

WPISUJE ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*Miejsce
na naklejkę
z kodem*

☐ dysleksja

**EGZAMIN MATURALNY
Z MATEMATYKI**

POZIOM ROZSZERZONY

MAJ 2014

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 19 stron (zadania 1–11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
4. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
8. Na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

**Czas pracy:
180 minut**

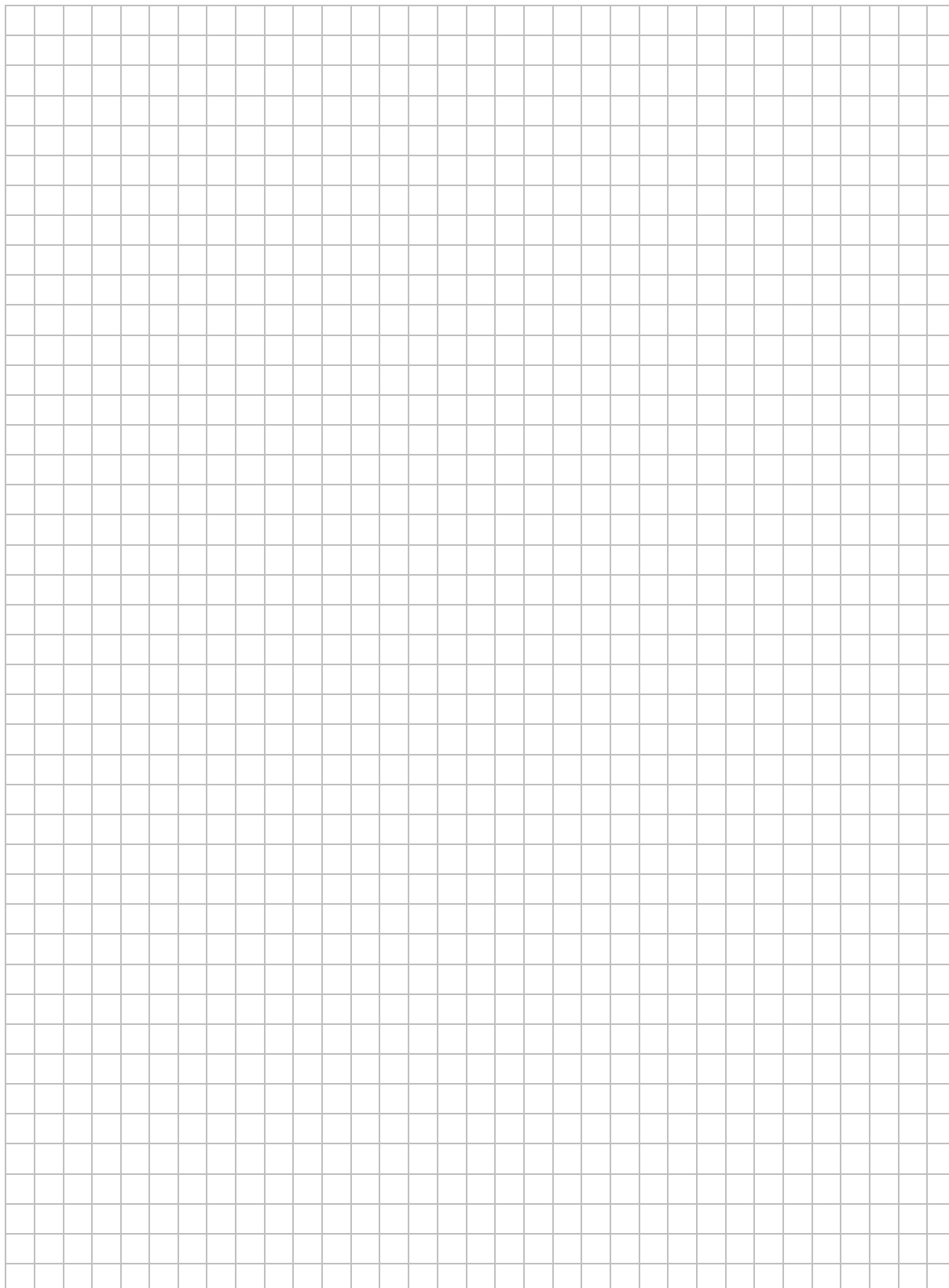
**Liczba punktów
do uzyskania: 50**

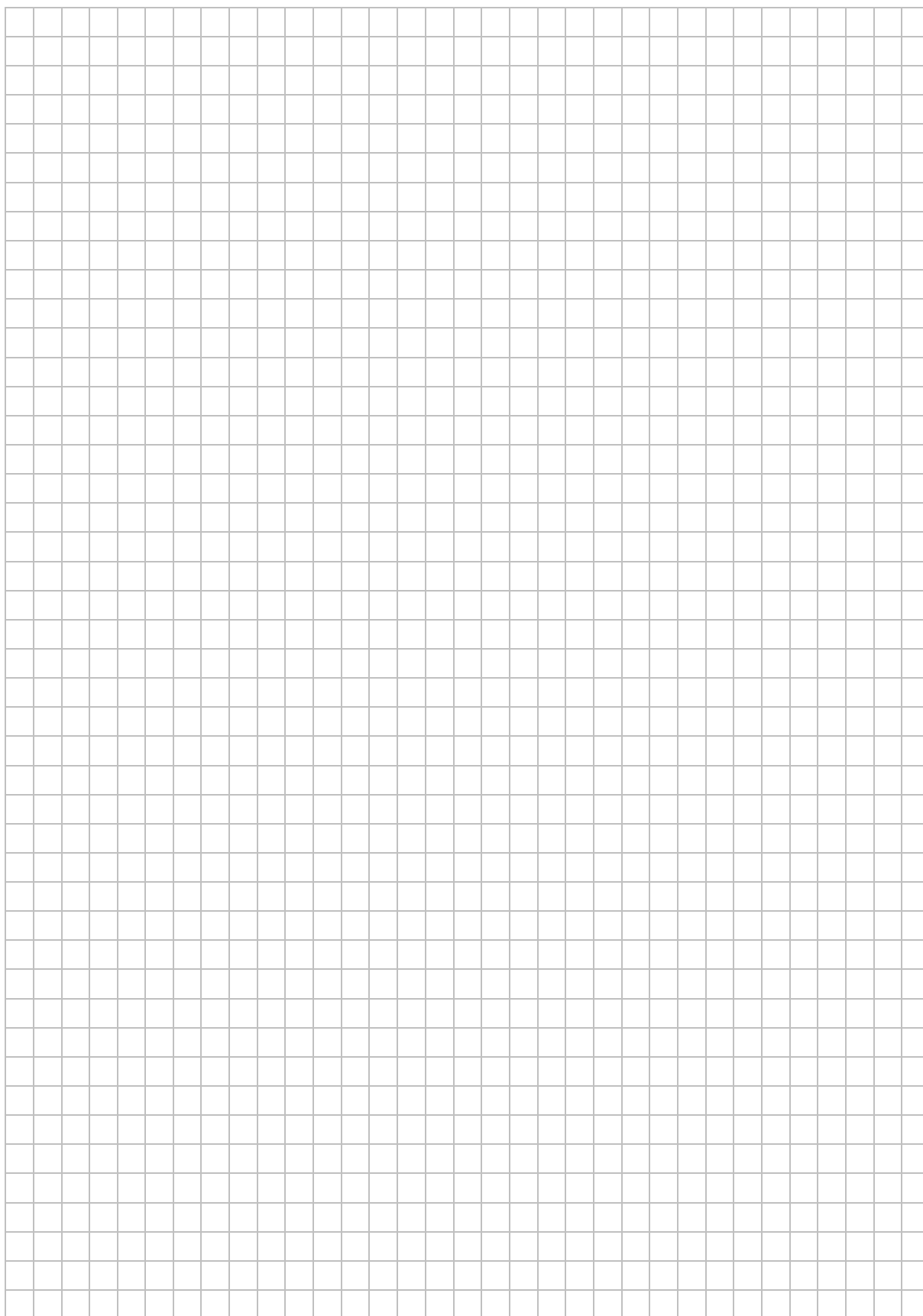


MMA-R1_1P-142

Zadanie 1. (4 pkt)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = \frac{|x+3| + |x-3|}{x}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$. Wyznacz zbiór wartości tej funkcji.



