

Miejsce
na naklejkę
z kodem szkoły

dysleksja



MMA-R1_1P-072

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

MAJ
ROK 2007

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 15 stron (zadania 1 – 11). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
10. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ⊗ i zaznacz właściwe.



Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie
50 punktów

Życzymy powodzenia!

Wypełnia zdający
przed rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--	--

KOD
ZDAJĄCEGO

Zadanie 1. (5 pkt)

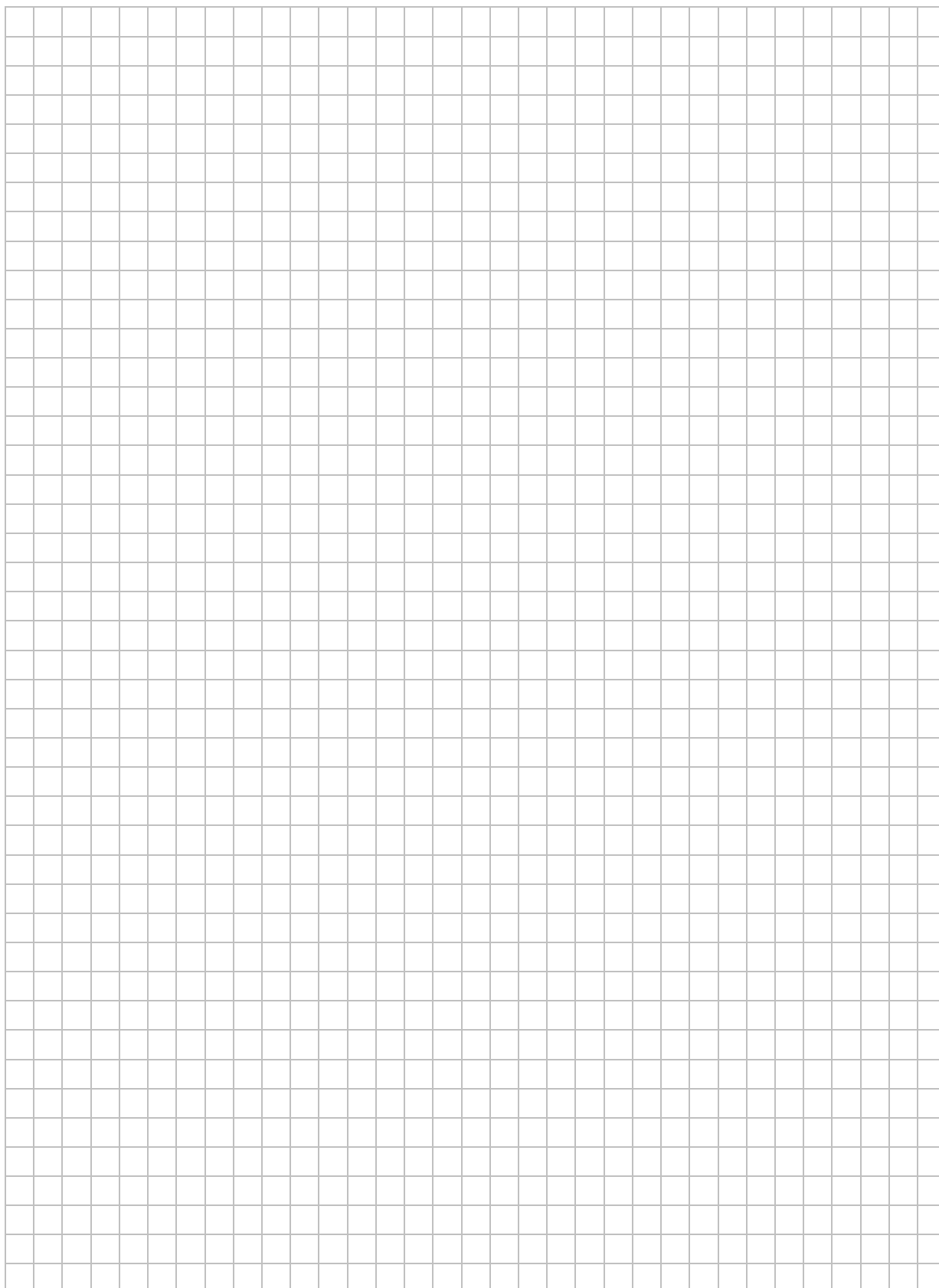
Dana jest funkcja $f(x) = |x-1| - |x+2|$ dla $x \in \mathbb{R}$.

