

**UZUPEŁNIA ZDAJĄCY**

| KOD |  |  | PESEL |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|-----|--|--|-------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|     |  |  |       |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

*miejsce  
na naklejkę*

☐ dysleksja

## **EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI POZIOM ROZSZERZONY**

DATA: **8 maja 2015 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **180 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

### **Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 22 strony (zadania 1–16). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–5) przenieś na kartę odpowiedzi, zaznaczając je w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (7–16) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



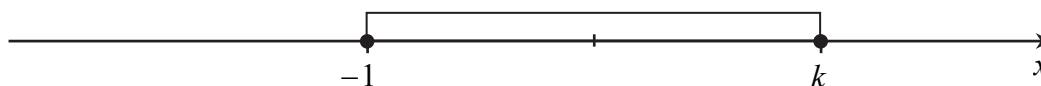
MMA-R1\_1P-152



W zadaniach od 1. do 5. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (0–1)**

Na rysunku przedstawiony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność  $|2x - 8| \leq 10$ .



Stąd wynika, że

- A.  $k = 2$                       B.  $k = 4$                       C.  $k = 5$                       D.  $k = 9$

**Zadanie 2. (0–1)**

Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{dla } x \leq 0 \\ ||x + 3| - 4| & \text{dla } x > 0 \end{cases}$

Równanie  $f(x) = 1$  ma dokładnie

- A. jedno rozwiązanie.  
B. dwa rozwiązania.  
C. cztery rozwiązania.  
D. pięć rozwiązań.

**Zadanie 3. (0–1)**

Liczba  $(3 - 2\sqrt{3})^3$  jest równa

- A.  $27 - 24\sqrt{3}$                       B.  $27 - 30\sqrt{3}$                       C.  $135 - 78\sqrt{3}$                       D.  $135 - 30\sqrt{3}$

**Zadanie 4. (0–1)**

Równanie  $2 \sin x + 3 \cos x = 6$  w przedziale  $(0, 2\pi)$

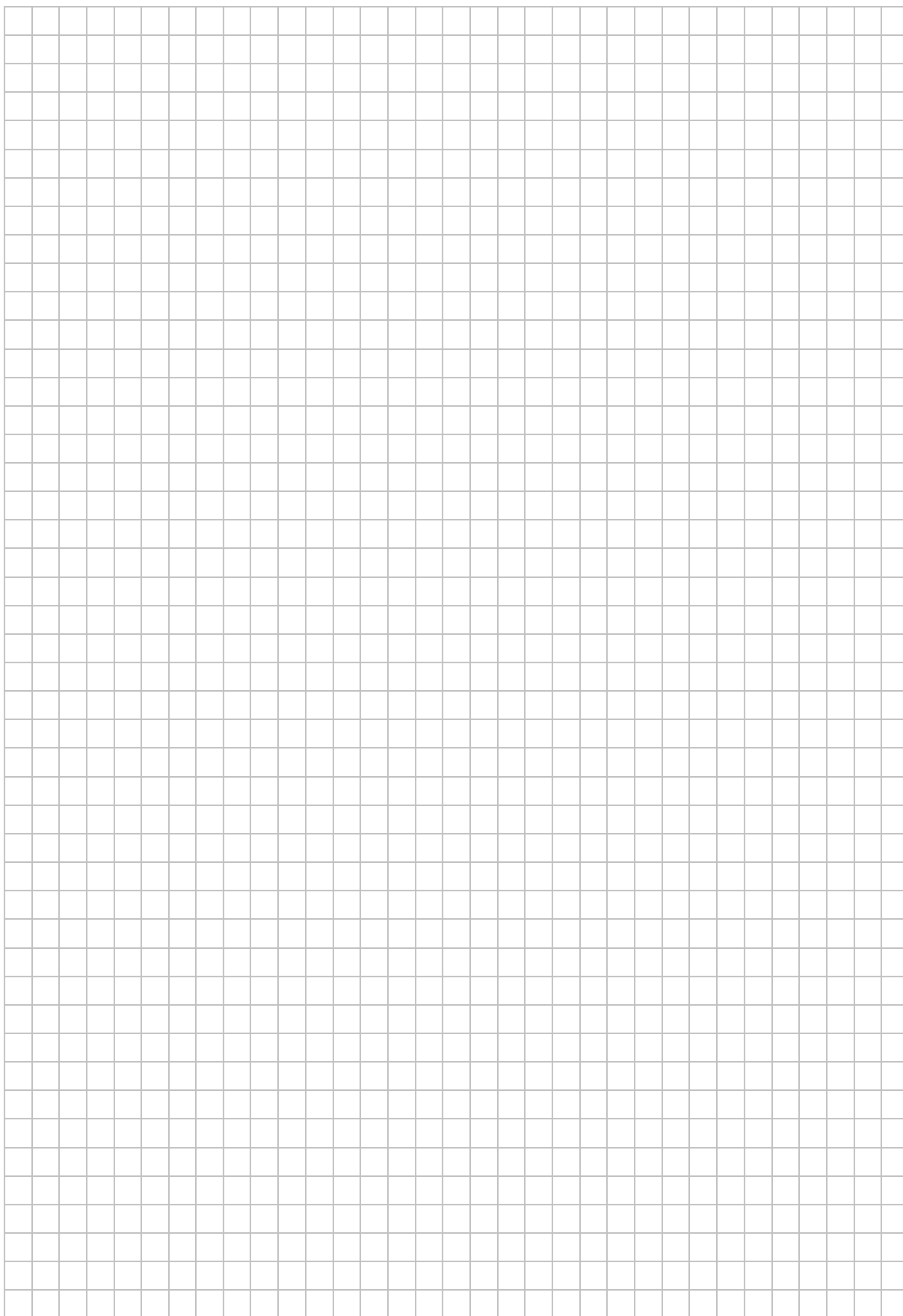
- A. nie ma rozwiązań rzeczywistych.  
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.  
C. ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste.  
D. ma więcej niż dwa rozwiązania rzeczywiste.

**Zadanie 5. (0–1)**

Odległość początku układu współrzędnych od prostej o równaniu  $y = 2x + 4$  jest równa

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                       B.  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$                       C.  $\frac{4}{5}$                       D. 4

## BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)



### Zadanie 6. (0–2)

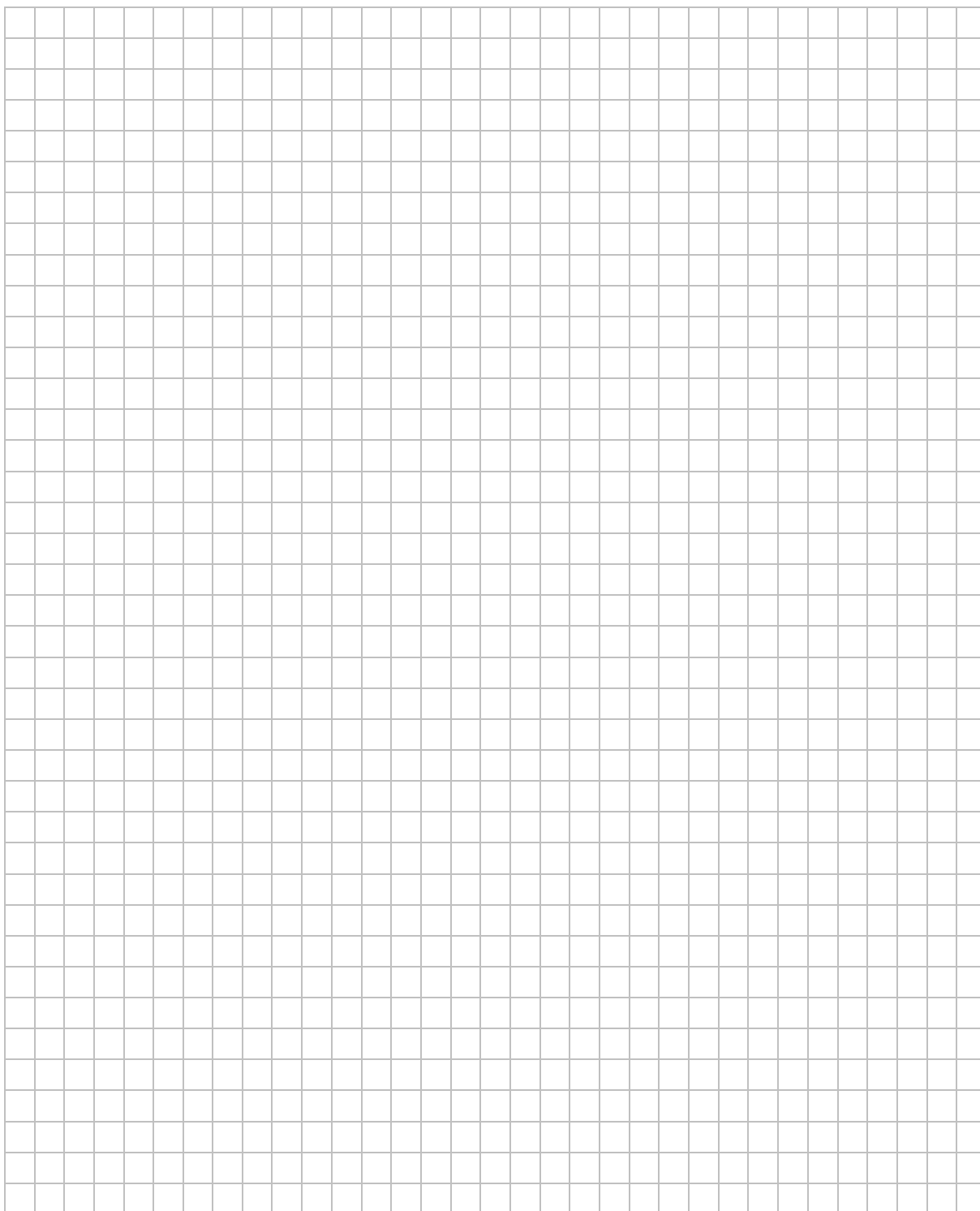
Oblicz granicę  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{11n^3 + 6n + 5}{6n^3 + 1} - \frac{2n^2 + 2n + 1}{5n^2 - 4} \right)$ . W poniższe kratki wpisz kolejno cyfrę jednojności i pierwsze dwie cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.