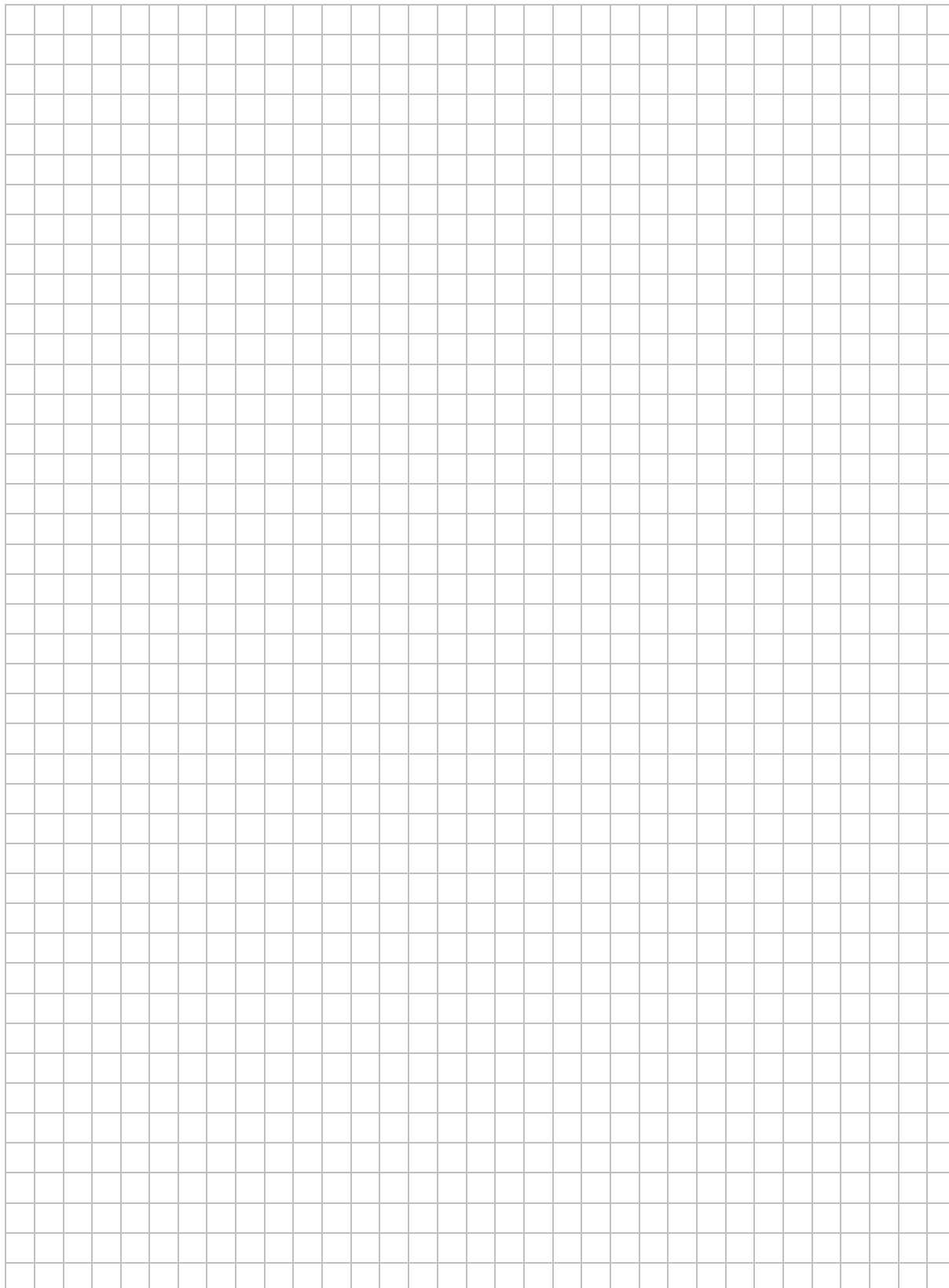


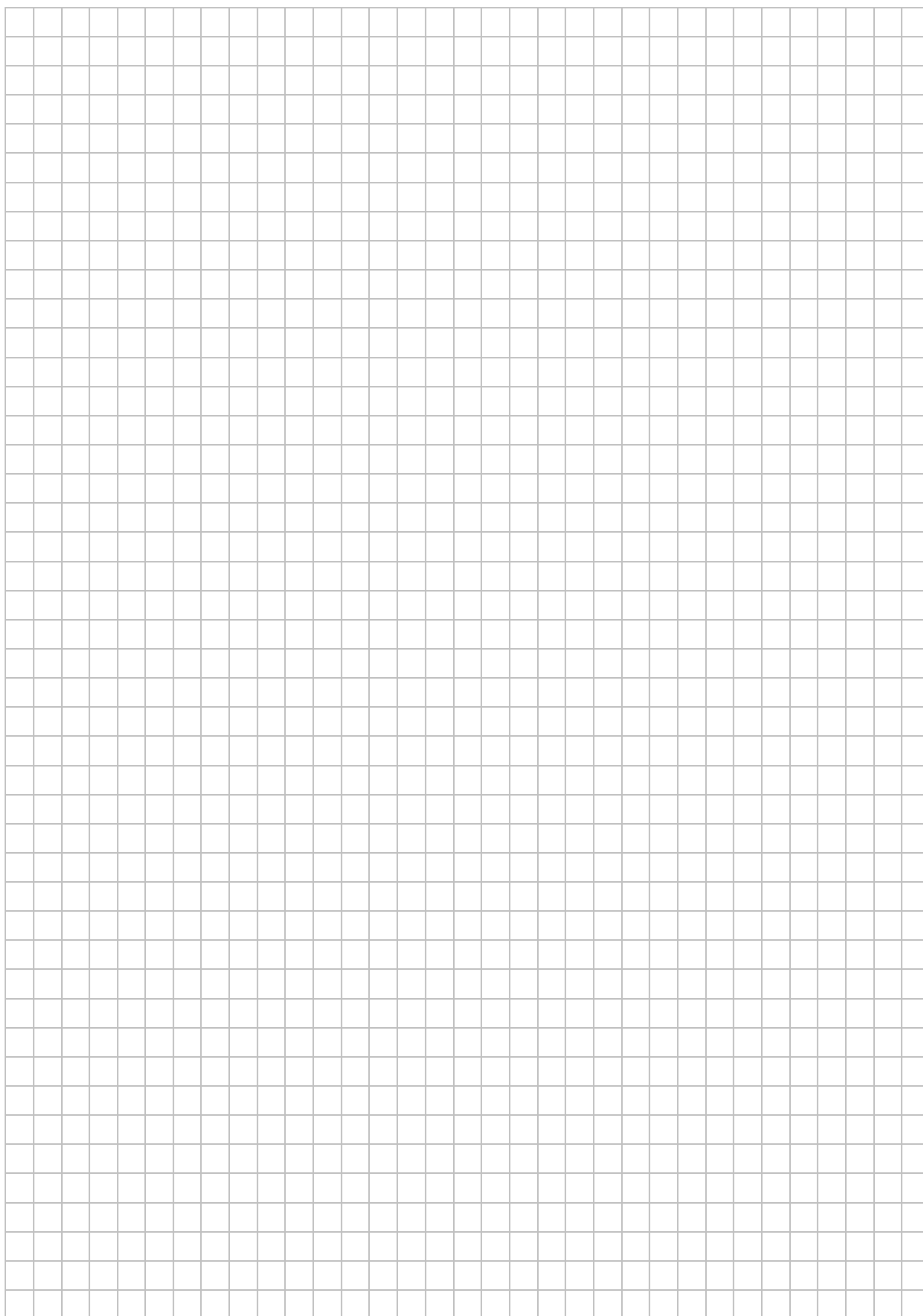
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	1.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 2. (6 pkt)