- Wyznacz zbiór wartości funkcji f dla $x \in (-\infty, -2)$.
- Naszkieuj wykres tej funkcji.
- Podaj jej miejsca zerowe.
- Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których równanie $f(x) = m$ nie ma rozwiązania.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	1.1.	1.2.	1.3.	1.4.	1.5.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 2. (5 pkt)

Rozwiąż nierówność: $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 1) + \log_{\frac{1}{3}}(5 - x) > \log_{\frac{1}{3}}(3(x + 1))$.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	2.1.	2.2.	2.3.	2.4.	2.5.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

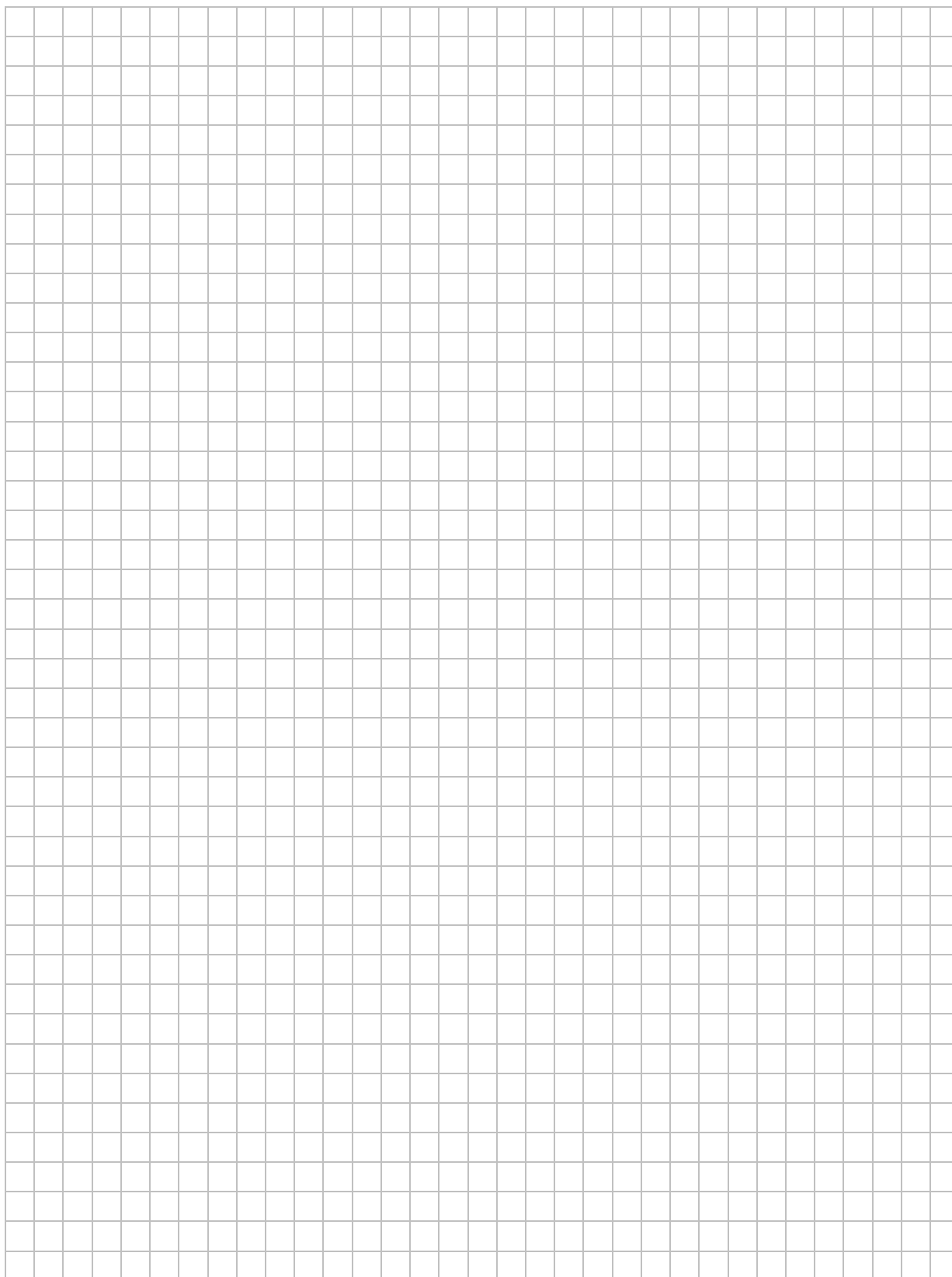
Zadanie 3. (5 pkt)

Kapsuła ładownika ma kształt stożka zakończonego w podstawie półkulą o tym samym promieniu co promień podstawy stożka. Wysokość stożka jest o 1 m większa niż promień półkuli. Objętość stożka stanowi $\frac{2}{3}$ objętości całej kapsuły. Oblicz objętość kapsuły ładownika.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	3.1.	3.2.	3.3.	3.4.	3.5.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt					

Zadanie 4. (3 pkt)