**Zadanie 7. (0–2)**

Liczby  $(-1)$  i  $3$  są miejscami zerowymi funkcji kwadratowej  $f$ . Oblicz  $\frac{f(6)}{f(12)}$ .



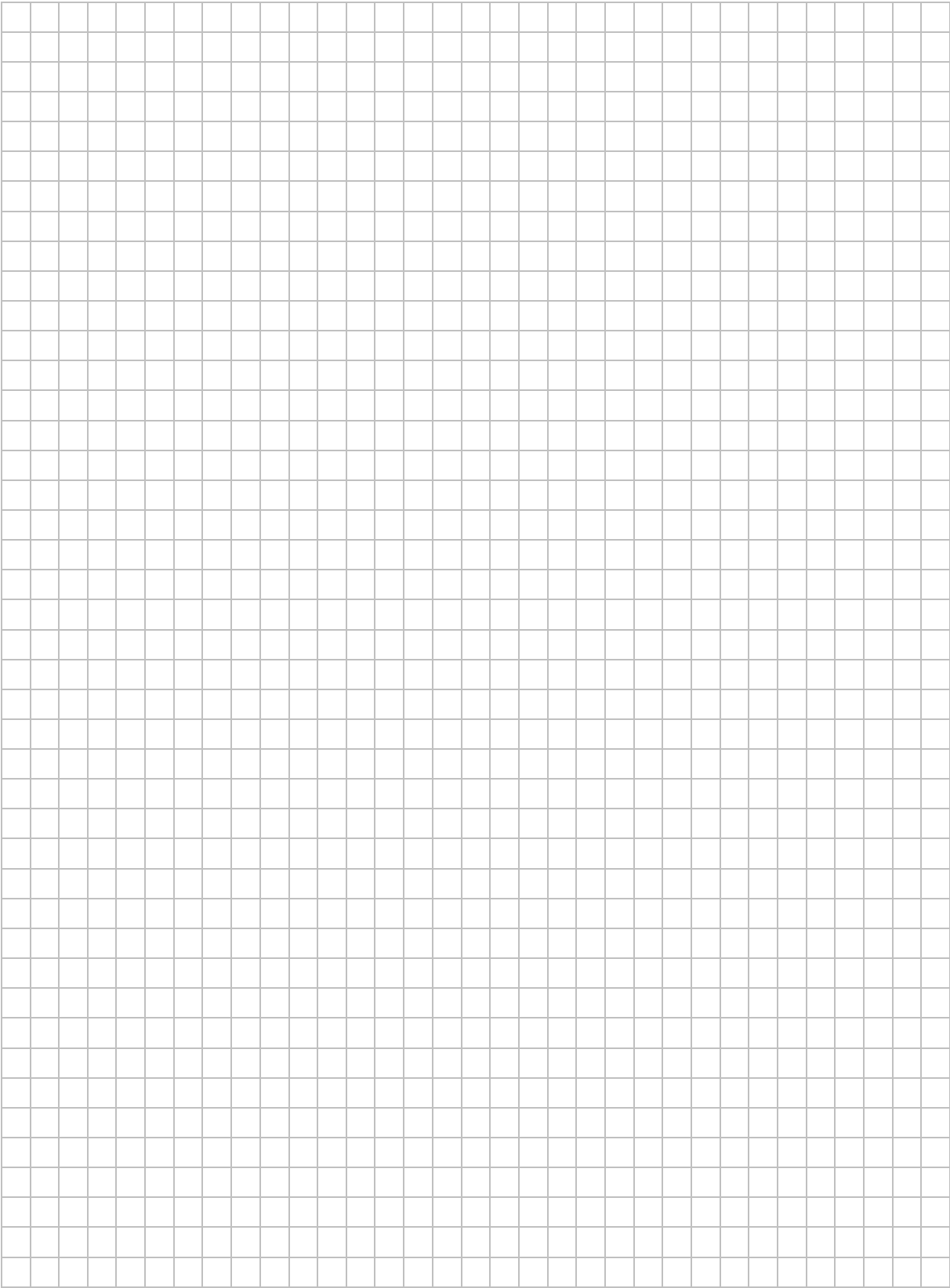
Odpowiedź: .....

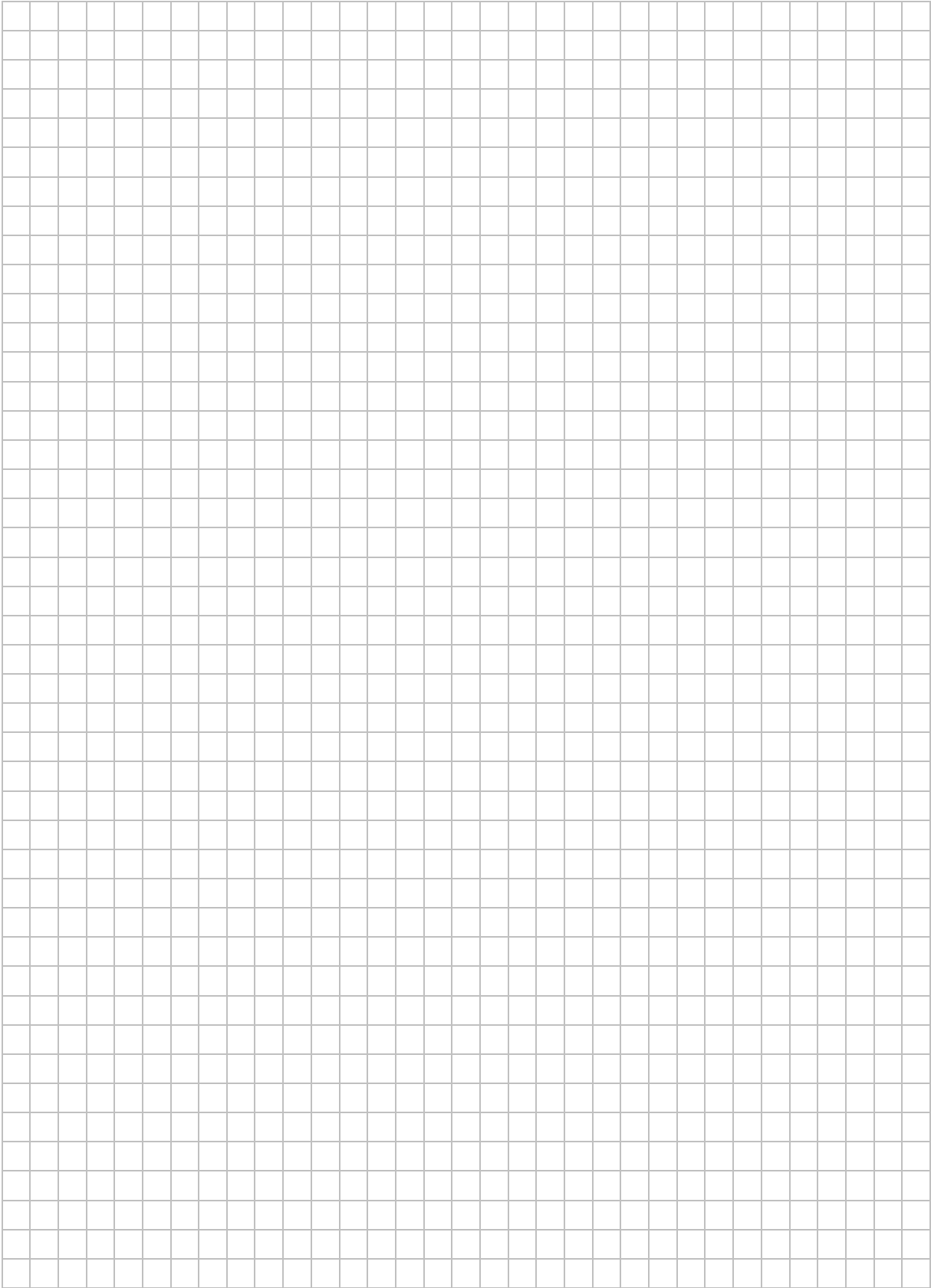
|                         |                     |    |    |
|-------------------------|---------------------|----|----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 6. | 7. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 2  | 2  |
|                         | Uzyskana liczba pkt |    |    |