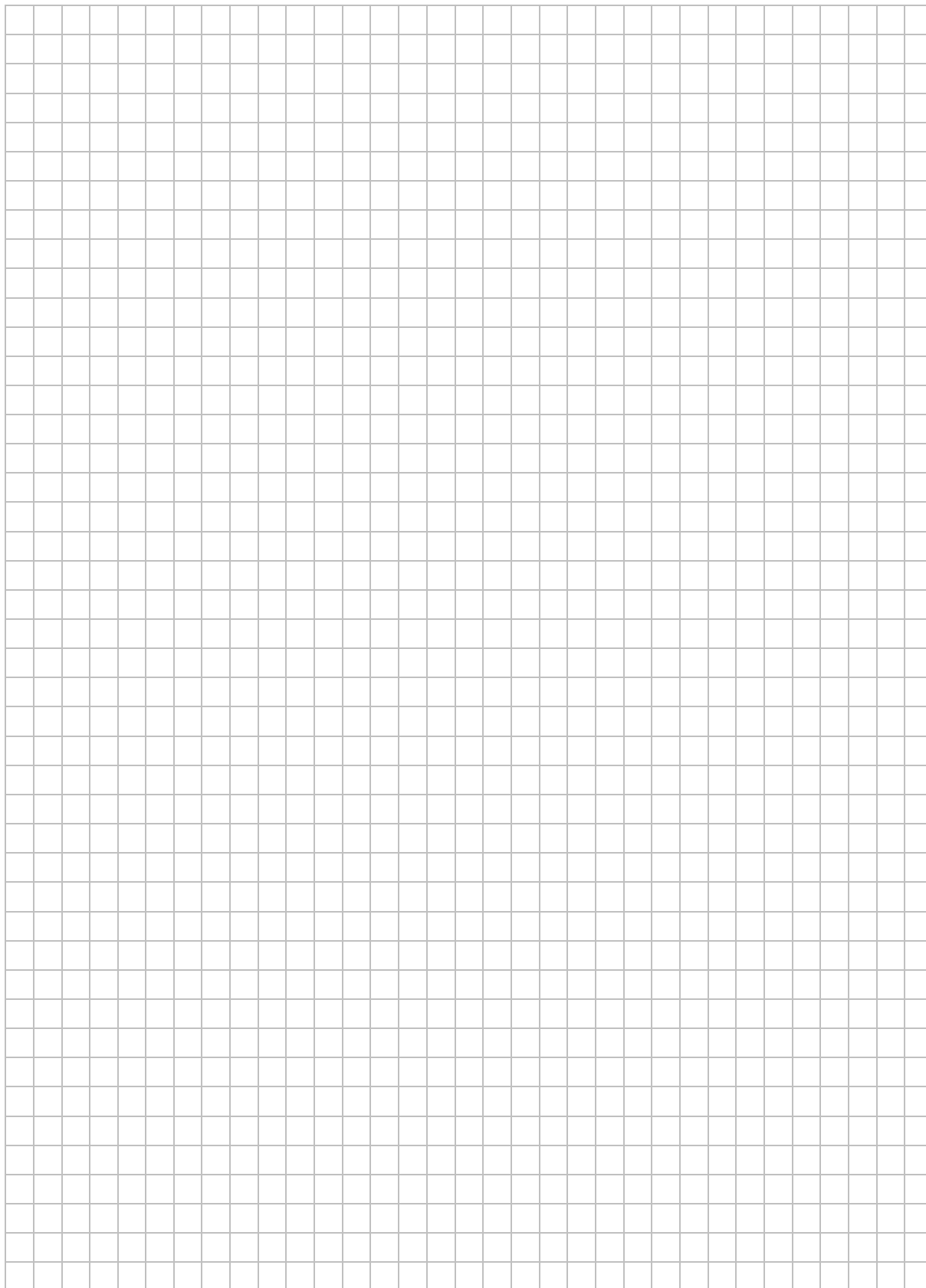
Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 - (2m + 2)x + 2m + 5$ ma dwa różne pierwiastki x_1, x_2 takie, że suma kwadratów odległości punktów $A = (x_1, 0)$ i $B = (x_2, 0)$ od prostej o równaniu $x + y + 1 = 0$ jest równa 6.





Odpowiedź:

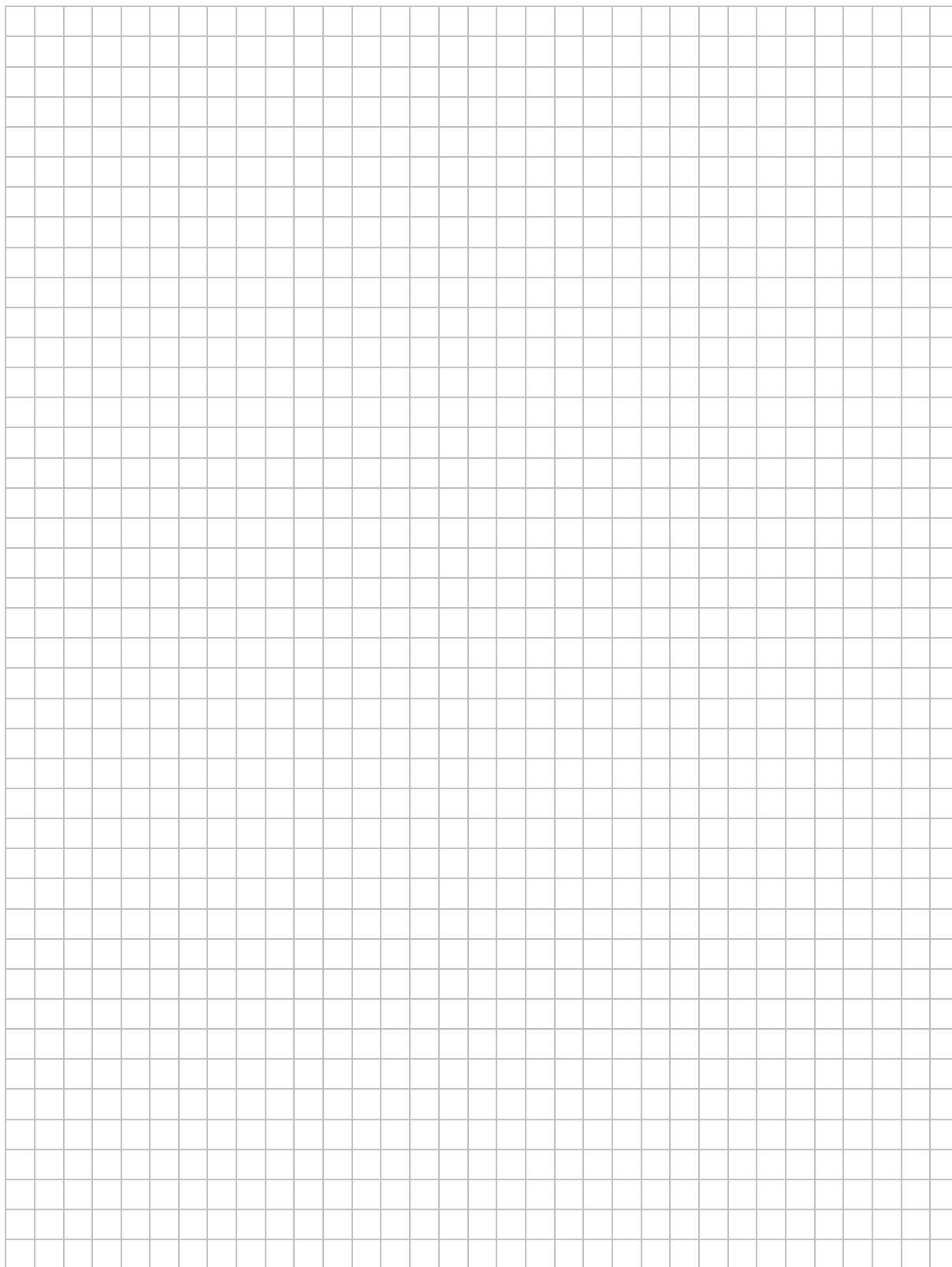
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	2.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 3. (4 pkt)Rozwiąż równanie $\sqrt{3} \cdot \cos x = 1 + \sin x$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

Odpowiedź:

Zadanie 4. (3 pkt)