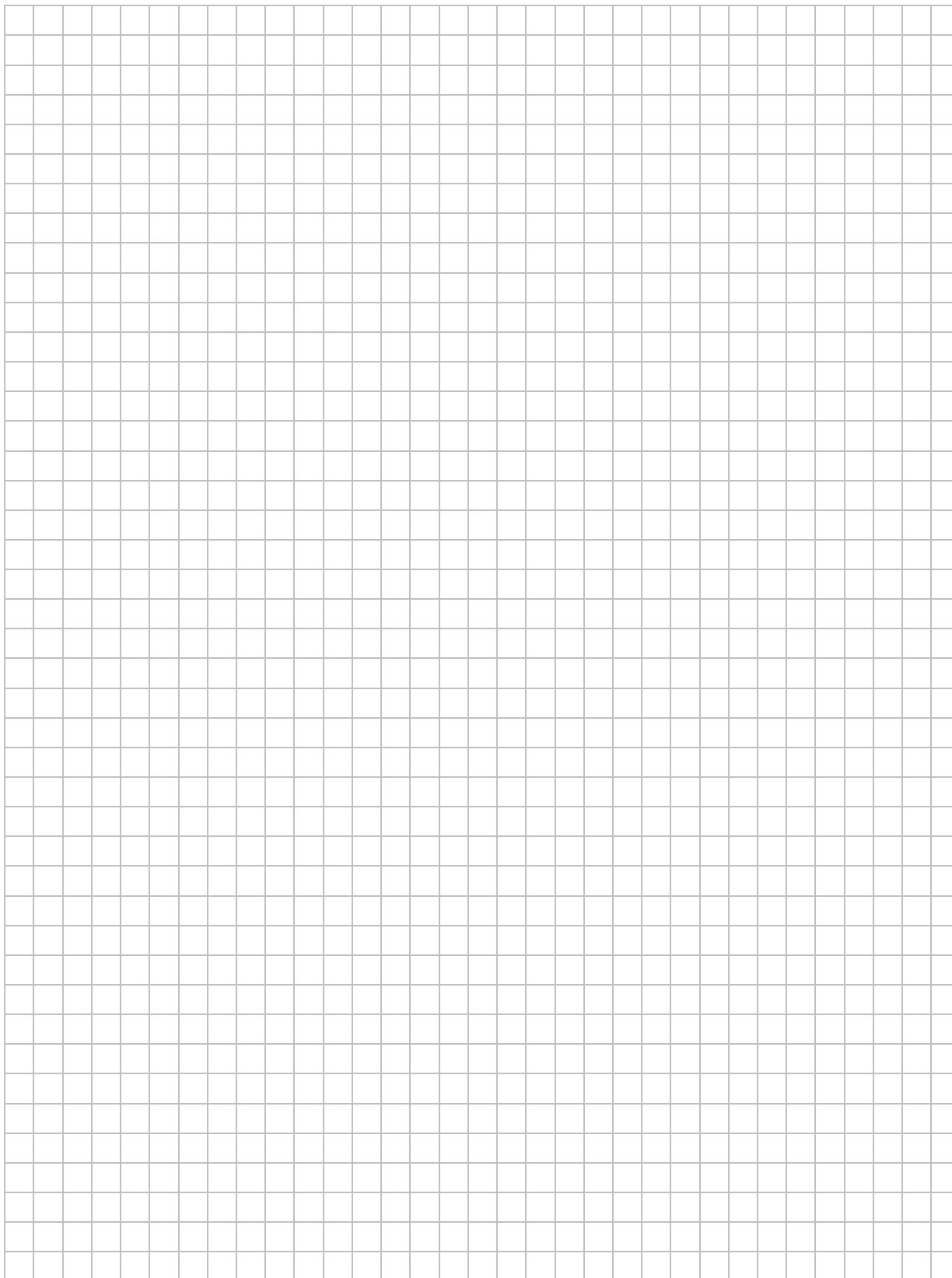
Dany jest trójkąt o bokach długości 1 , $\frac{3}{2}$, 2 . Oblicz cosinus i sinus kąta leżącego naprzeciw najkrótszego boku tego trójkąta.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	4.1.	4.2.	4.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 5. (7 pkt)