**Zadanie 8. (0–3)**

Udowodnij, że dla każdej liczby rzeczywistej  $x$  prawdziwa jest nierówność

$$x^4 - x^2 - 2x + 3 > 0.$$

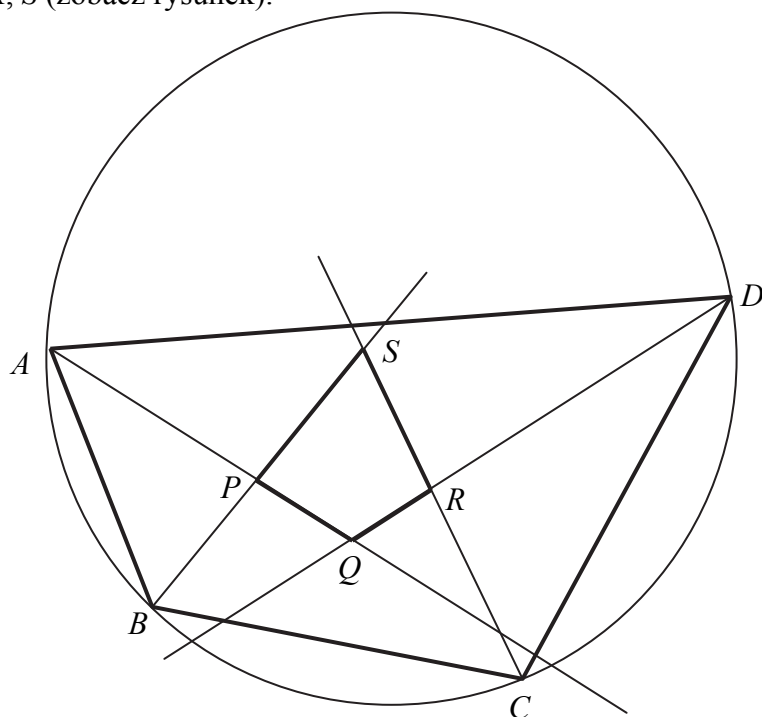




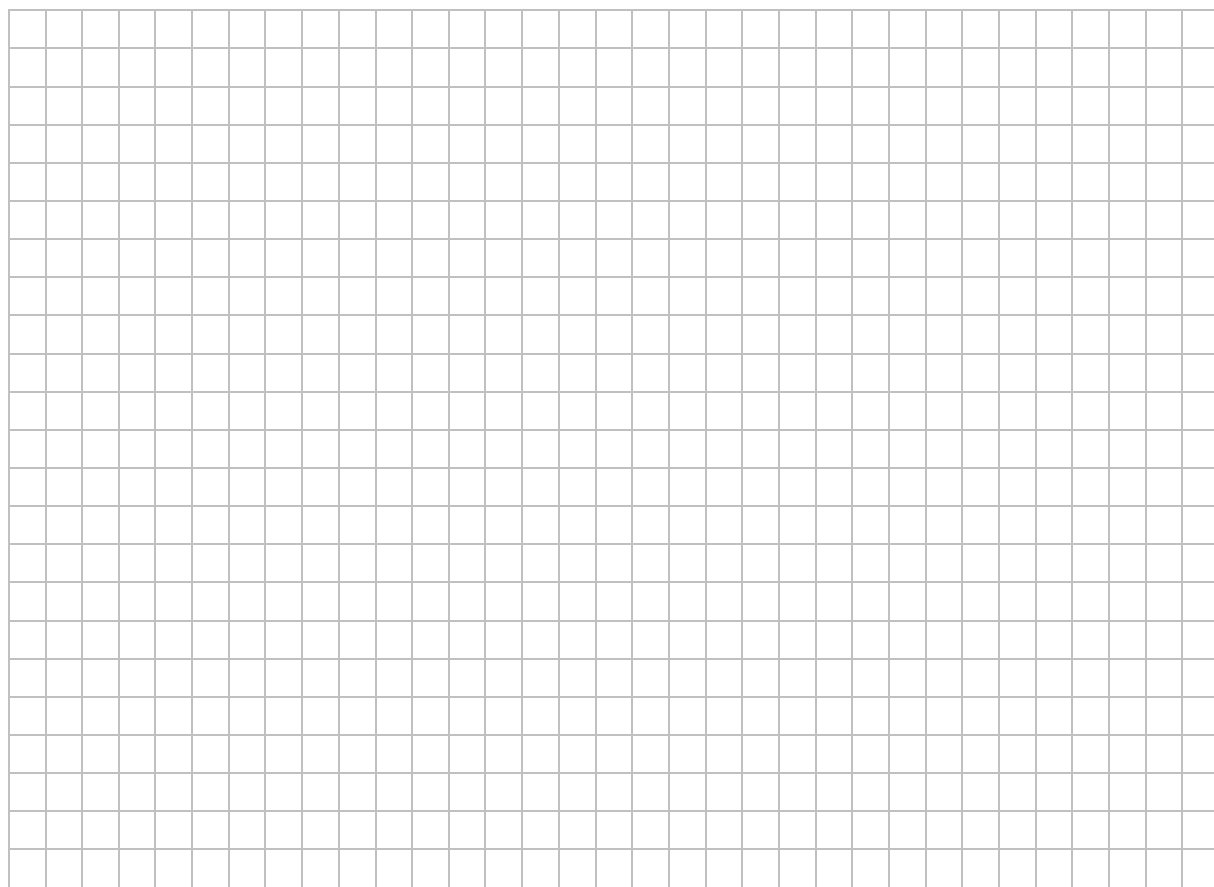
|                         |                     |    |
|-------------------------|---------------------|----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 8. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 3  |
|                         | Uzyskana liczba pkt |    |

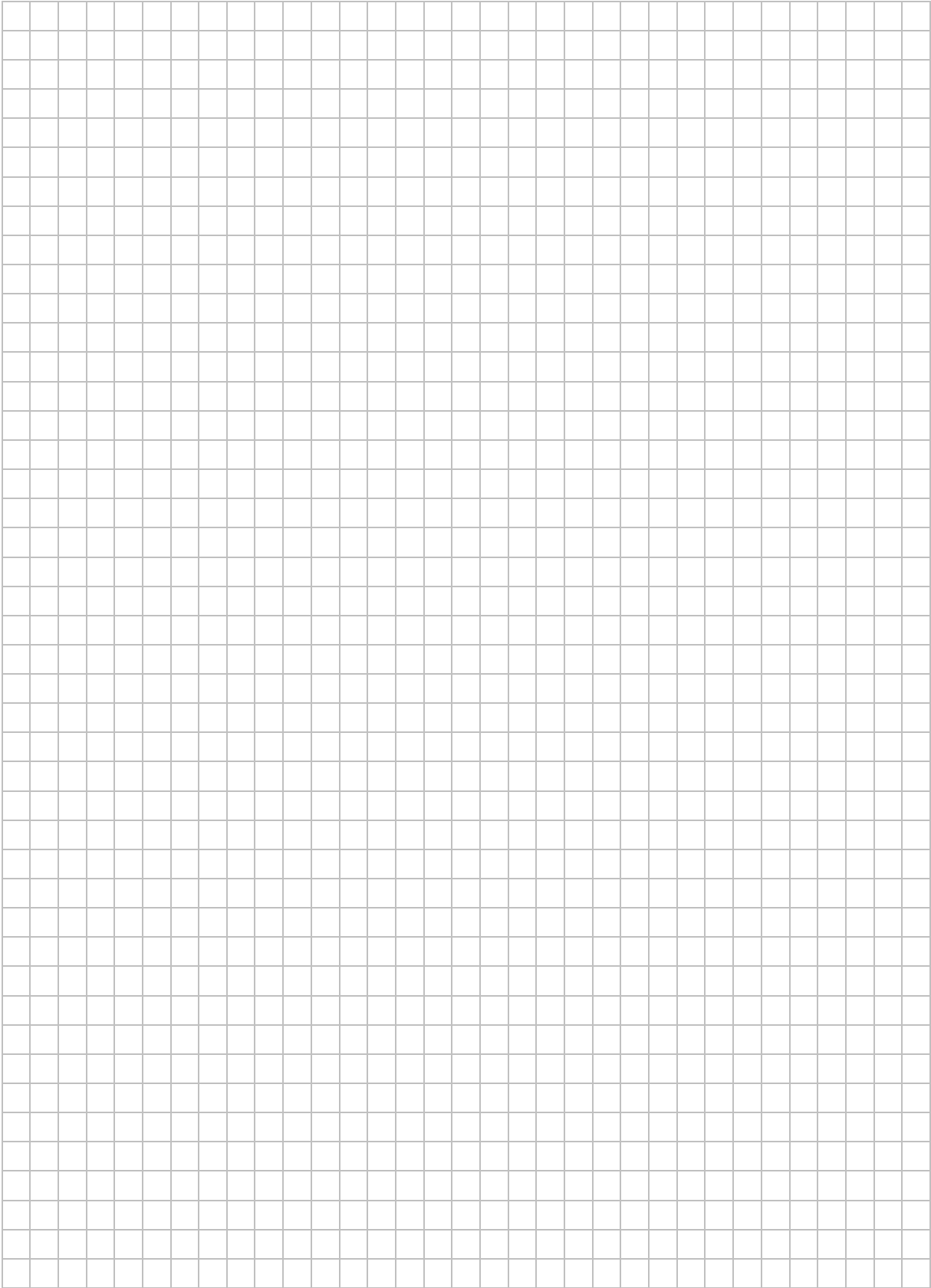
**Zadanie 9. (0–3)**

Dwusieczne czworokąta  $ABCD$  wpisanego w okrąg przecinają się w czterech różnych punktach:  $P, Q, R, S$  (zobacz rysunek).



Wykaż, że na czworokącie  $PQRS$  można opisać okrąg.