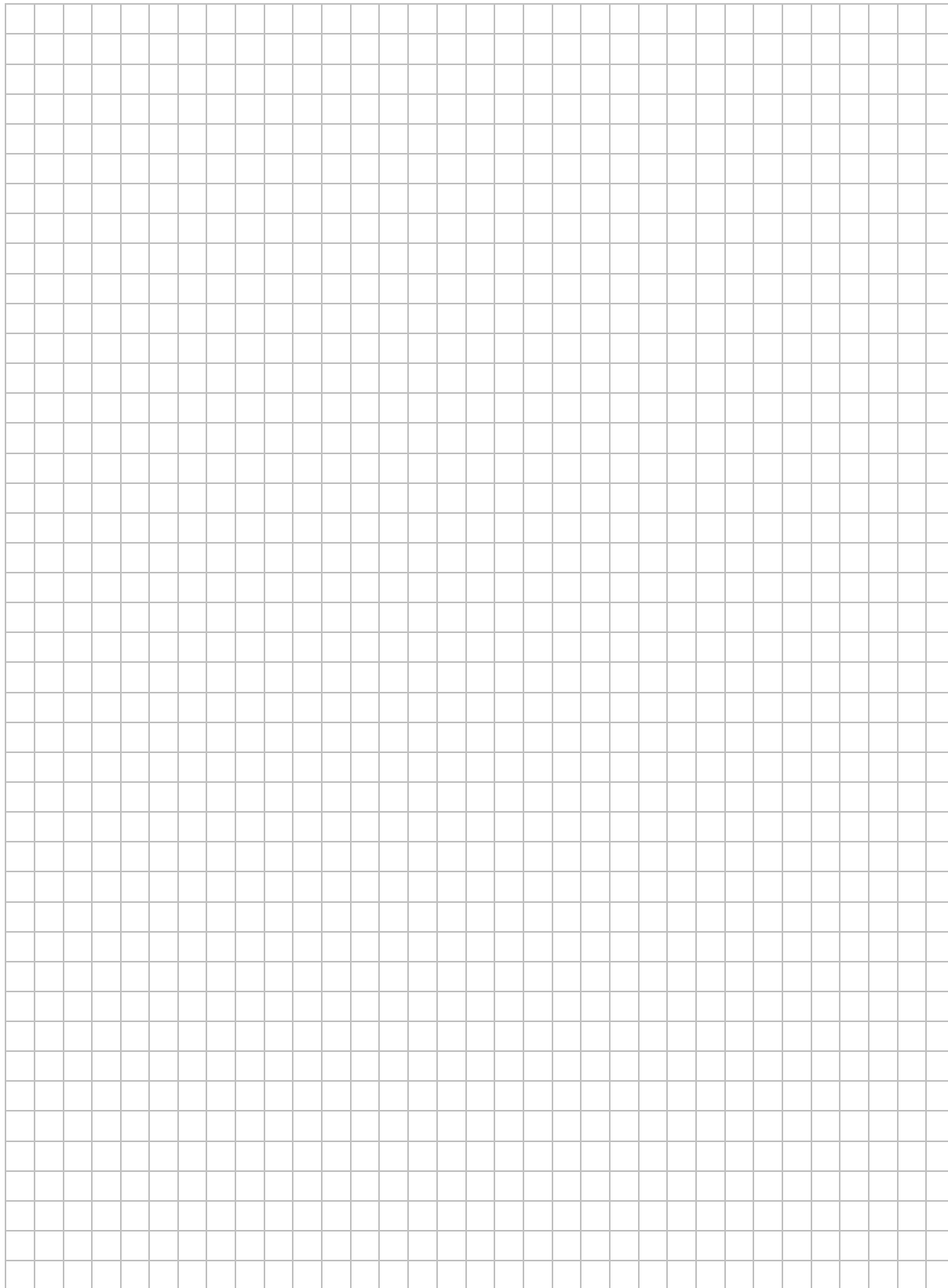
Udowodnij, że dla każdych dwóch liczb rzeczywistych dodatnich x, y prawdziwa jest nierówność $(x+1)\frac{x}{y} + (y+1)\frac{y}{x} > 2$.

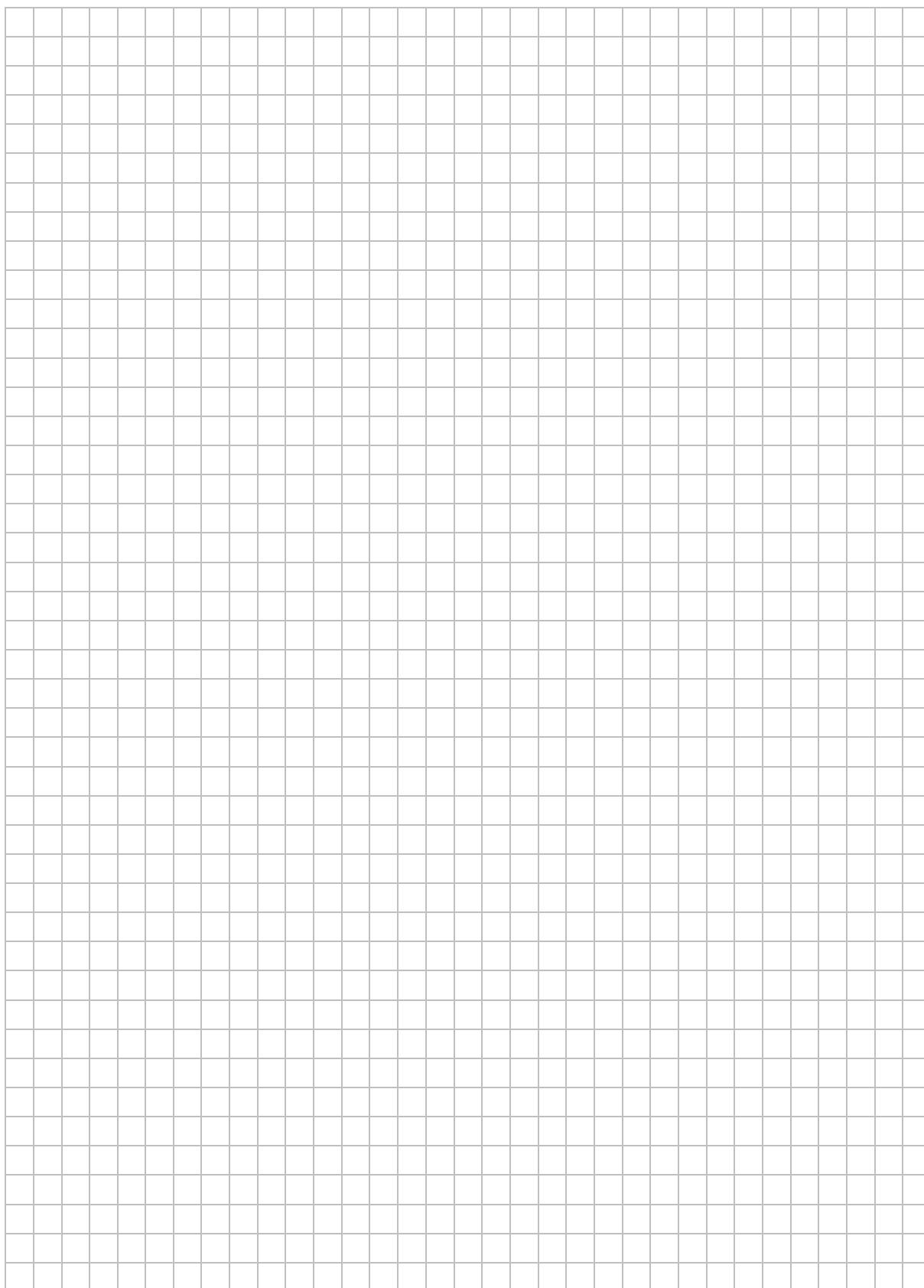


Wypełnia egzaminator	Nr zadania	3.	4.
	Maks. liczba pkt	4	3
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 5. (5 pkt)

Dane są trzy okręgi o środkach A , B , C i promieniach równych odpowiednio r , $2r$, $3r$. Każde dwa z tych okręgów są zewnętrznie styczne: pierwszy z drugim w punkcie K , drugi z trzecim w punkcie L i trzeci z pierwszym w punkcie M . Oblicz stosunek pola trójkąta KLM do pola trójkąta ABC .