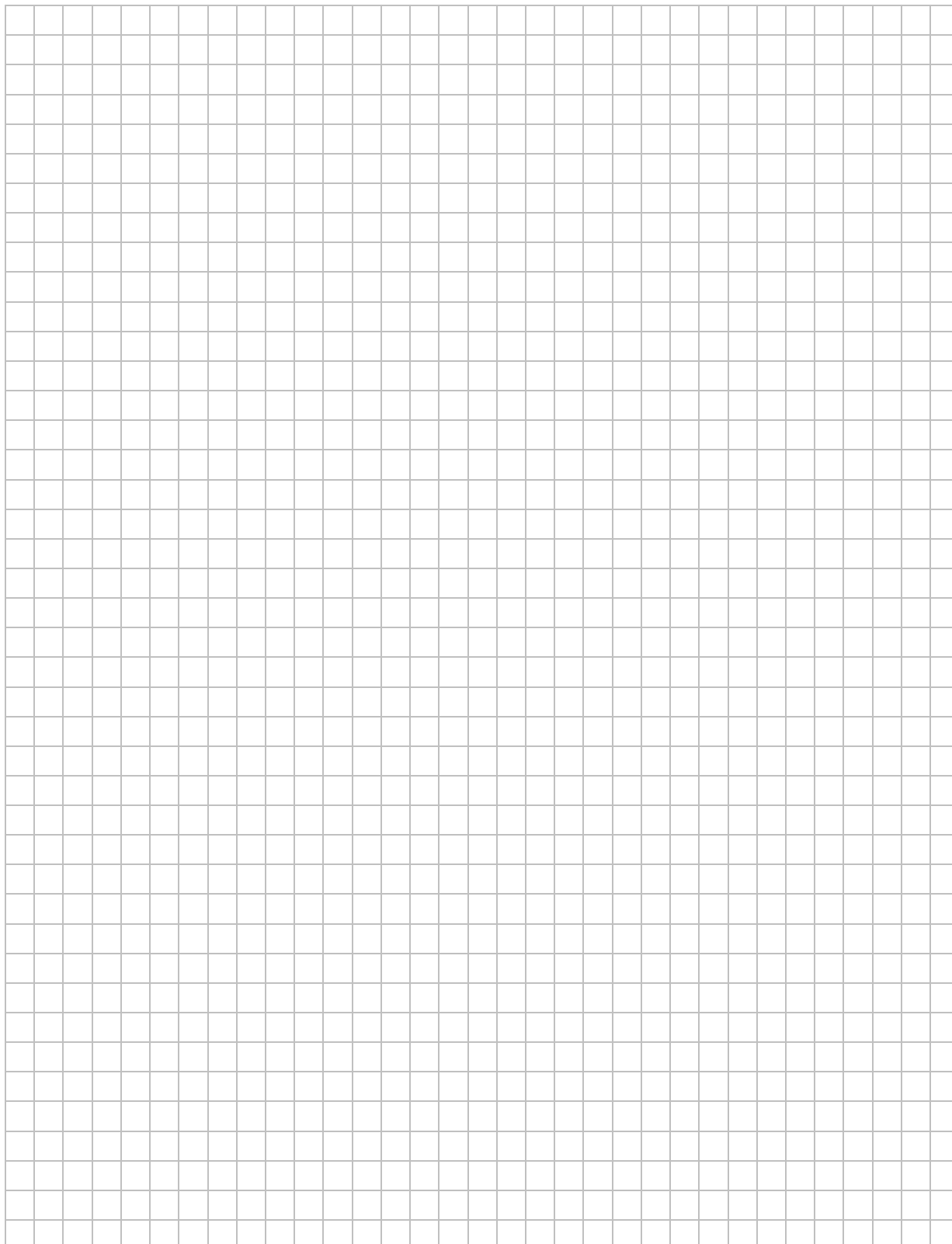
Wierzchołki trójkąta równobocznego ABC są punktami paraboli $y = -x^2 + 6x$. Punkt C jest jej wierzchołkiem, a bok AB jest równoległy do osi Ox . Sporządź rysunek w układzie współrzędnych i wyznacz współrzędne wierzchołków tego trójkąta.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	5.1.	5.2.	5.3.	5.4.	5.5.	5.6.	5.7.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt							

Zadanie 6. (4 pkt)

Niech A , B będą zdarzeniami o prawdopodobieństwach $P(A)$ i $P(B)$. Wykaż, że jeżeli $P(A) = 0,85$ i $P(B) = 0,75$, to prawdopodobieństwo warunkowe spełnia nierówność $P(A|B) \geq 0,8$.