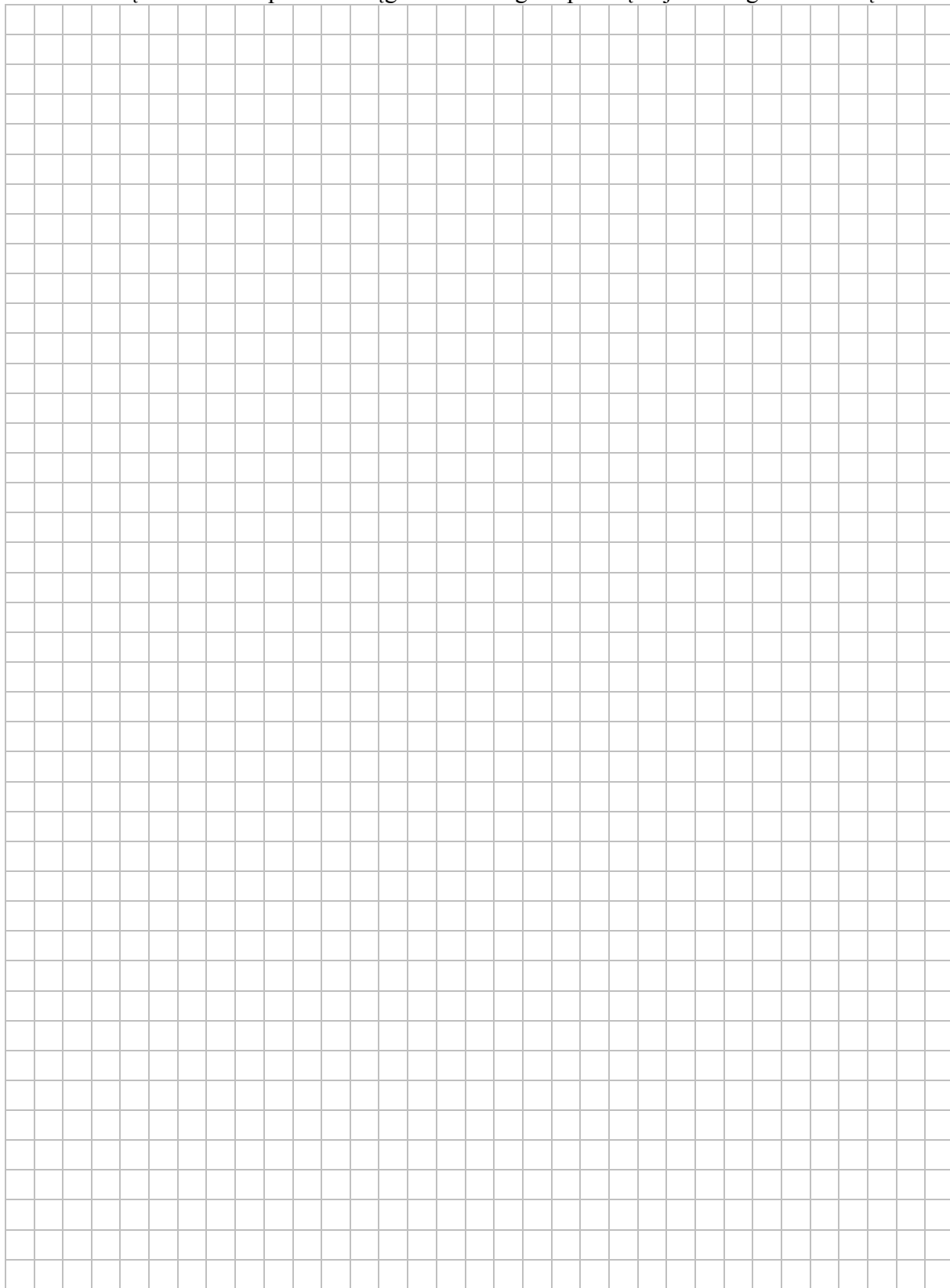




|                         |                     |    |
|-------------------------|---------------------|----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 9. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 3  |
|                         | Uzyskana liczba pkt |    |

**Zadanie 10. (0–4)**

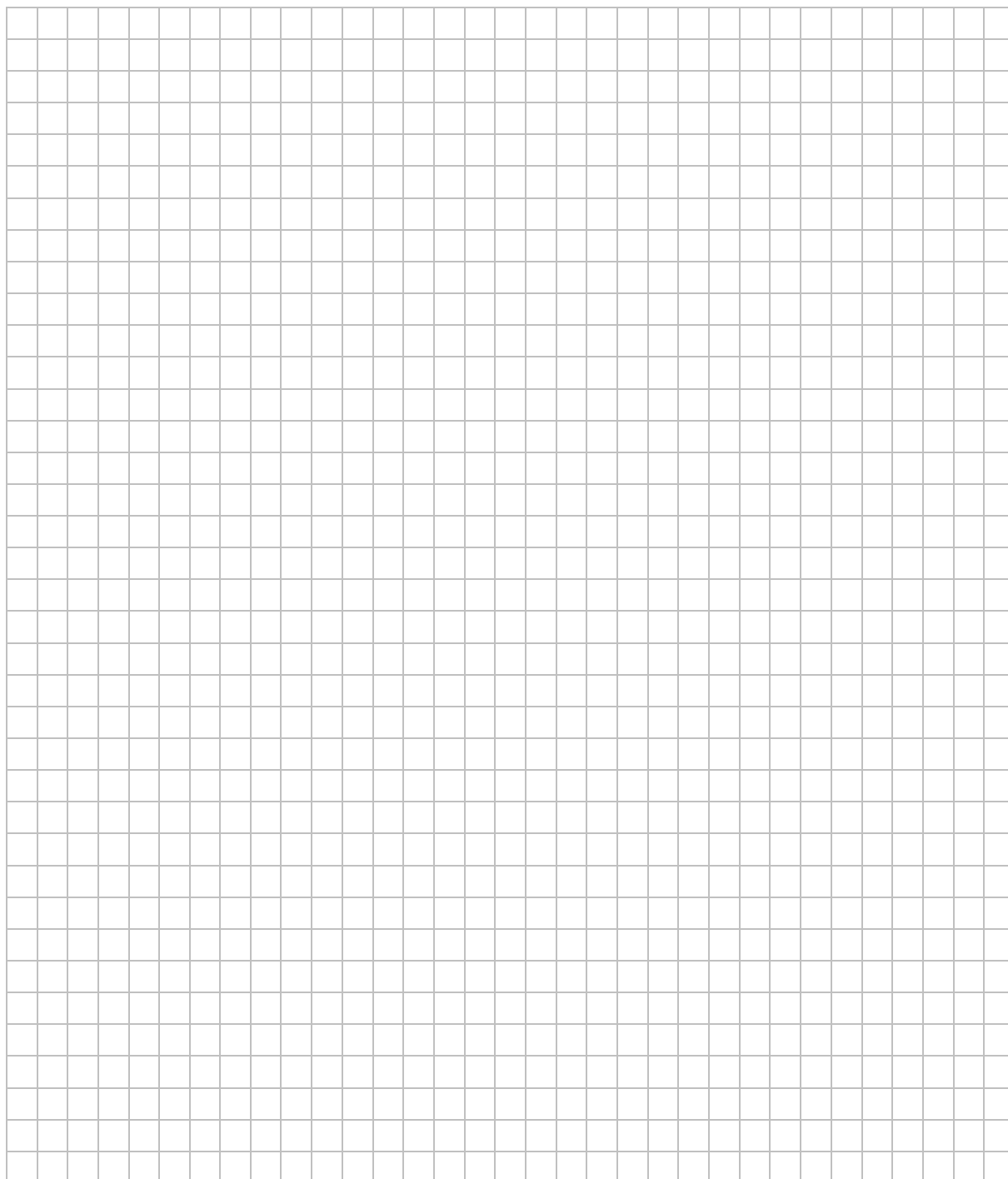
Długości boków czworokąta  $ABCD$  są równe:  $|AB|=2$ ,  $|BC|=3$ ,  $|CD|=4$ ,  $|DA|=5$ .  
Na czworokącie  $ABCD$  opisano okrąg. Oblicz długość przekątnej  $AC$  tego czworokąta.



Odpowiedź: .....

**Zadanie 11. (0–4)**

W pierwszej urnie umieszczono 3 kule białe i 5 kul czarnych, a w drugiej urnie 7 kul białych i 2 kule czarne. Losujemy jedną kulę z pierwszej urny, przekładamy ją do urny drugiej i dodatkowo dokładamy do urny drugiej jeszcze dwie kule tego samego koloru, co wylosowana kula. Następnie losujemy dwie kule z urny drugiej. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że obie kule wylosowane z drugiej urny będą białe.

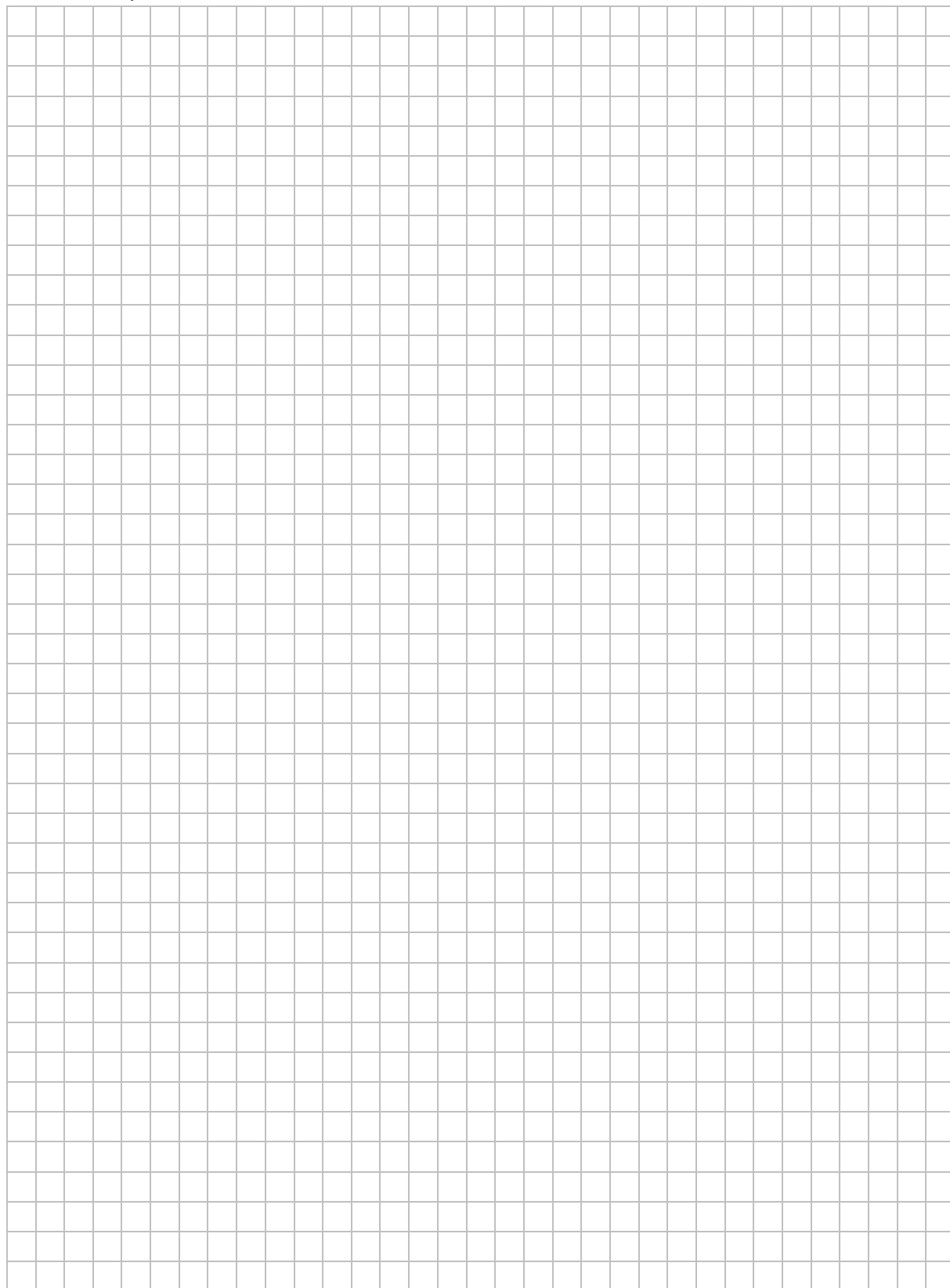


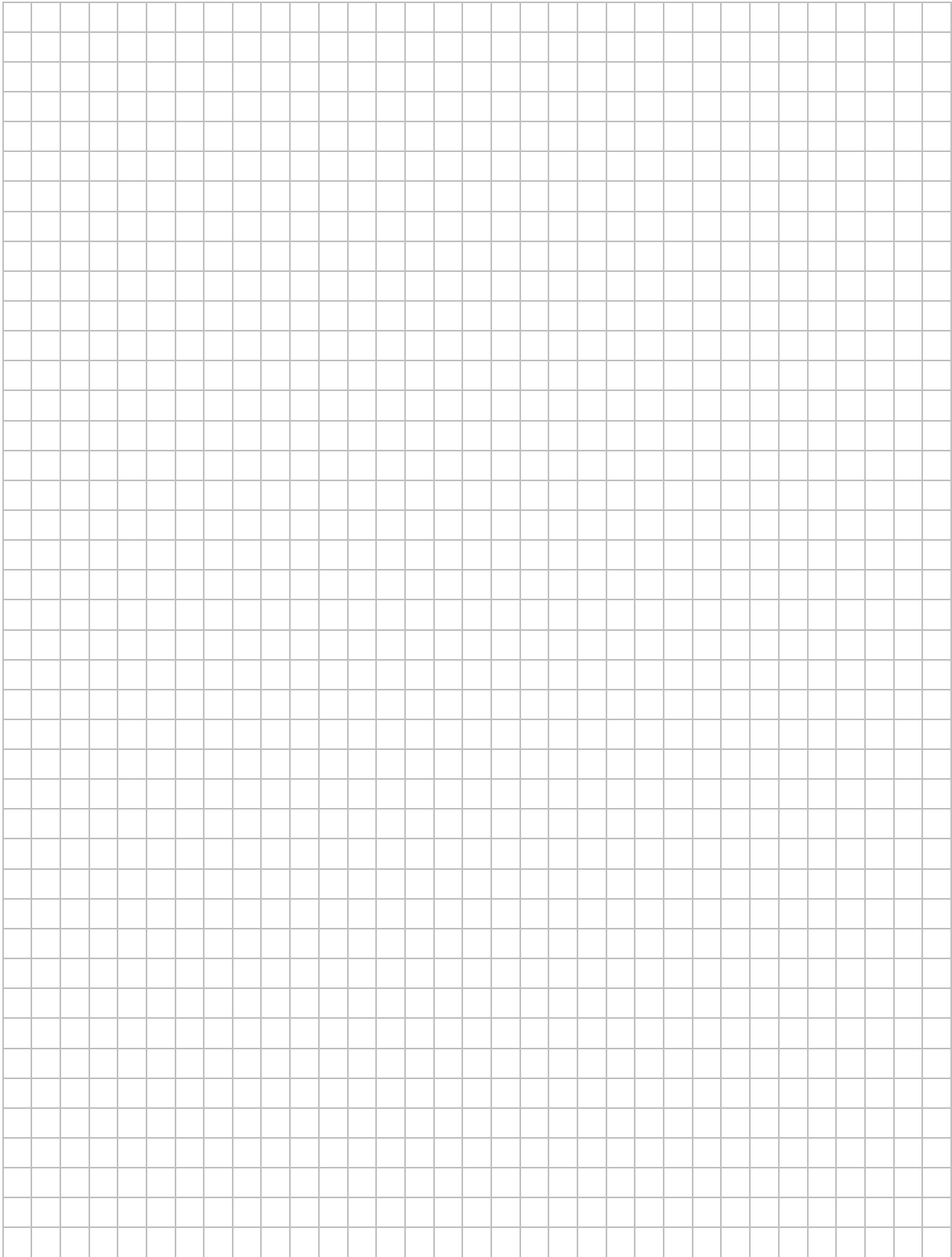
Odpowiedź: .....

|                         |                     |     |     |
|-------------------------|---------------------|-----|-----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 10. | 11. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 4   | 4   |
|                         | Uzyskana liczba pkt |     |     |

**Zadanie 12. (0–4)**

Funkcja  $f$  określona jest wzorem  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Wyznacz równania tych stycznych do wykresu funkcji  $f$ , które są równoległe do prostej o równaniu  $y = 4x$ .