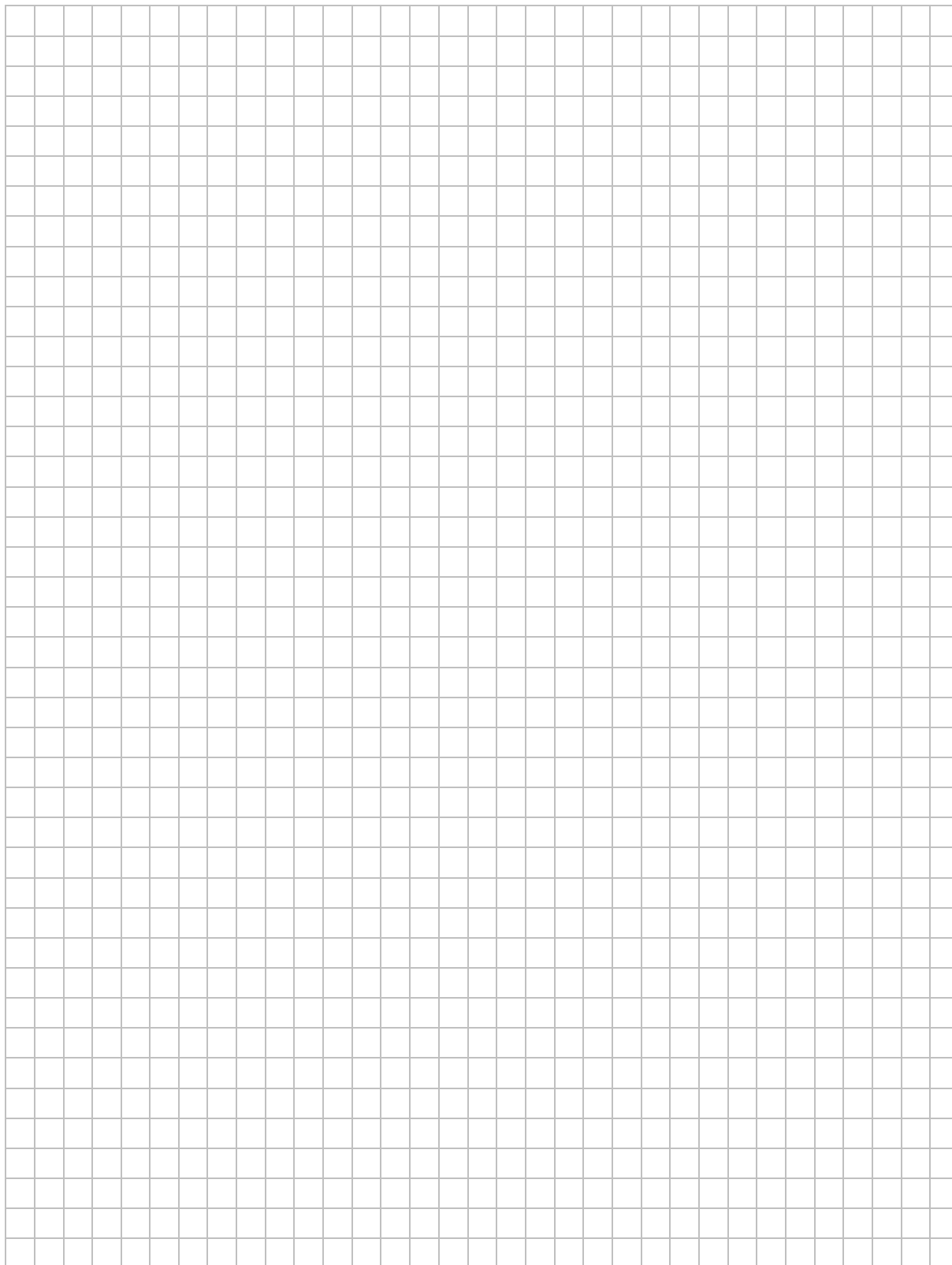


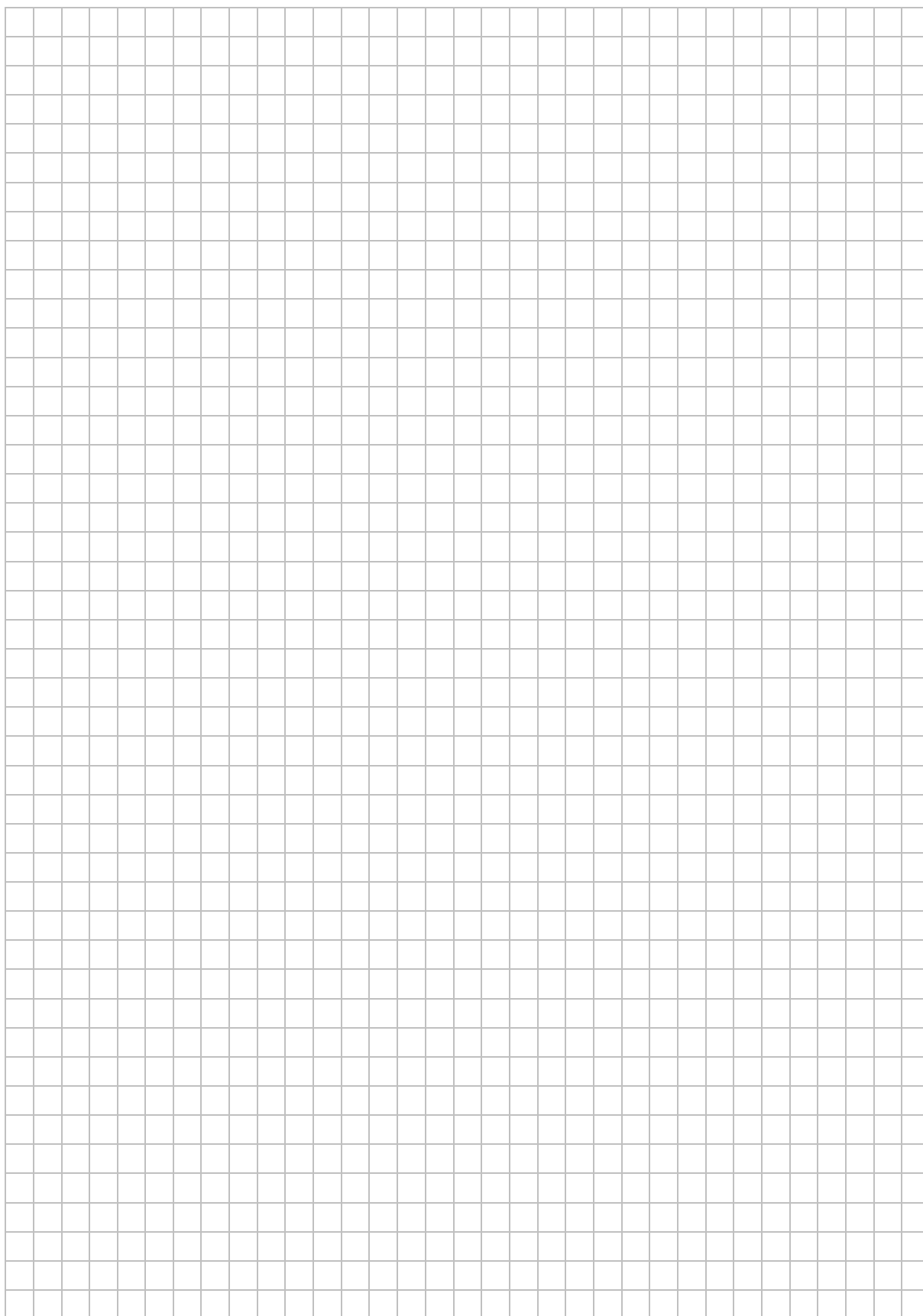
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 6. (3 pkt)

Trójkąt ABC jest wpisany w okrąg o środku S . Kąty wewnętrzne CAB , ABC i BCA tego trójkąta są równe, odpowiednio, α , 2α i 4α . Wykaż, że trójkąt ABC jest rozwartokątny, i udowodnij, że miary wypukłych kątów środkowych ASB , ASC i BSC tworzą w podanej kolejności ciąg arytmetyczny.



