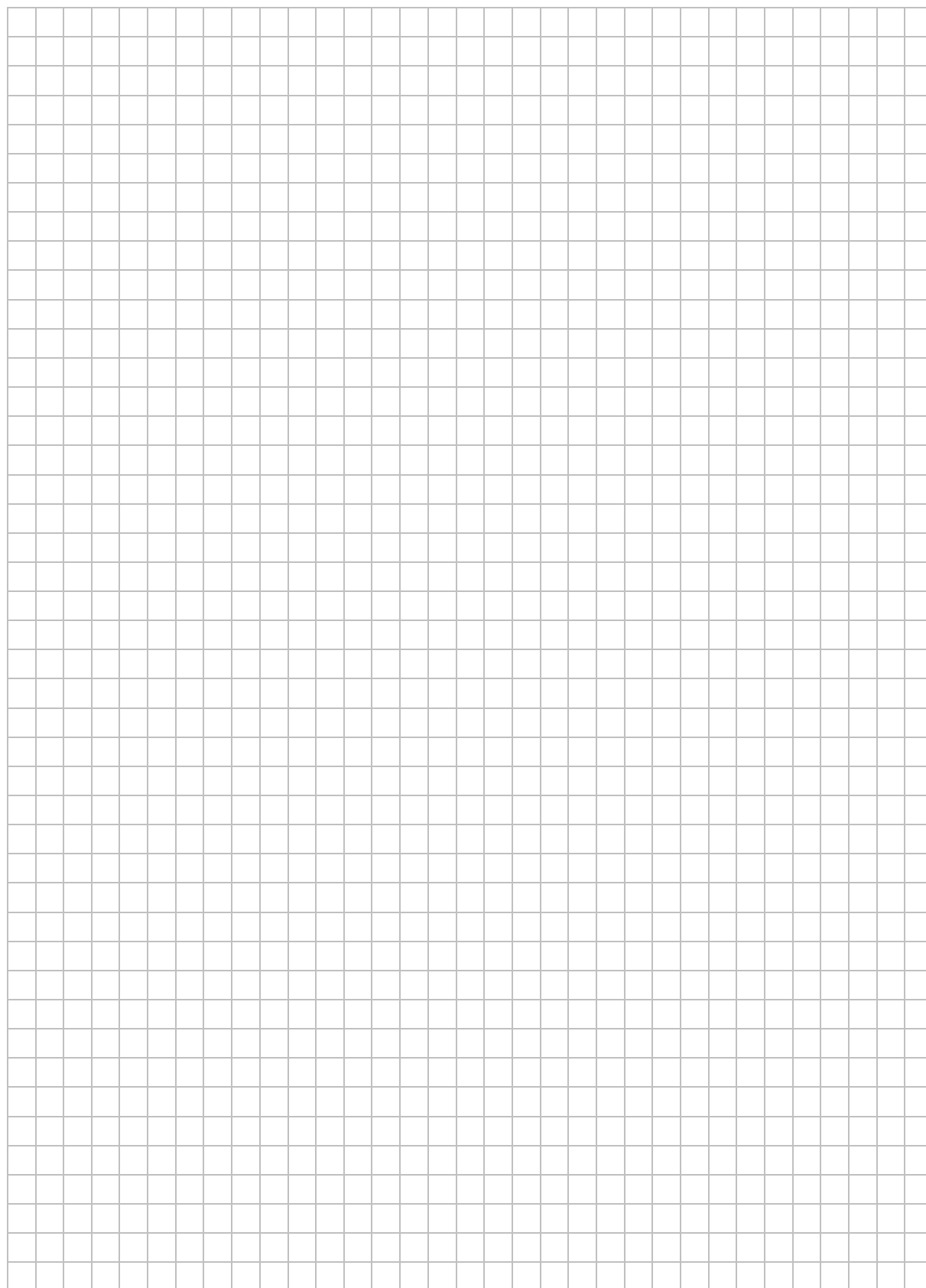
Odpowiedź:

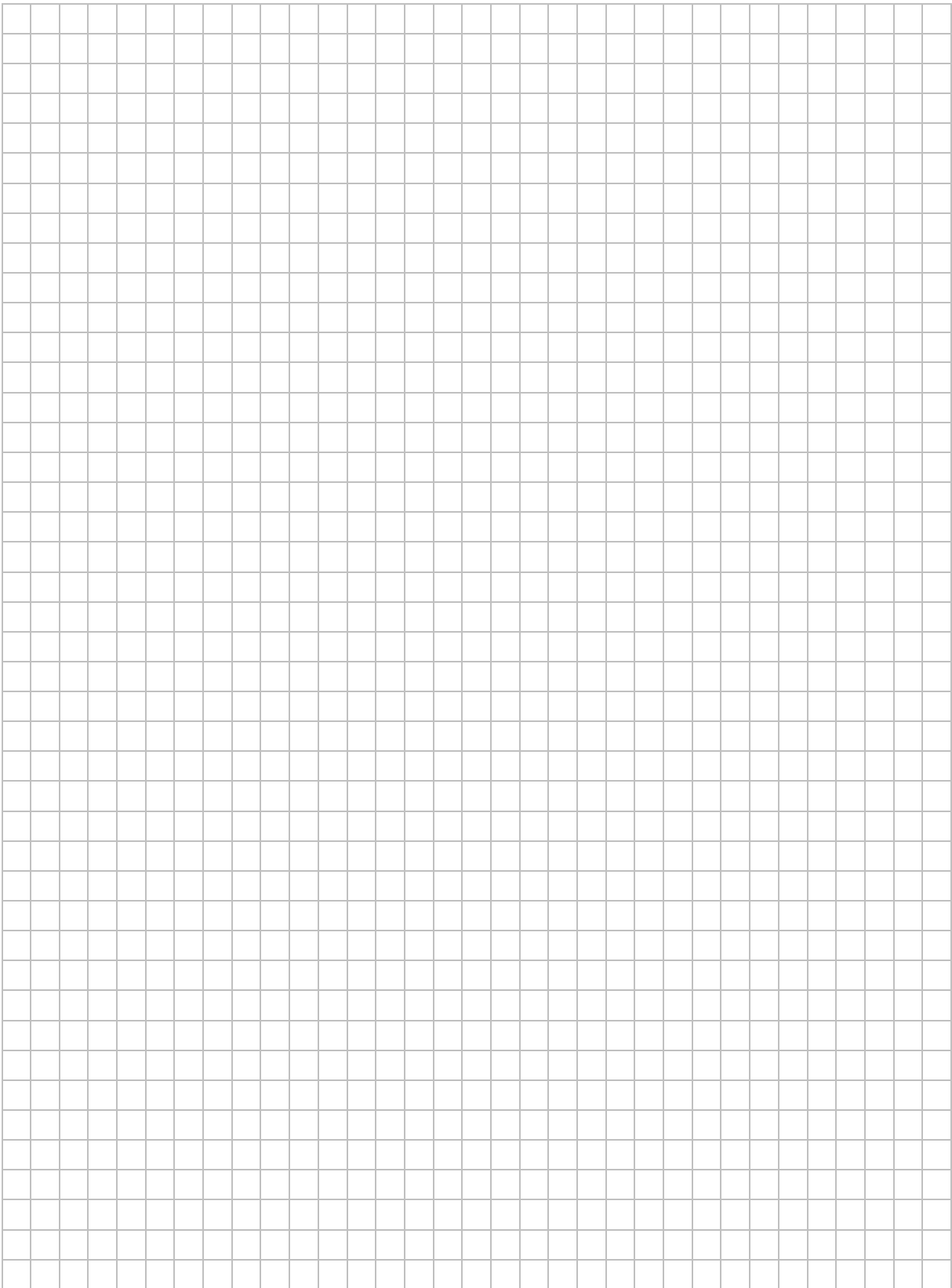
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	13.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–6)

Liczby a , b , c są – odpowiednio – pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Suma tych liczb jest równa 27. Ciąg $(a-2, b, 2c+1)$ jest geometryczny.