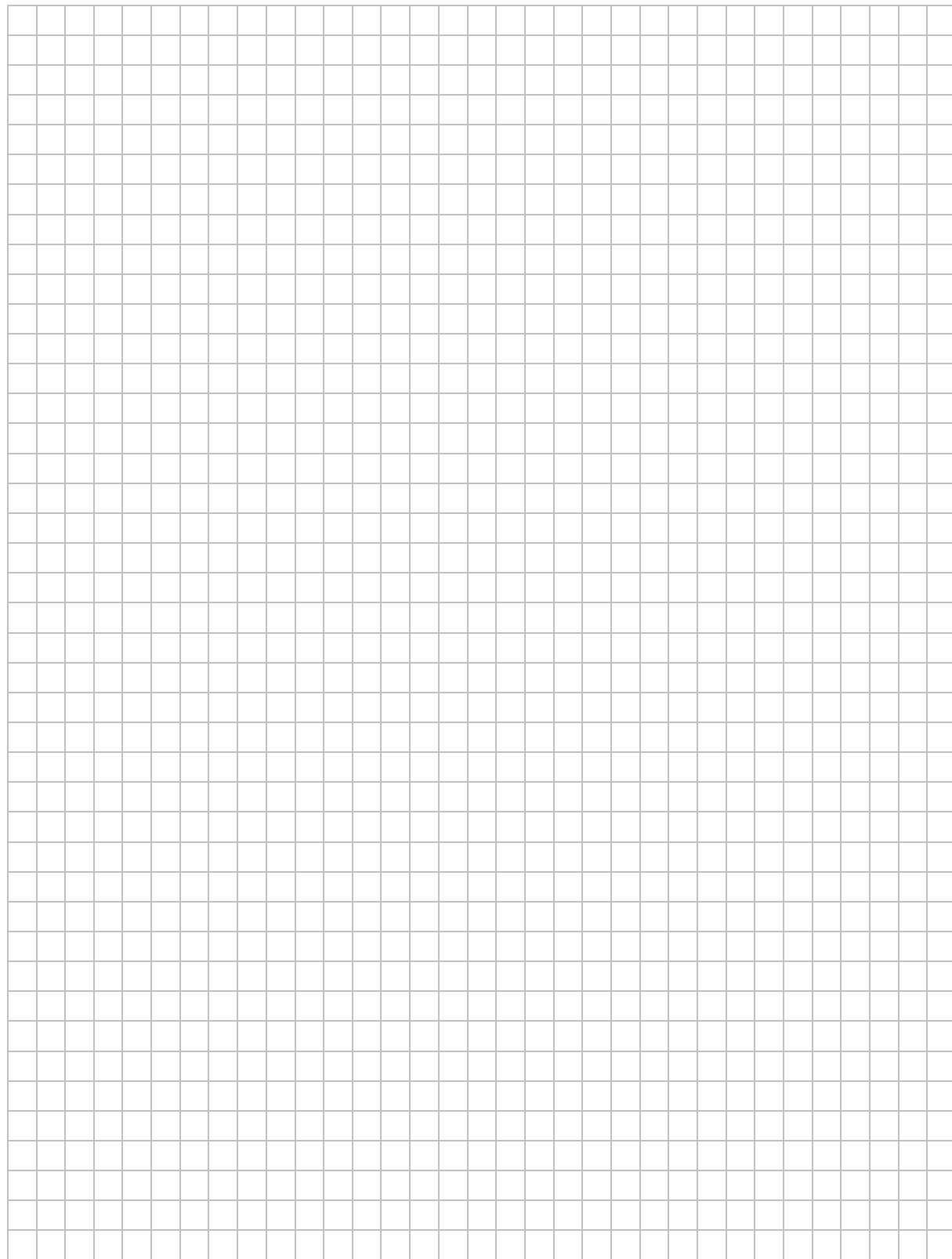


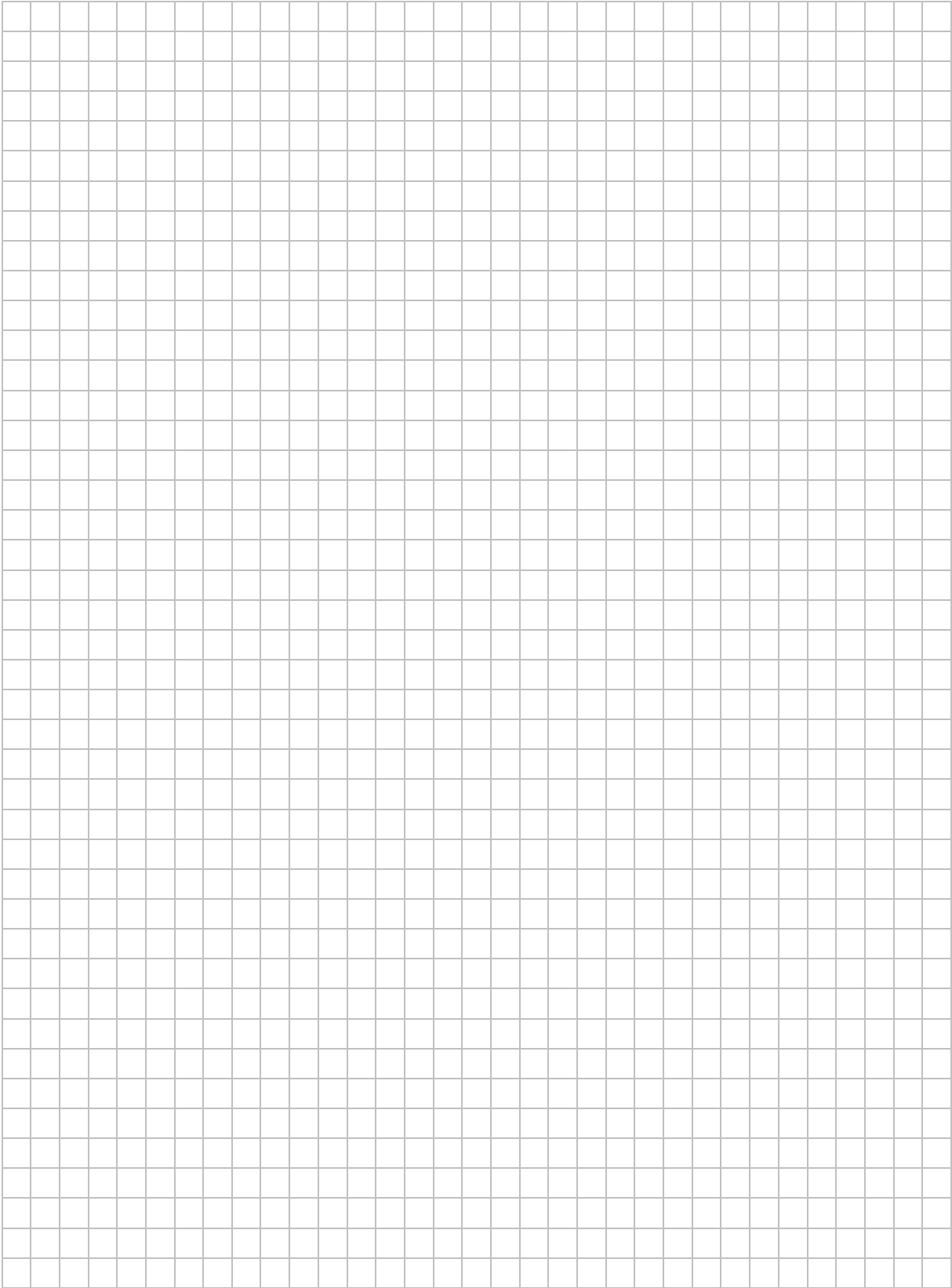
Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>12.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>4</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 13. (0–5)**

Dany jest trójmian kwadratowy  $f(x) = (m+1)x^2 + 2(m-2)x - m + 4$ . Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których trójmian  $f$  ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste  $x_1, x_2$ , spełniające warunek  $x_1^2 - x_2^2 = x_1^4 - x_2^4$ .