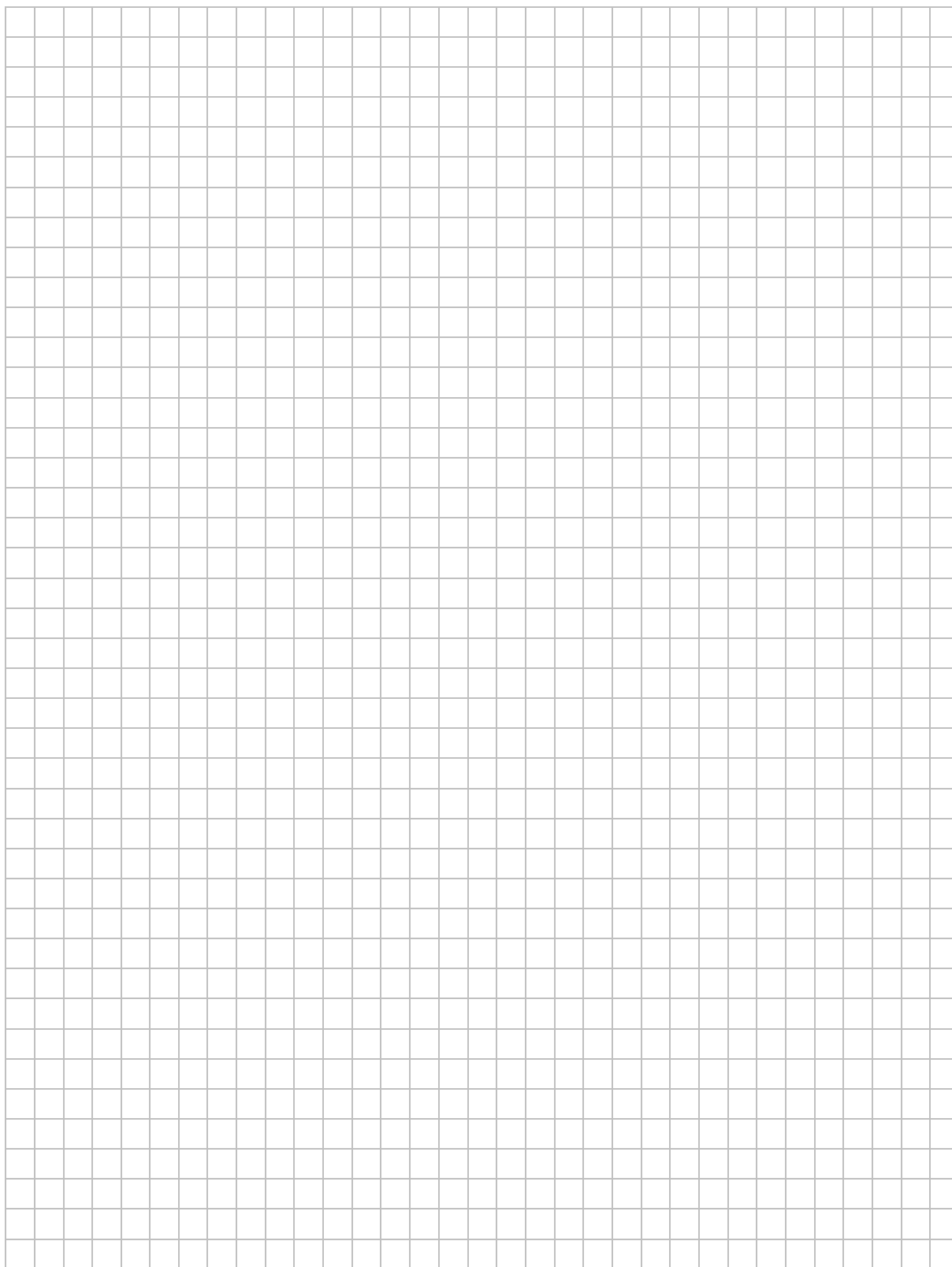


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	6.
	Maks. liczba pkt	3
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 7. (6 pkt)

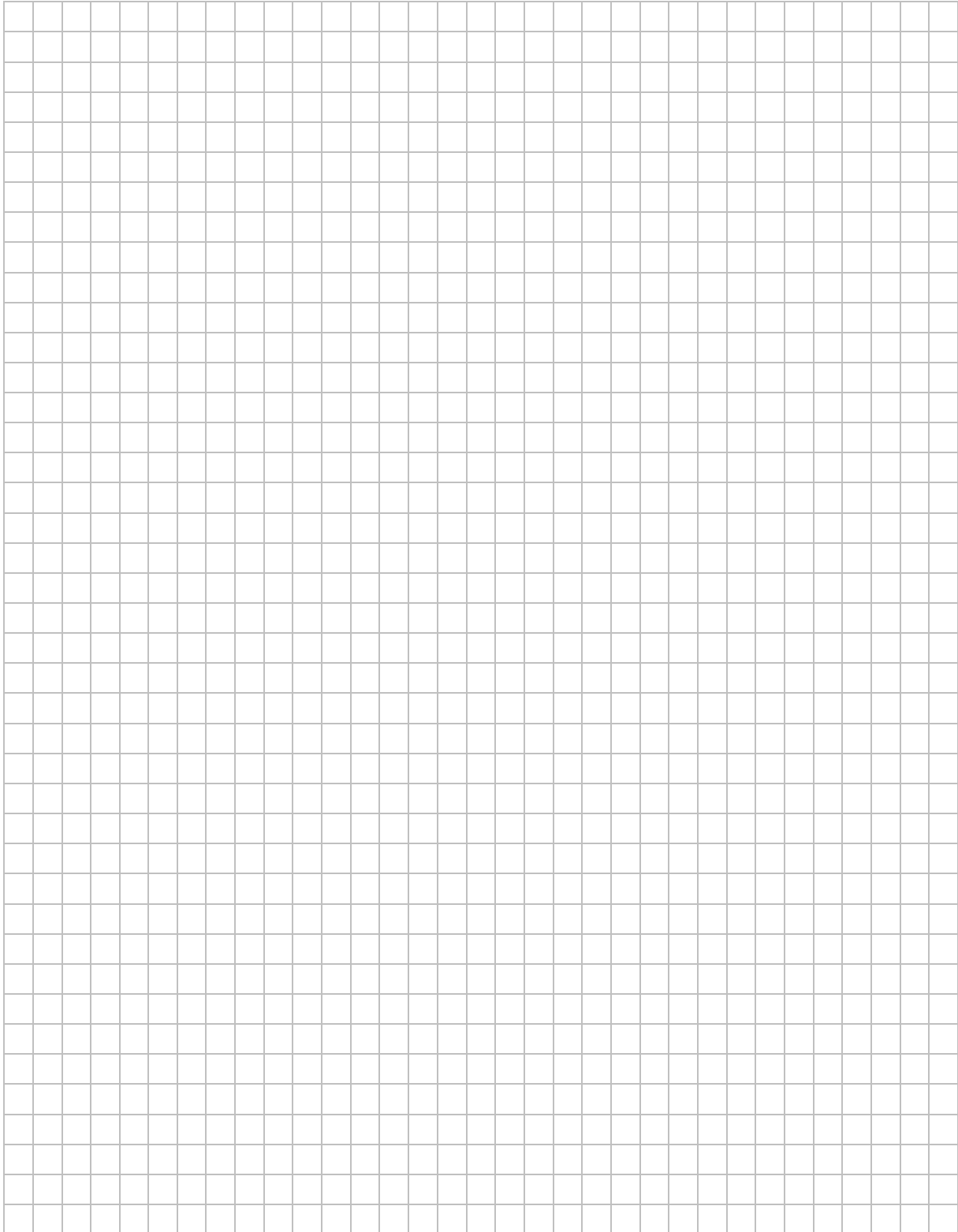
Ciąg geometryczny (a_n) ma 100 wyrazów i są one liczbami dodatnimi. Suma wszystkich wyrazów o numerach nieparzystych jest sto razy większa od sumy wszystkich wyrazów o numerach parzystych oraz $\log a_1 + \log a_2 + \log a_3 + \dots + \log a_{100} = 100$. Oblicz a_1 .



Odpowiedź:

Zadanie 8. (4 pkt)

Punkty A , B , C , D , E , F są kolejnymi wierzchołkami sześciokąta foremnego, przy czym $A = (0, 2\sqrt{3})$, $B = (2, 0)$, a C leży na osi Ox . Wyznacz równanie stycznej do okręgu opisanego na tym sześciokącie przechodzącej przez wierzchołek E .