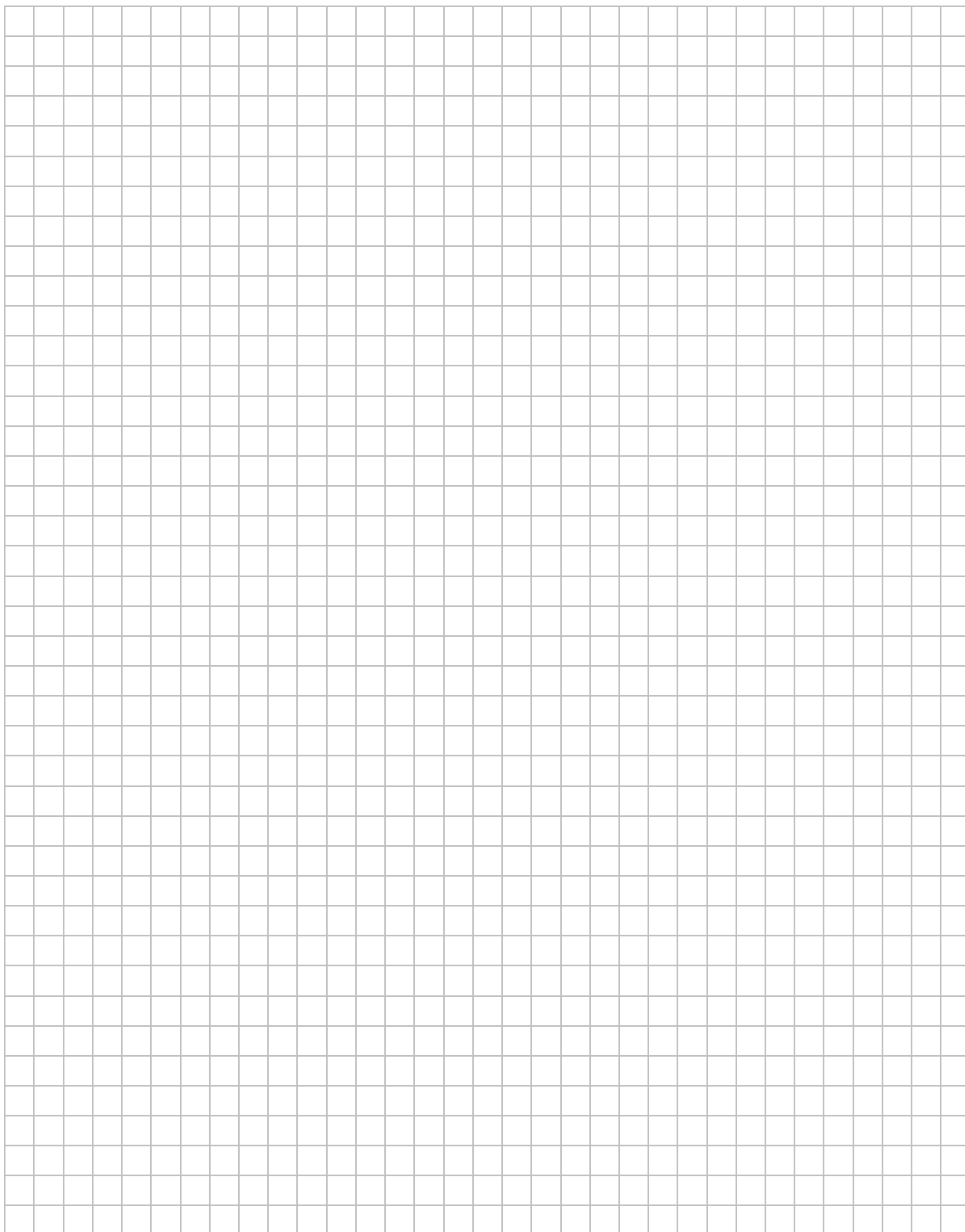


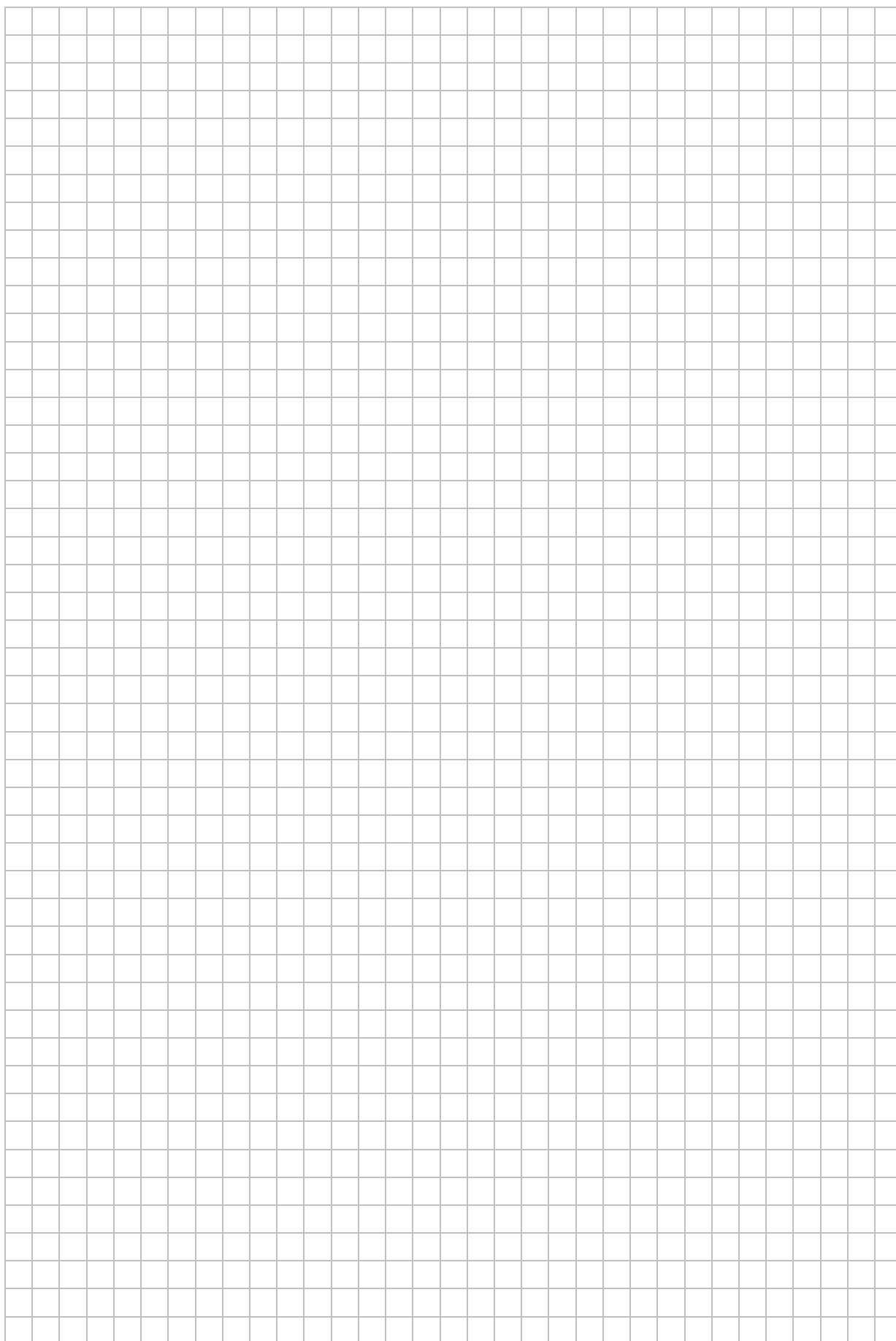
Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	6.1.	6.2.	6.3.	6.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 7. (7 pkt)

Dany jest układ równań:
$$\begin{cases} mx - y = 2 \\ x + my = m \end{cases}.$$

Dla każdej wartości parametru m wyznacz parę liczb (x, y) , która jest rozwiązaniem tego układu równań. Wyznacz najmniejszą wartość sumy $x + y$ dla $m \in \langle 2, 4 \rangle$.