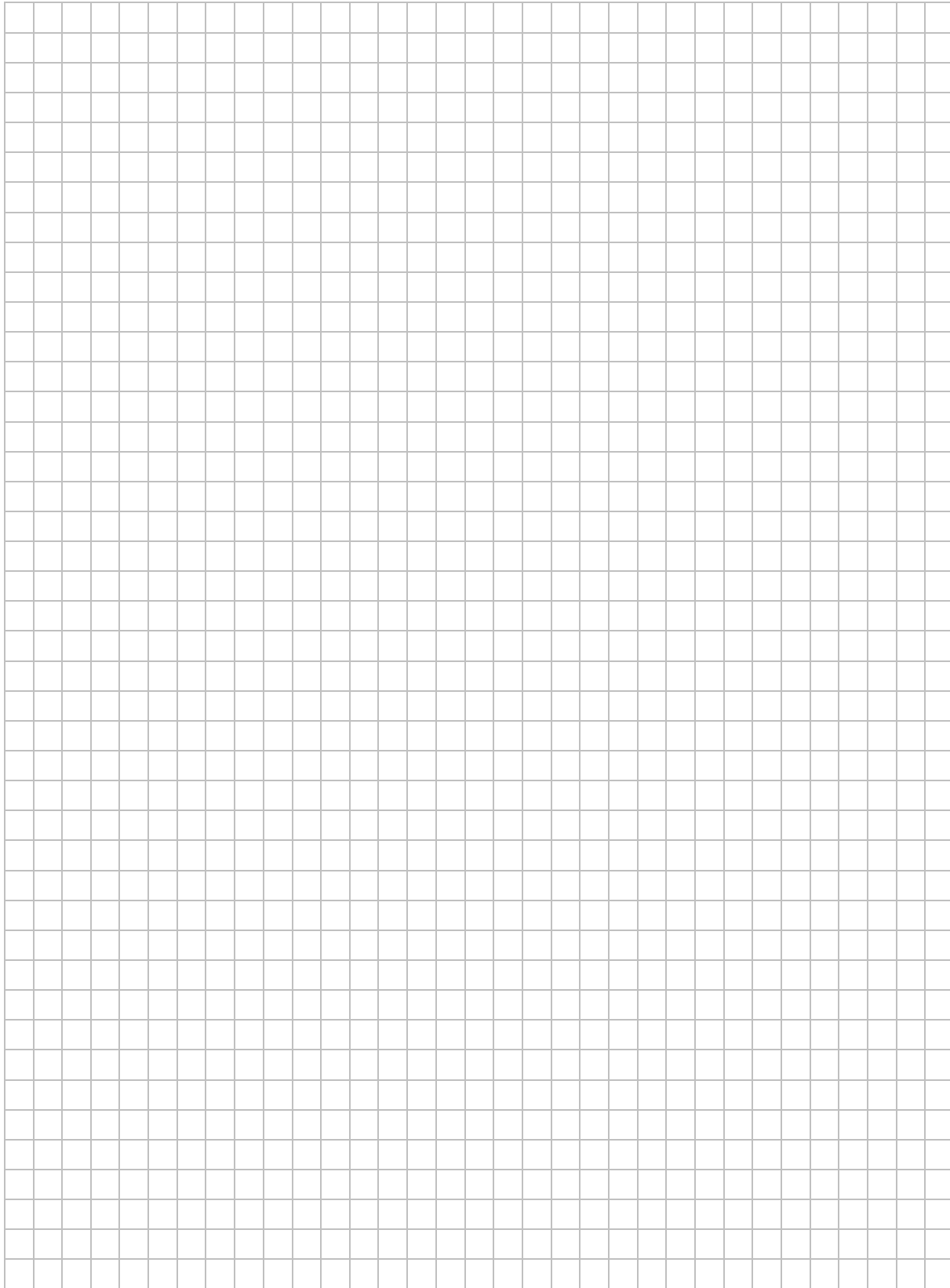


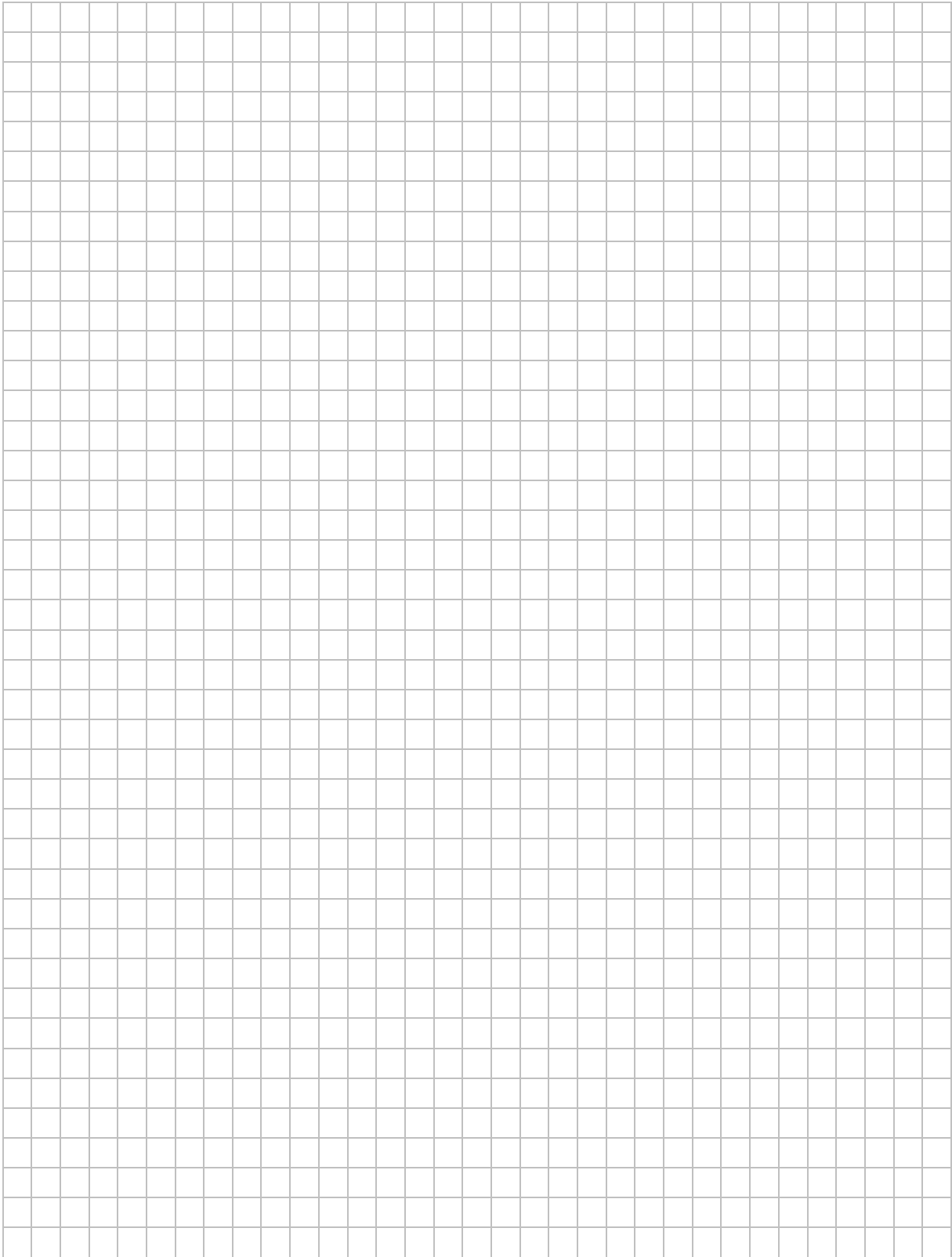
Odpowiedź: .....

|                         |                     |     |
|-------------------------|---------------------|-----|
| Wypełnia<br>egzaminator | Nr zadania          | 13. |
|                         | Maks. liczba pkt    | 5   |
|                         | Uzyskana liczba pkt |     |

**Zadanie 14. (0–5)**

Podstawą ostrosłupa  $ABCDS$  jest kwadrat  $ABCD$ . Krawędź boczna  $SD$  jest wysokością ostrosłupa, a jej długość jest dwa razy większa od długości krawędzi podstawy. Oblicz sinus kąta między ścianami bocznymi  $ABS$  i  $CBS$  tego ostrosłupa.



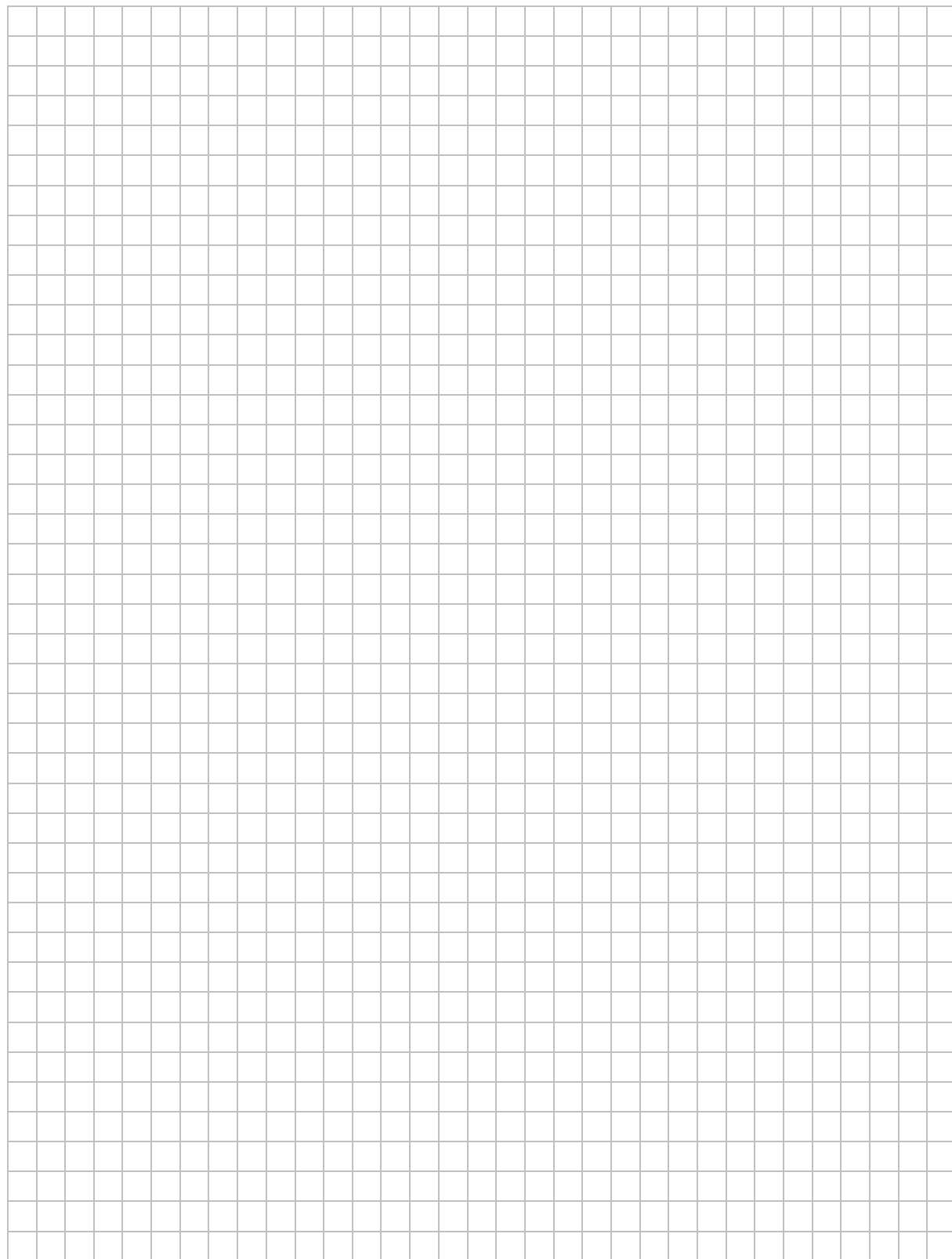


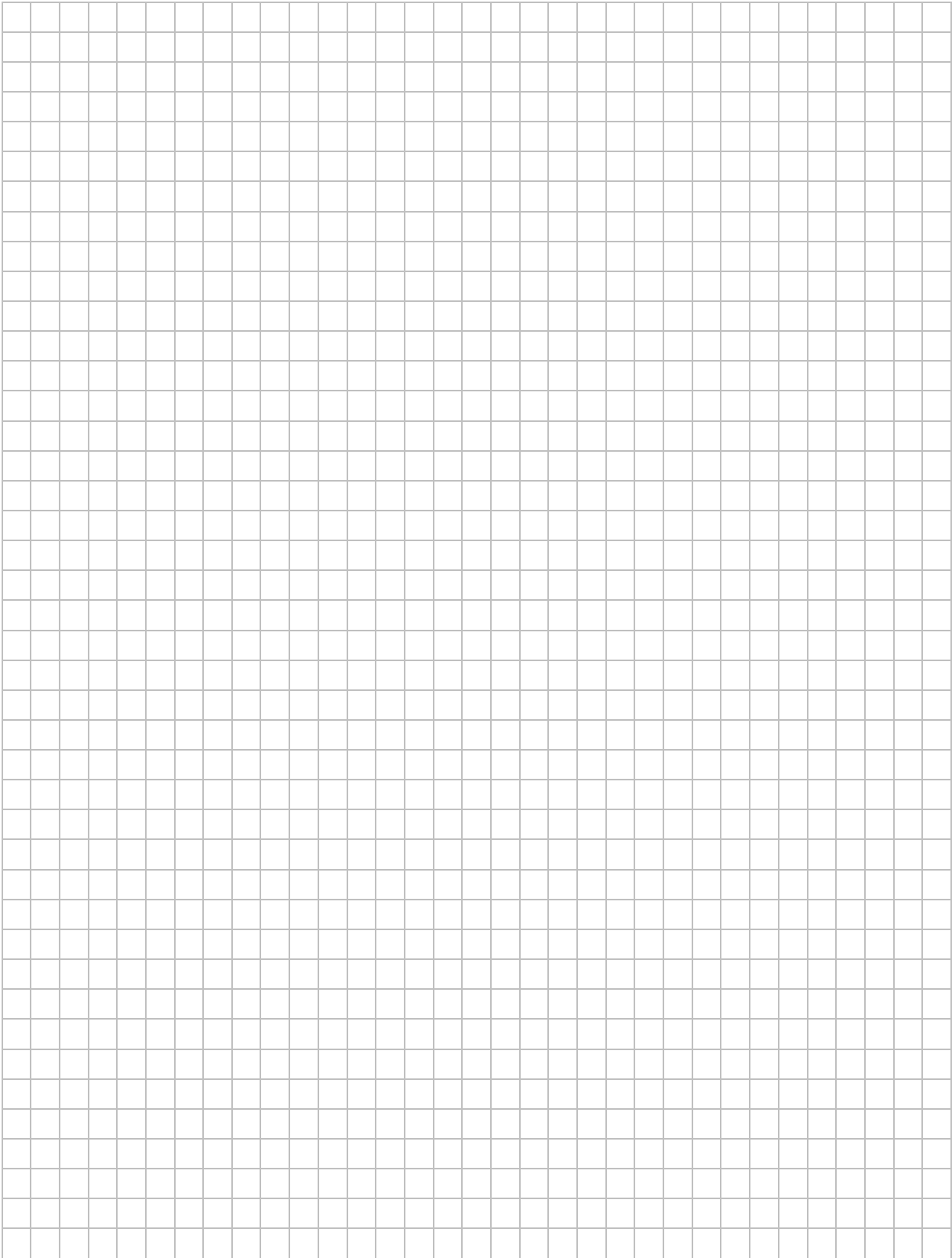
Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>14.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>5</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 15. (0–6)**

Suma wszystkich czterech współczynników wielomianu  $W(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  jest równa 0. Trzy pierwiastki tego wielomianu tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy równej 3. Oblicz współczynniki  $a$ ,  $b$  i  $c$ . Rozważ wszystkie możliwe przypadki.