Wyznacz liczby a , b , c .



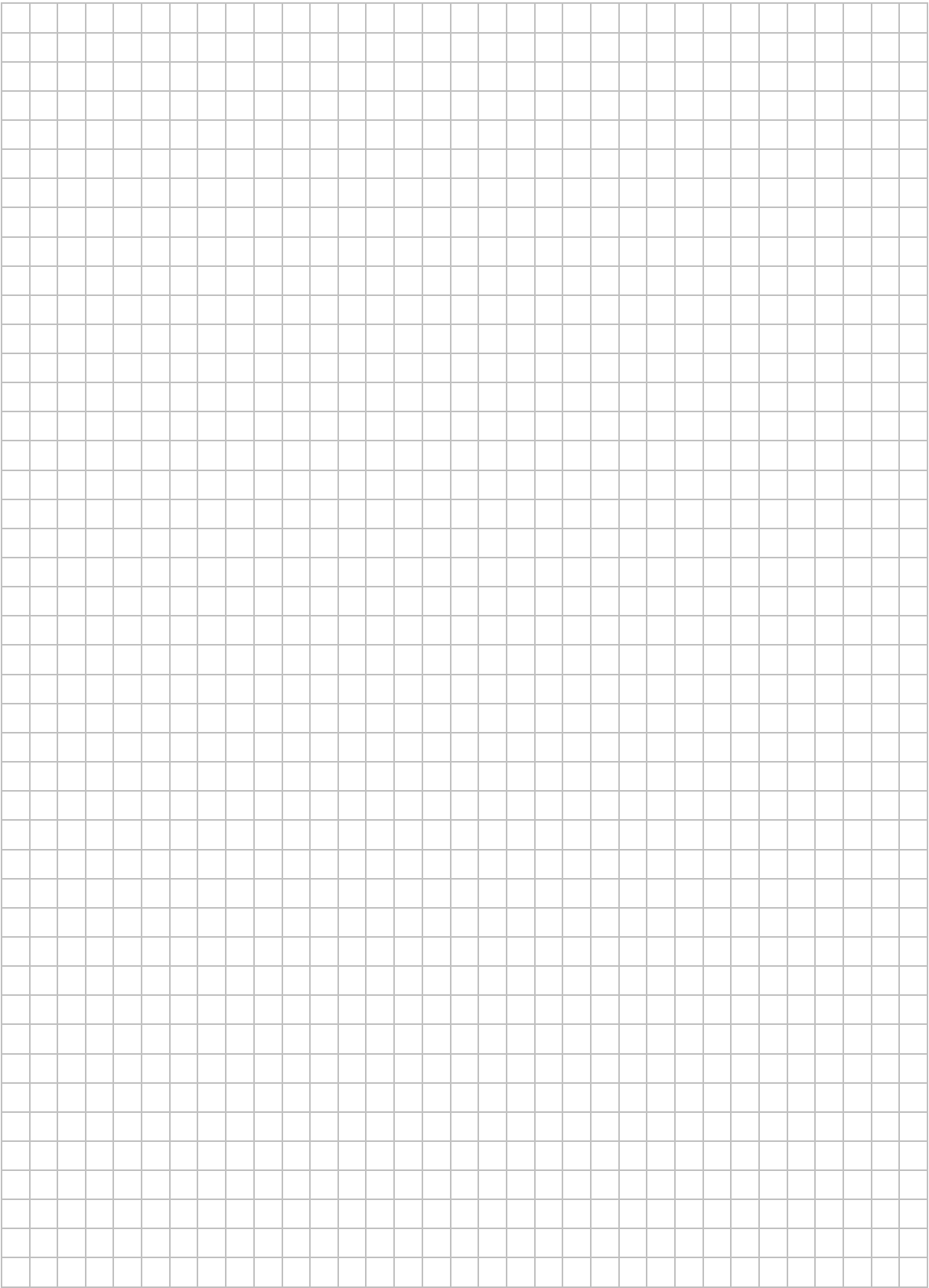


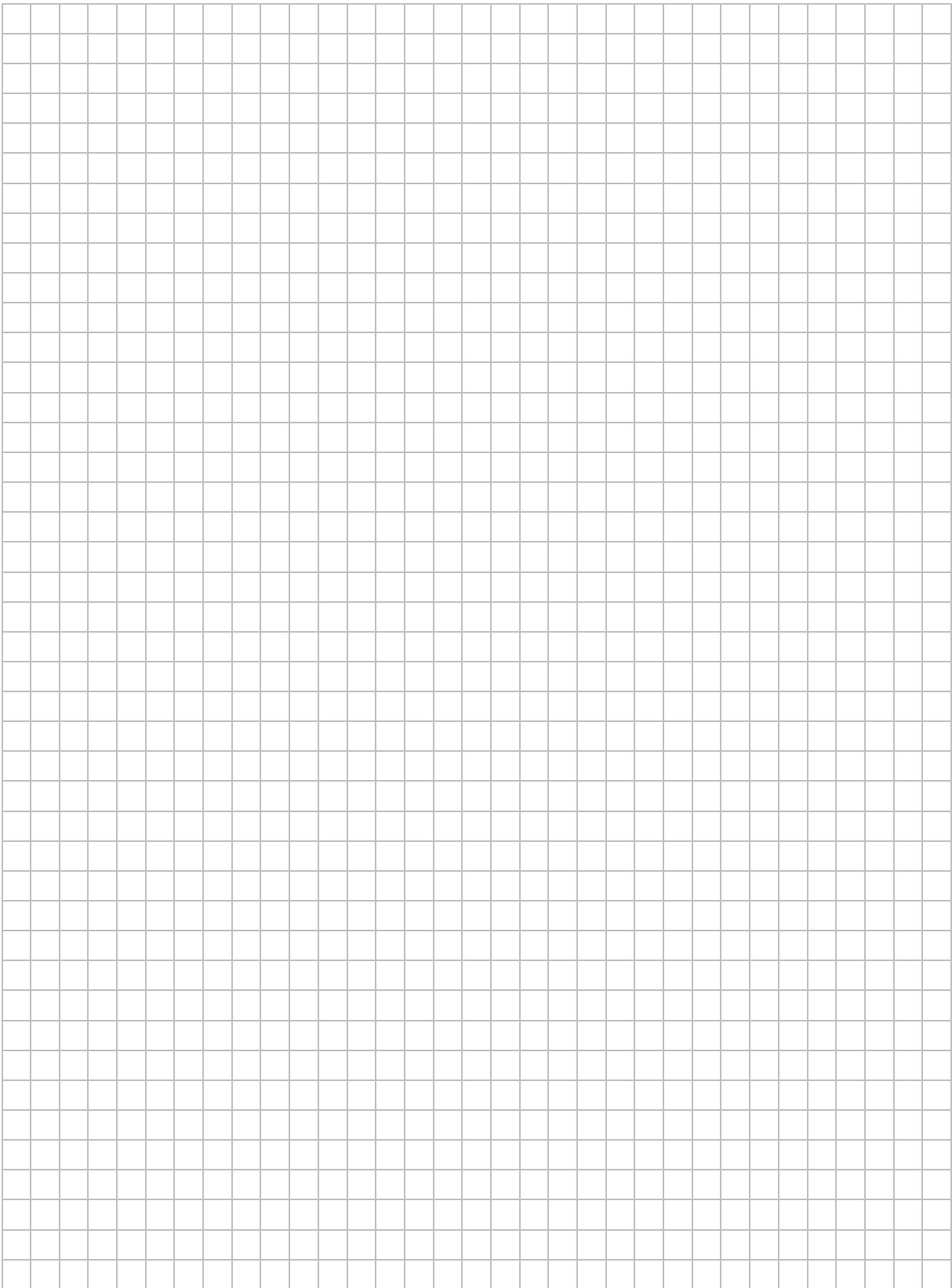
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie walce o danym polu powierzchni całkowitej P . Oblicz wysokość i promień podstawy tego walca, którego objętość jest największa. Oblicz tę największą objętość.





Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	15.
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)