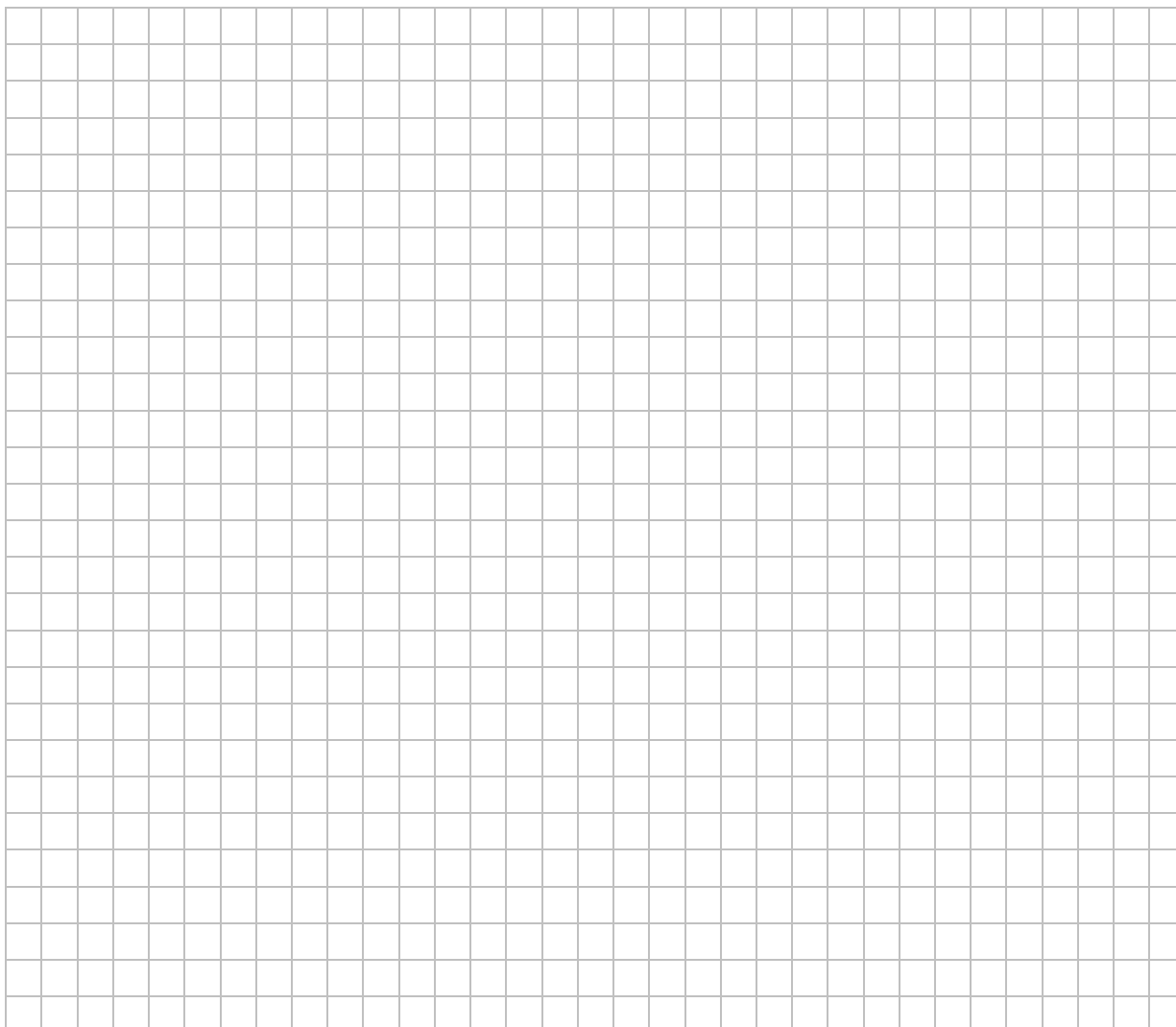
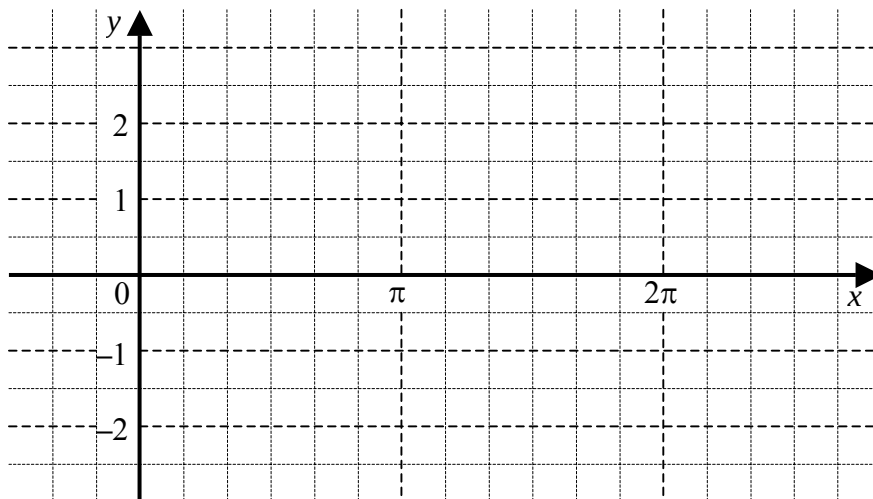


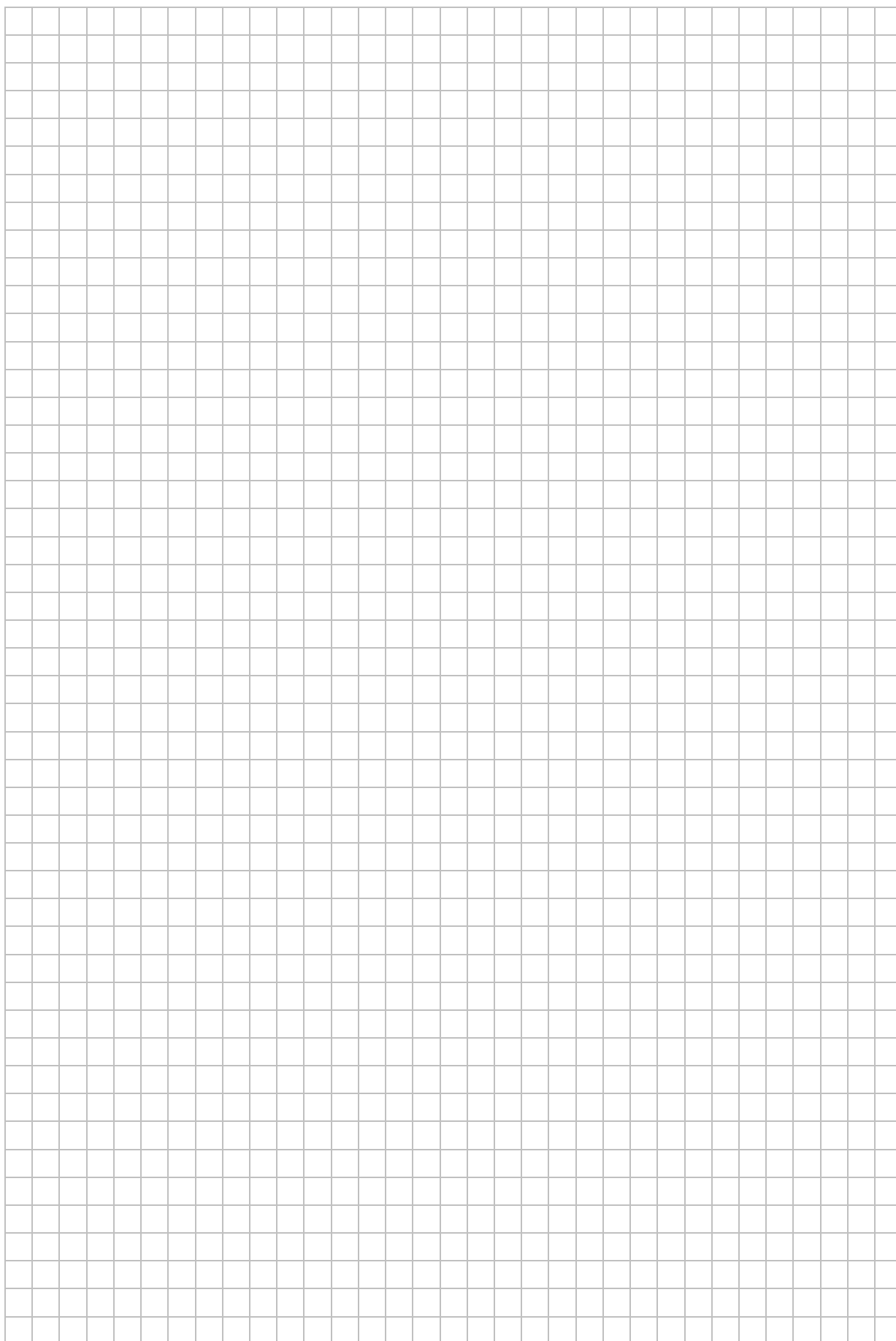
Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	7.1.	7.2.	7.3.	7.4.	7.5.	7.6.	7.7.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt							

Zadanie 8. (3 pkt)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = \frac{\sin^2 x - |\sin x|}{\sin x}$ dla $x \in (0, \pi) \cup (\pi, 2\pi)$.

- Naszkicuj wykres funkcji f .
- Wyznacz miejsca zerowe funkcji f .





Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	8.1.	8.2.	8.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

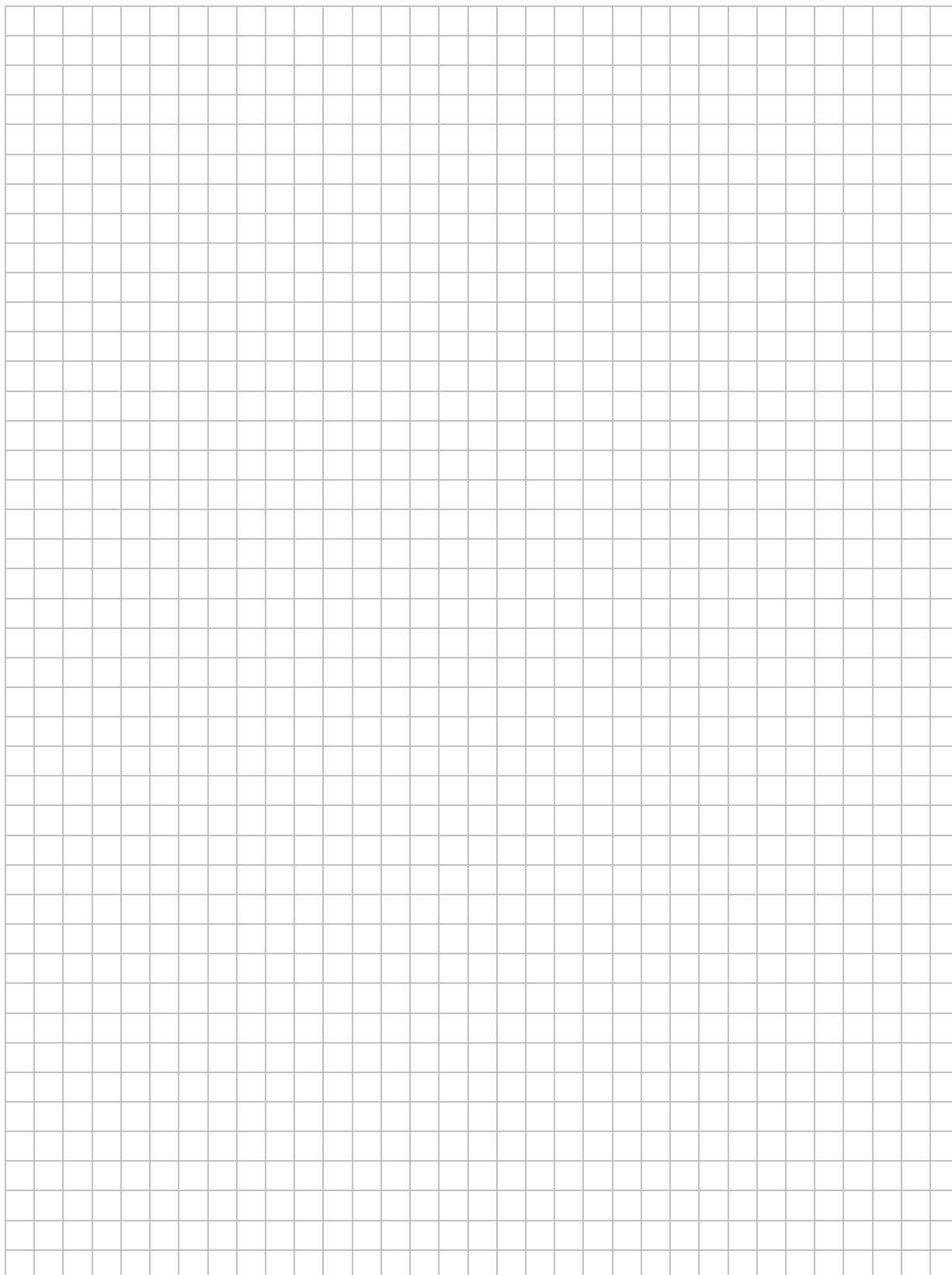
Zadanie 9. (3 pkt)

Przedstaw wielomian $W(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x - 1$ w postaci iloczynu dwóch wielomianów stopnia drugiego o współczynnikach całkowitych i takich, że współczynniki przy drugich potęgach są równe jeden.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	9.1.	9.2.	9.3.
	Maks. liczba pkt	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 10. (4 pkt)

Na kole opisany jest romb. Stosunek pola koła do pola rombu wynosi $\frac{\pi\sqrt{3}}{8}$. Wyznacz miarę kąta ostrego rombu.



Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	10.1.	10.2.	10.3.	10.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

Zadanie 11. (4 pkt)

Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) wyraża się wzorem $S_n = 2n^2 + n$ dla $n \geq 1$.

a) Oblicz sumę 50 początkowych wyrazów tego ciągu o numerach parzystych:

$$a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{100}.$$

b) Oblicz $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3n^2 - 2}$.

Wypełnia egzaminator!	Nr czynności	11.1.	11.2.	11.3.	11.4.
	Maks. liczba pkt	1	1	1	1
	Uzyskana liczba pkt				

BRUDNOPIS