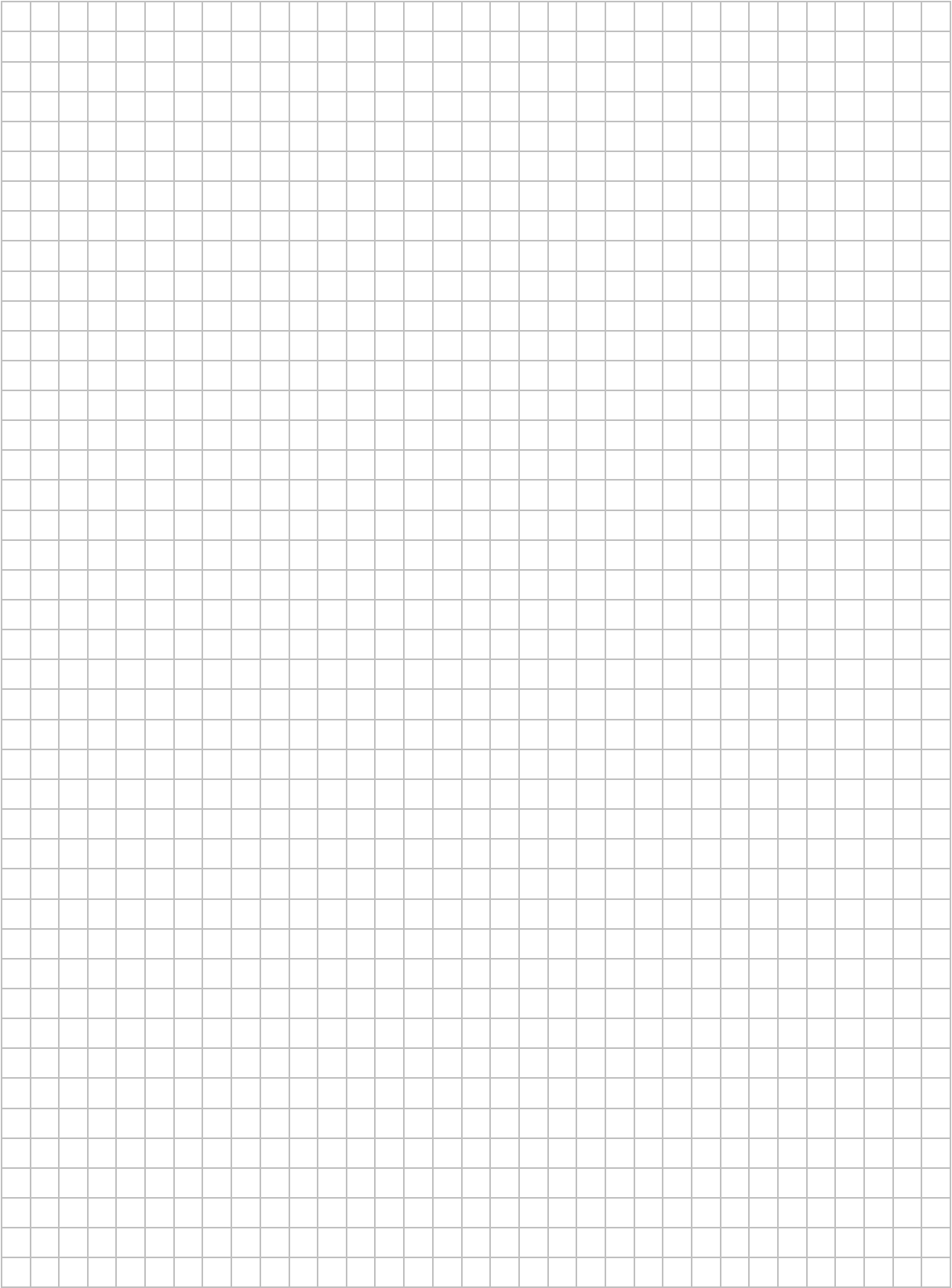


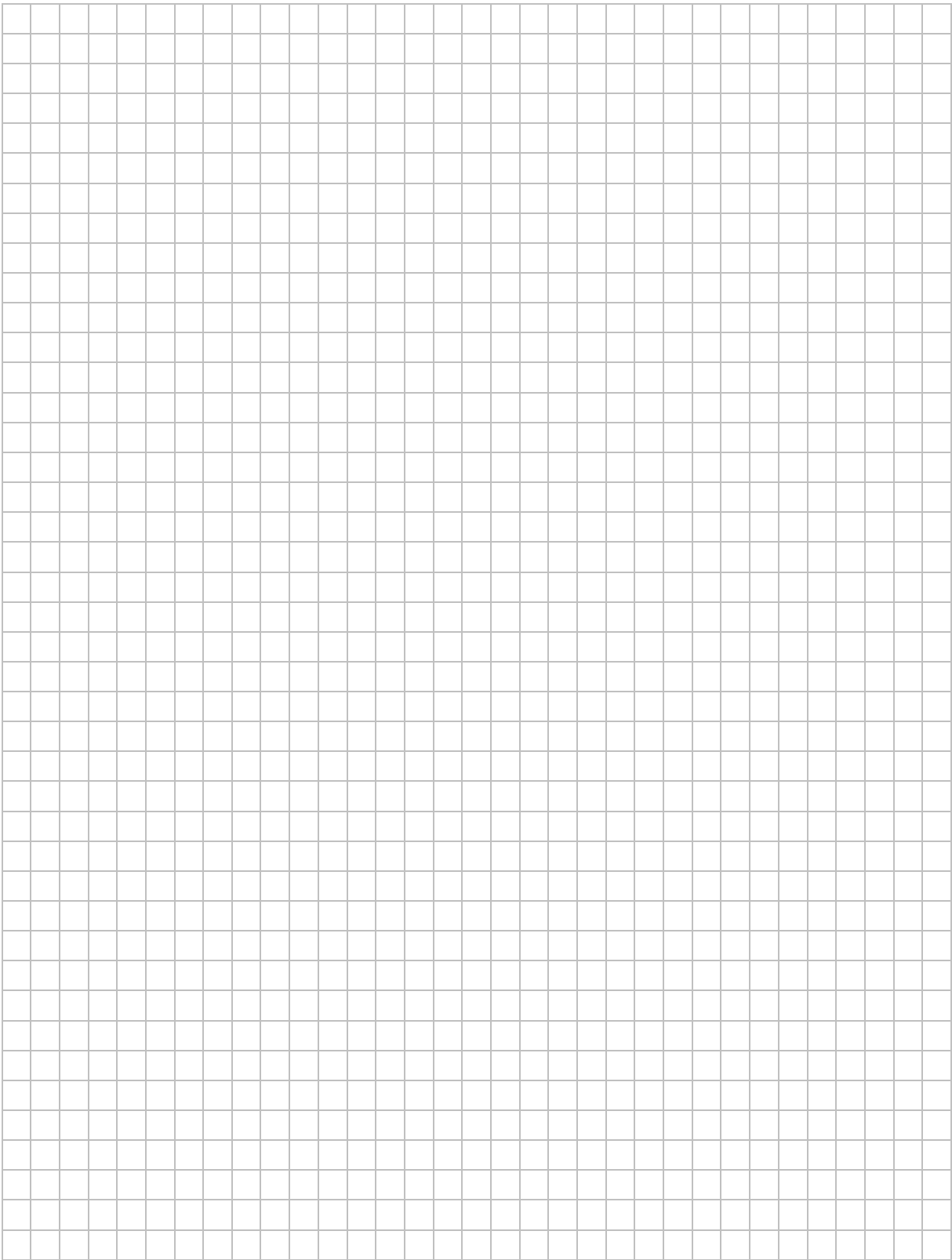
Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>15.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>6</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

**Zadanie 16. (0–7)**

Rozpatrujemy wszystkie stożki, których przekrojem osiowym jest trójkąt o obwodzie 20. Oblicz wysokość i promień podstawy tego stożka, którego objętość jest największa. Oblicz objętość tego stożka.





Odpowiedź: .....

|                                 |                            |            |
|---------------------------------|----------------------------|------------|
| <b>Wypełnia<br/>egzaminator</b> | <b>Nr zadania</b>          | <b>16.</b> |
|                                 | <b>Maks. liczba pkt</b>    | <b>7</b>   |
|                                 | <b>Uzyskana liczba pkt</b> |            |

## **BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**