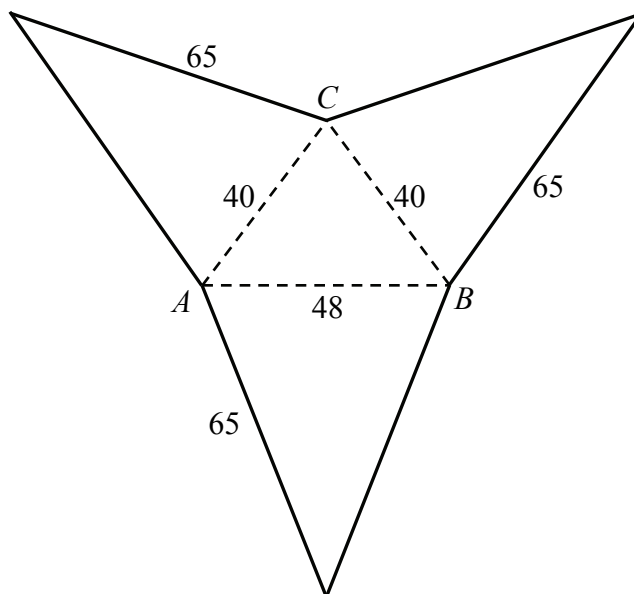


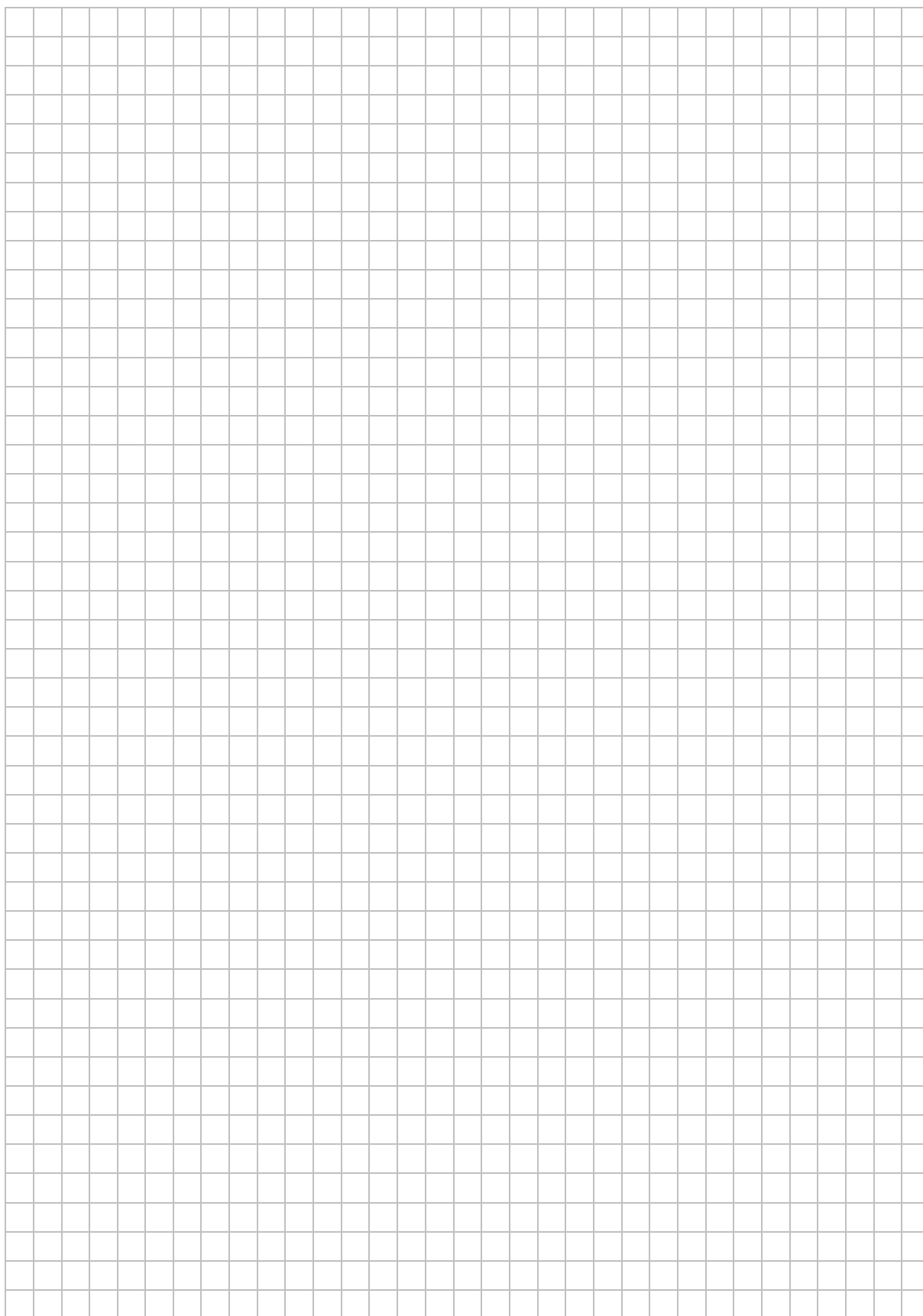
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	7.	8.
	Maks. liczba pkt	6	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 9. (6 pkt)

Oblicz objętość ostrosłupa trójkątnego $ABCS$, którego siatkę przedstawiono na rysunku.



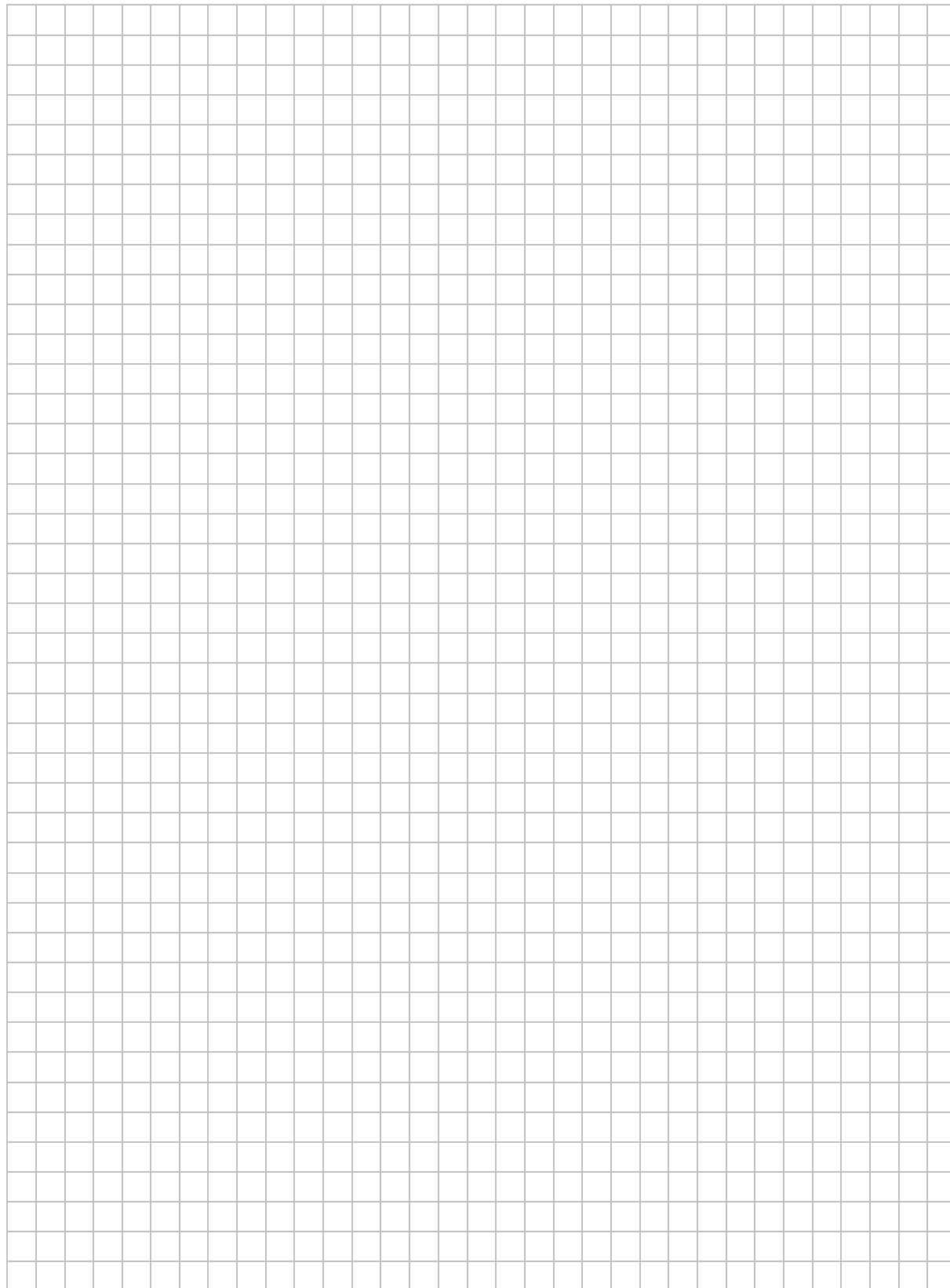


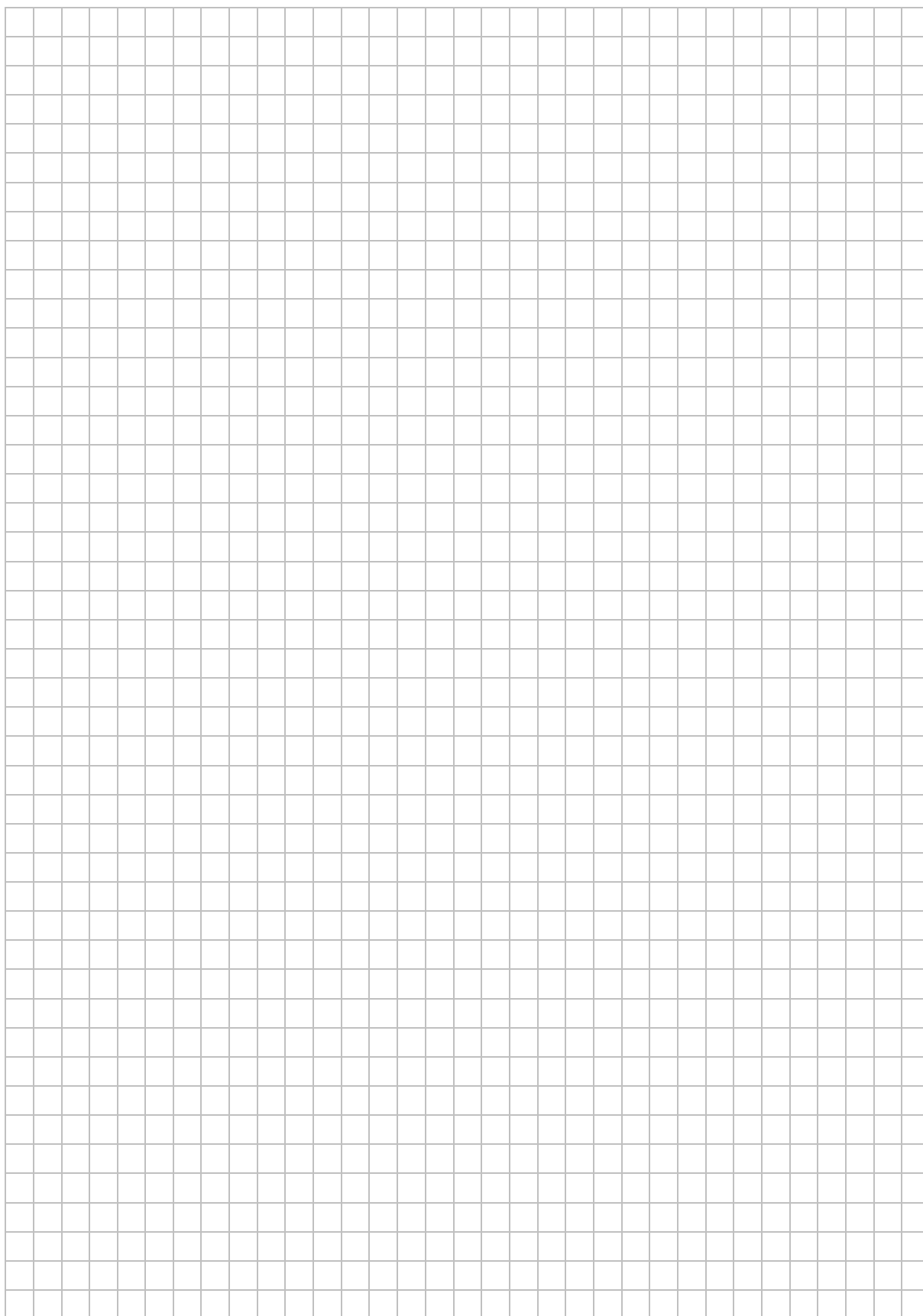
Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	9.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 10. (5 pkt)

Wyznacz wszystkie całkowite wartości parametru m , dla których równanie $(x^3 + 2x^2 + 2x + 1)[x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m] = 0$ ma trzy, parami różne, pierwiastki rzeczywiste, takie że jeden z nich jest średnią arytmetyczną dwóch pozostałych.



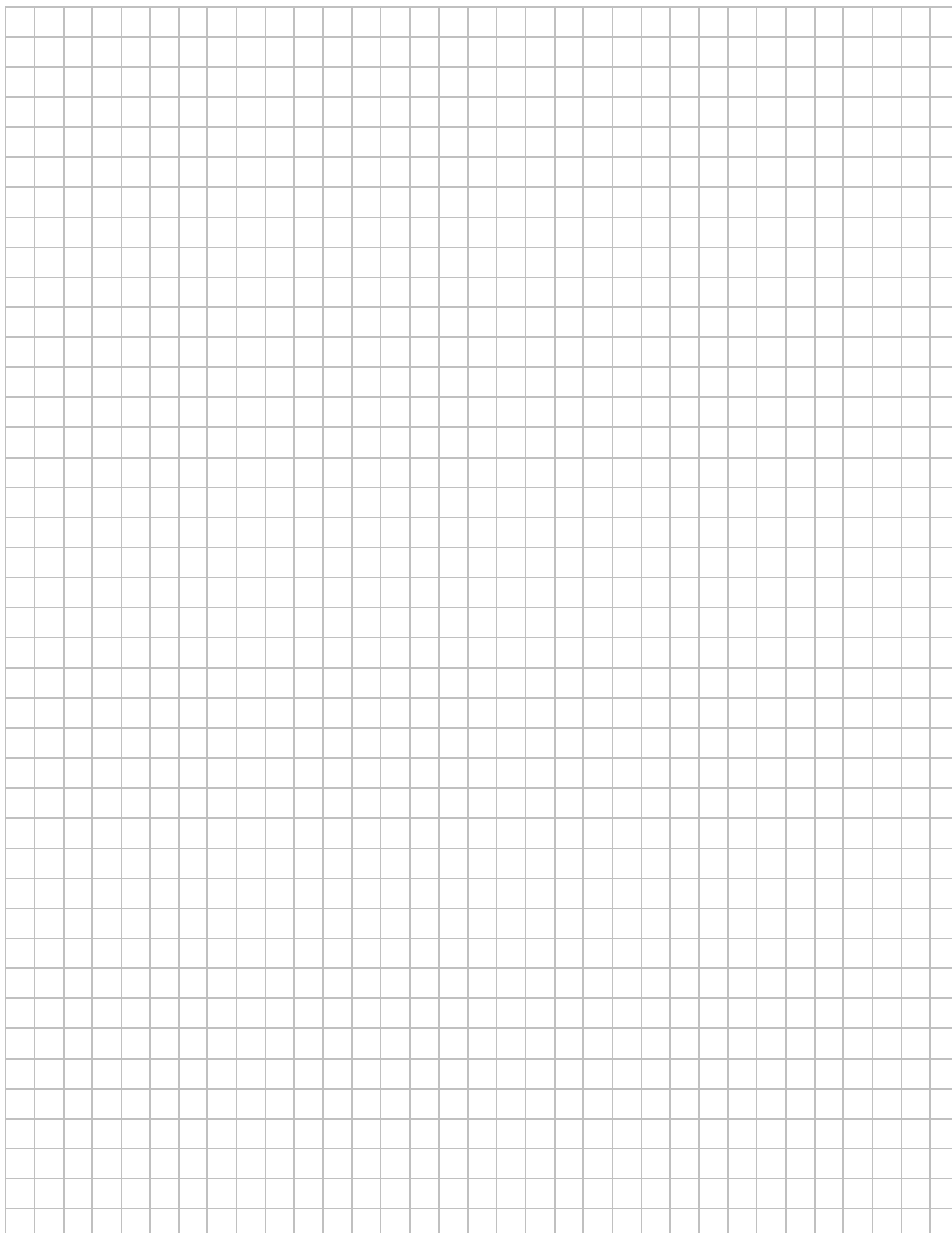


Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 11. (4 pkt)

Z urny zawierającej 10 kul ponumerowanych kolejnymi liczbami od 1 do 10 losujemy jednocześnie trzy kule. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że numer jednej z wylosowanych kul jest równy sumie numerów dwóch pozostałych kul.



Odpowiedź:

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	11.
	Maks. liczba pkt	4
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS