

Miejsce
na naklejkę
z kodem szkoły

dysleksja

☐

MMA-R1A1P-061

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

Arkusz II

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 150 minut

ARKUSZ II

STYCZEŃ
ROK 2006

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 12 stron. Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zamieść w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów, którą możesz uzyskać za jego poprawne rozwiązanie.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.
9. Wypełnij tę część karty odpowiedzi, którą koduje zdający. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.
10. Na karcie odpowiedzi wpisz swoją datę urodzenia i PESEL. Zamaluj ■ pola odpowiadające cyfrom numeru PESEL. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem ⊙ i zaznacz właściwe.

Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie
50 punktów

Życzymy powodzenia!

Wypełnia zdający przed
rozpoczęciem pracy

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

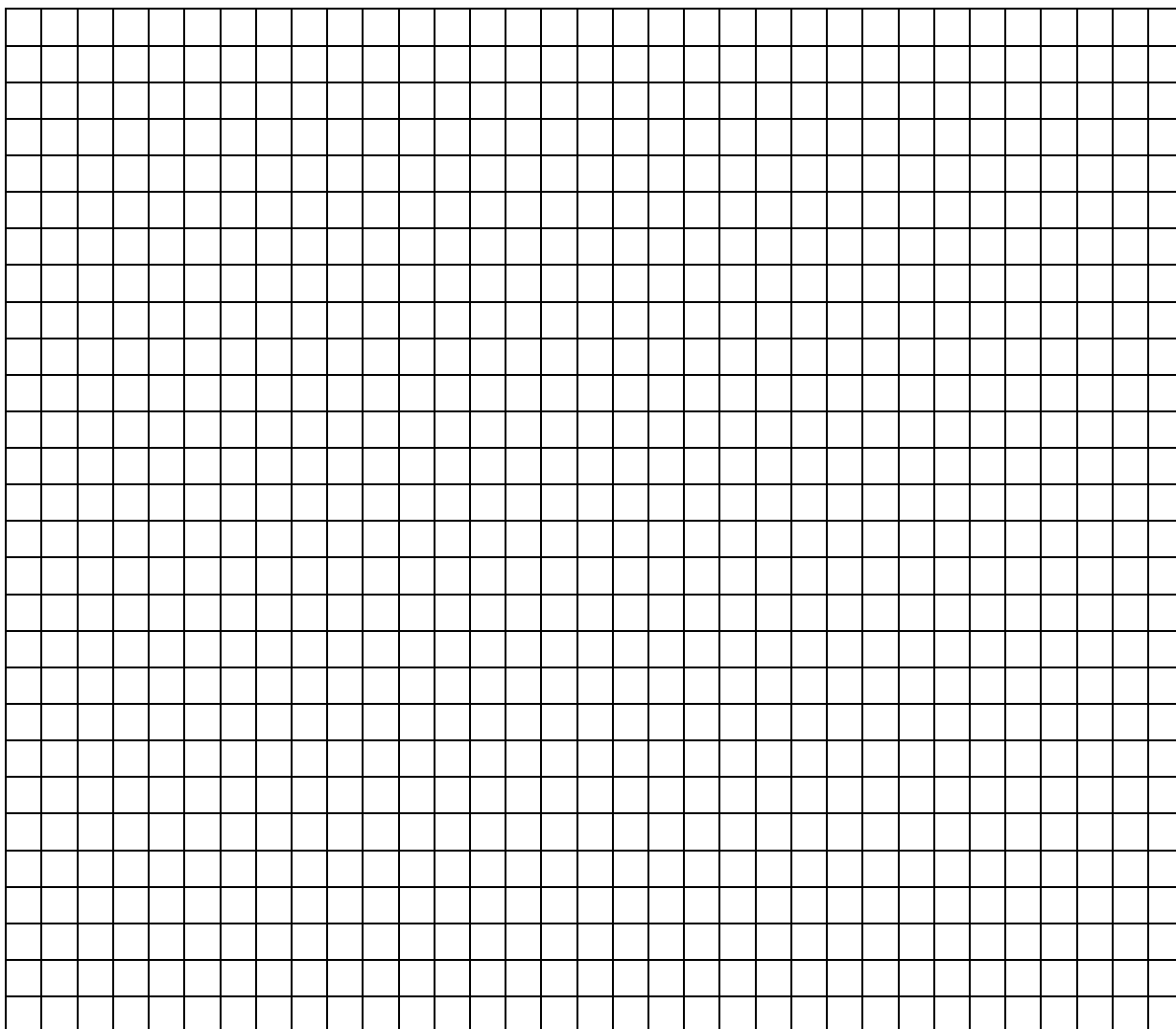
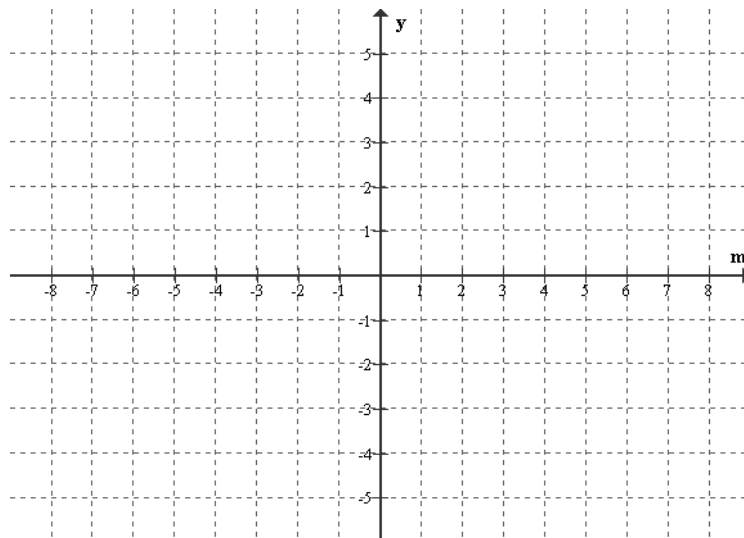
PESEL ZDAJĄCEGO

--	--	--

KOD
ZDAJĄCEGO

Zadanie 11. (6 pkt)

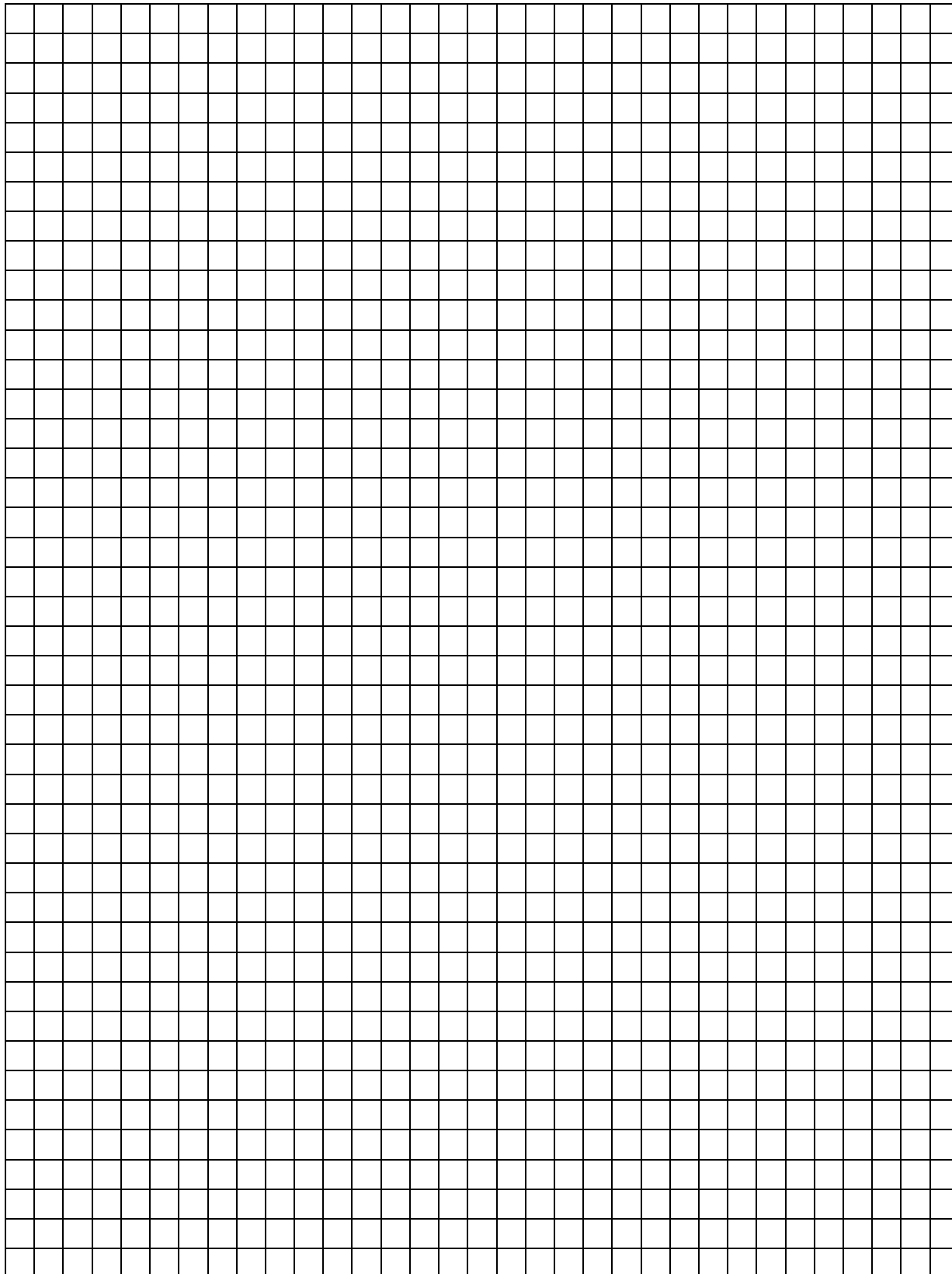
Wyznacz dziedzinę i naszkicuj wykres funkcji f danej wzorem $f(m) = x_1 \cdot x_2$, gdzie x_1, x_2 są różnymi pierwiastkami równania $(m+2)x^2 - (m+2)^2x + 3m+2 = 0$, w którym $m \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

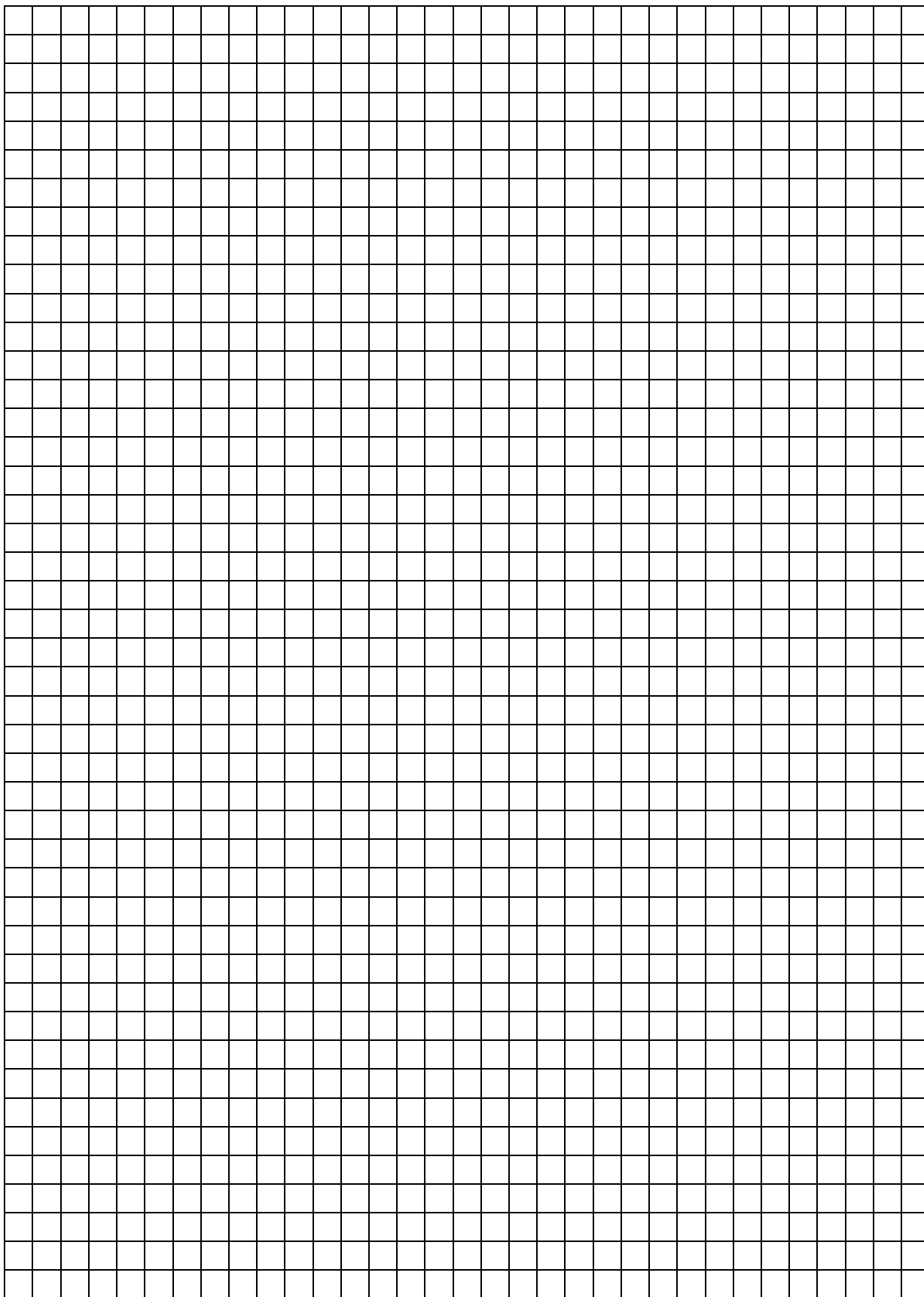


Zadanie 12. (4 pkt)

Rozwiąż układ równań

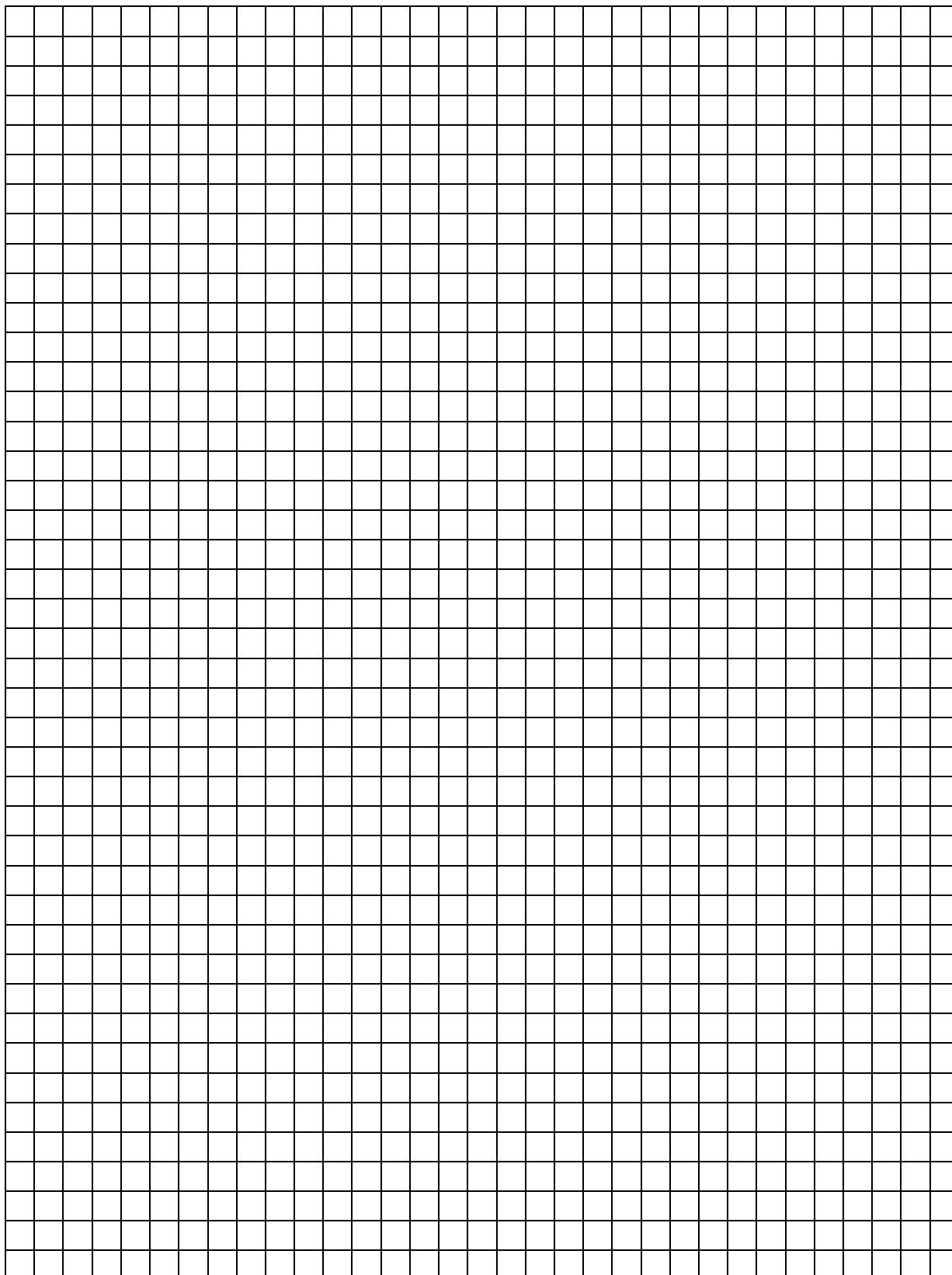
$$\begin{cases} |x| - y = 1 \\ x^2 + (y+1)^2 = 8 \end{cases}$$



Zadanie 13. (5 pkt)Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \log_x(4^x - 12 \cdot 2^x + 32)$.

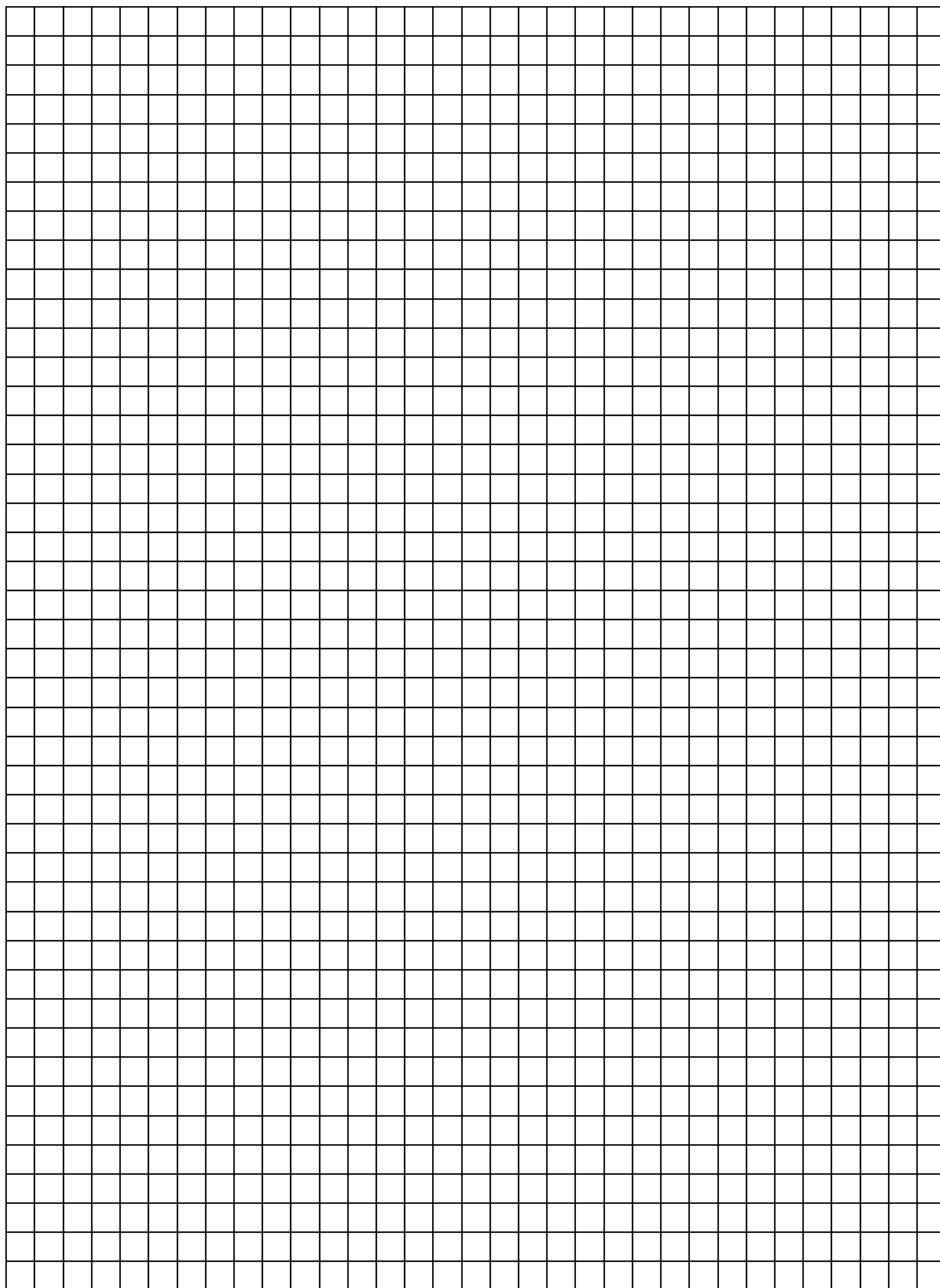
Zadanie 14. (4 pkt)

Dany jest ciąg trójkątów równobocznych takich, że bok następnego trójkąta jest wysokością poprzedniego. Oblicz sumę pól wszystkich tak utworzonych trójkątów, przyjmując, że bok pierwszego trójkąta ma długość a ($a > 0$).



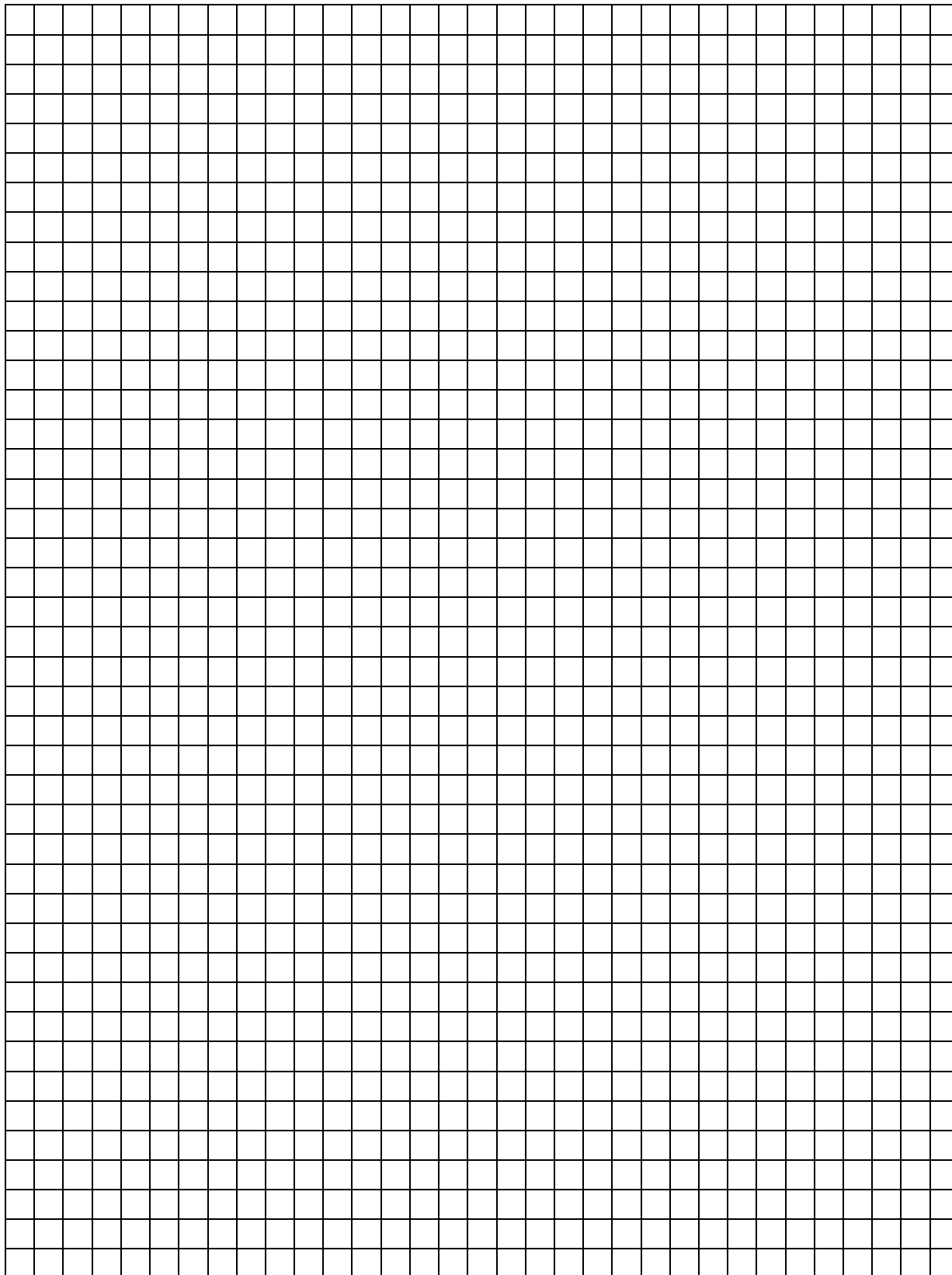
Zadanie 15. (4 pkt)

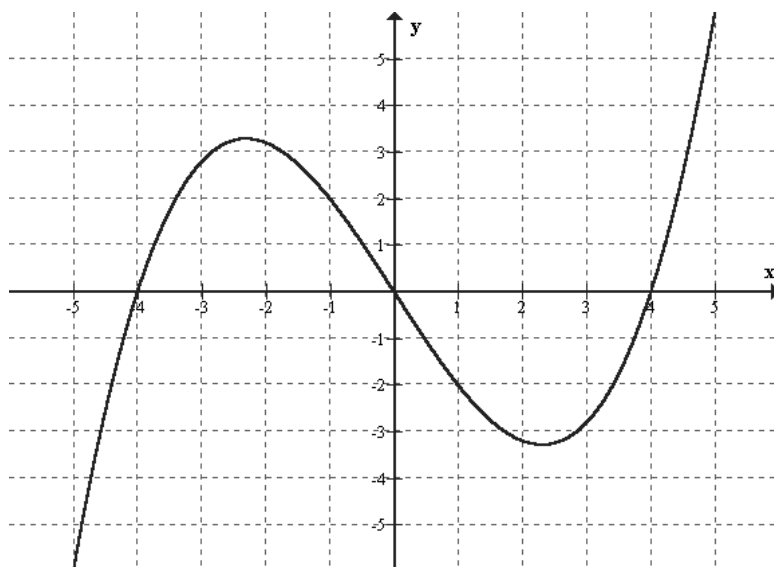
Rozwiąż równanie: $\frac{1}{\sin x} + \operatorname{ctg} x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = 0$.



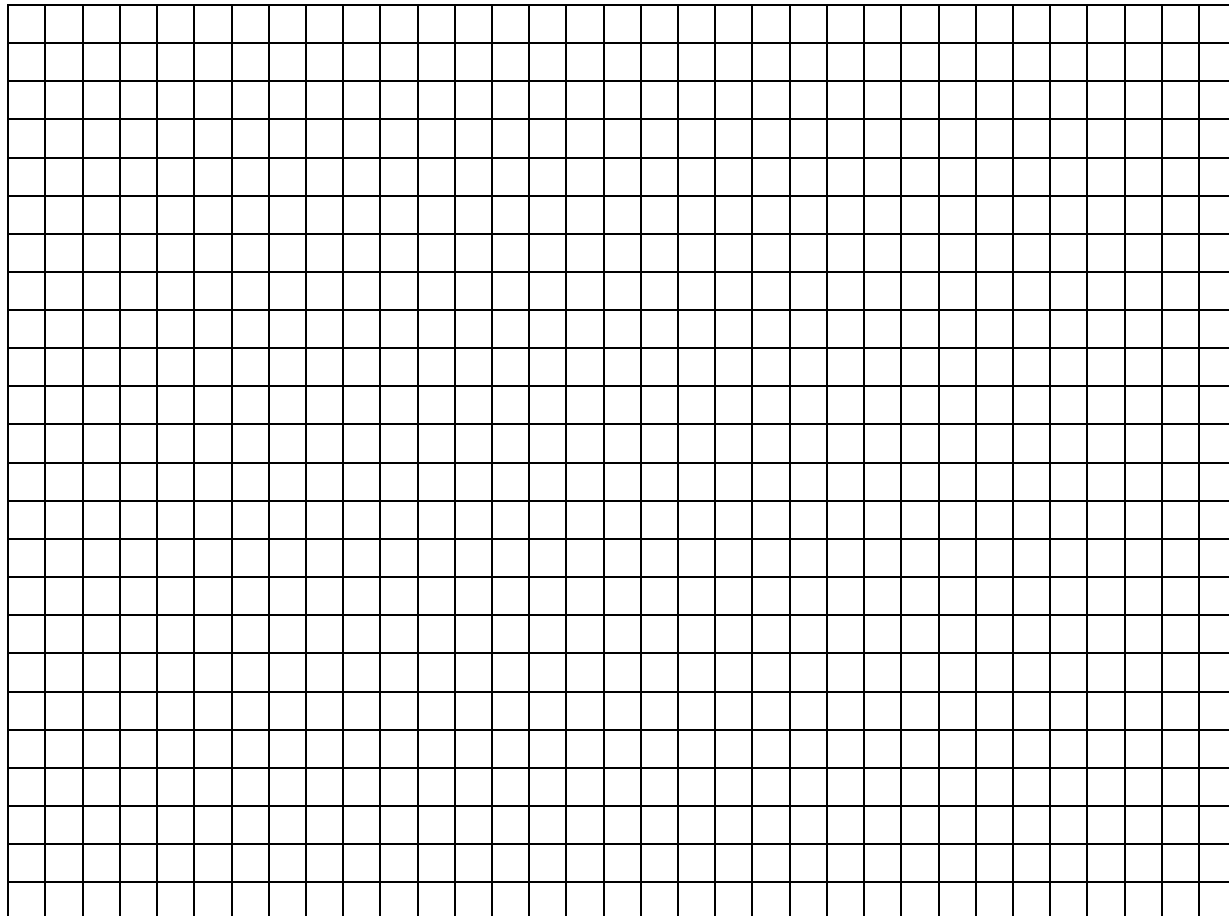
Zadanie 16. (4 pkt)

Para (Ω, P) jest przestrzenią probabilistyczną, a $A \subset \Omega$ i $B \subset \Omega$ są zdarzeniami niezależnymi. Wykaż, że jeżeli $P(A \cup B) = 1$, to jedno z tych zdarzeń jest zdarzeniem pewnym tj. $P(A) = 1$ lub $P(B) = 1$.



Zadanie 17. (5 pkt)Rysunek przedstawia wykres pochodnej funkcji f .

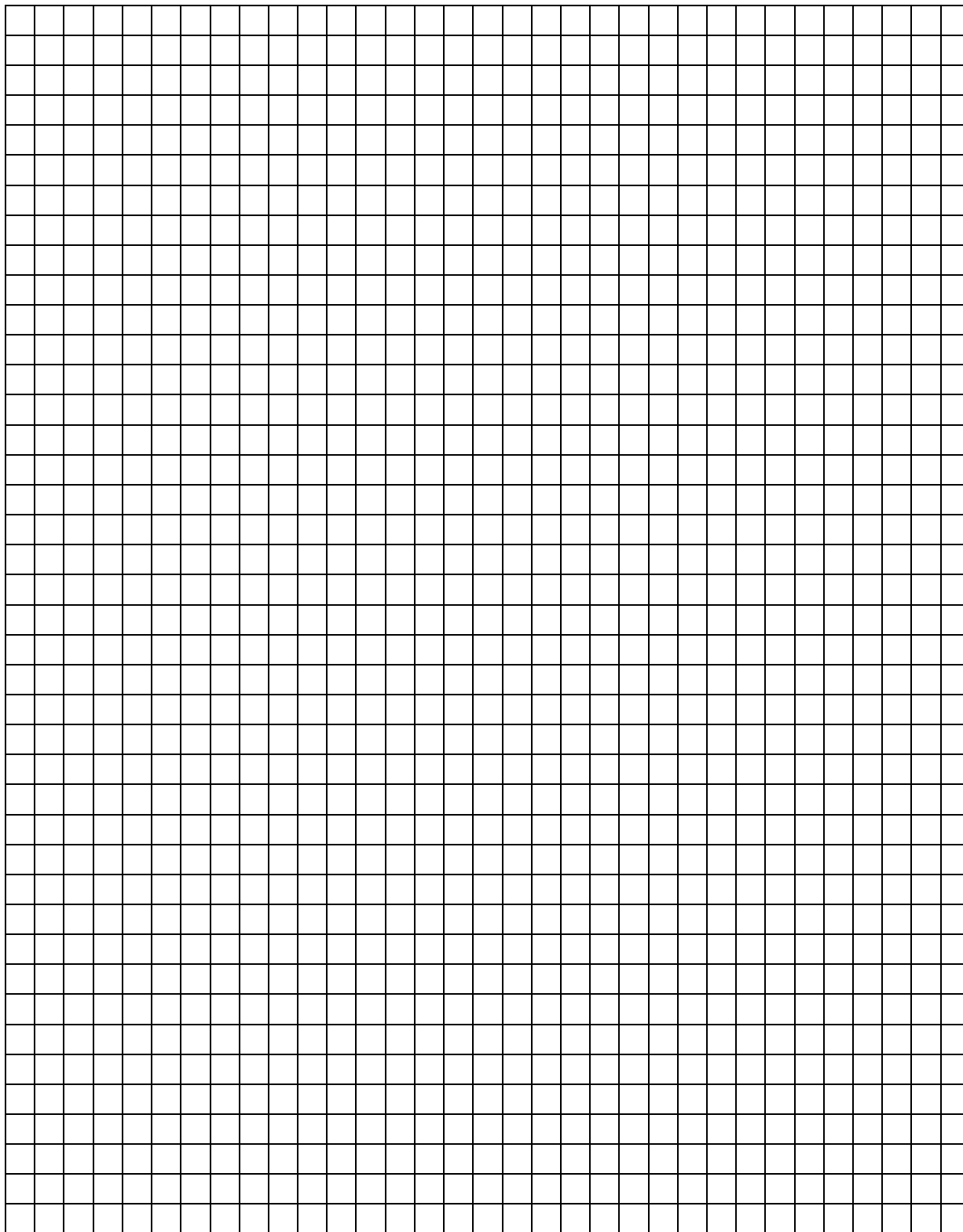
- Podaj maksymalne przedziały, w których funkcja f jest malejąca.
- Wyznacz wartość x , dla której funkcja f osiąga maksimum lokalne. Odpowiedź uzasadnij.
- Wiedząc, że punkt $A = (1, 2)$ należy do wykresu funkcji f , napisz równanie stycznej do krzywej f w punkcie A .



Zadanie 18. (8 pkt)

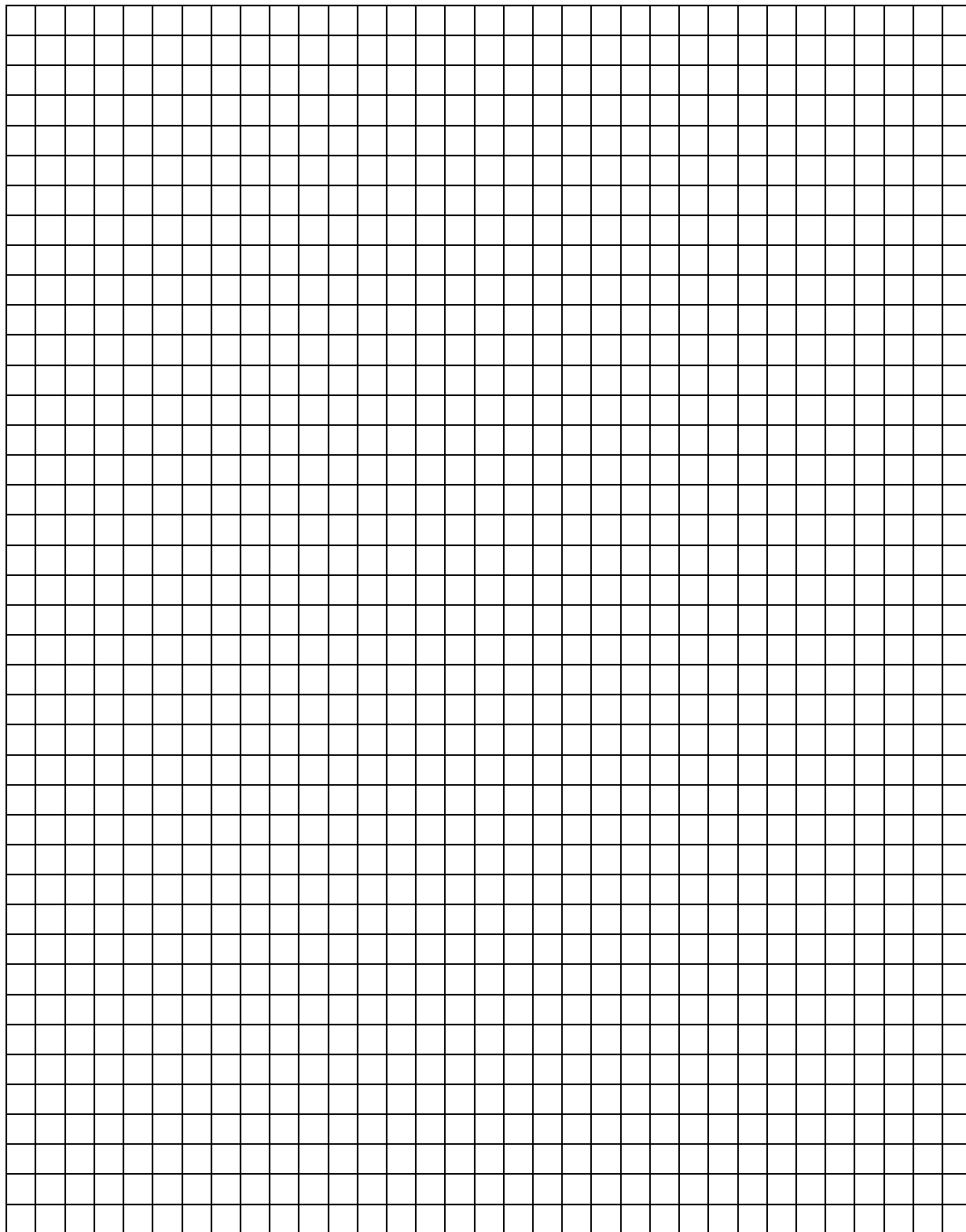
Punkty $A = (7, 8)$ i $B = (-1, 2)$ są wierzchołkami trójkąta ABC , w którym $|\sphericalangle BCA| = 90^\circ$.

- Wyznacz współrzędne wierzchołka C , wiedząc, że leży on na osi OX .
- Napisz równanie obrazu okręgu opisanego na trójkącie ABC w jednokładności o środku w punkcie $P = (1, 0)$ i skali $k = -2$.



Zadanie 19. (6 pkt)

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny, w którym długość krawędzi podstawy jest równa a . Kąt między krawędzią boczną i krawędzią podstawy ma miarę 45° . Ostrosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez krawędź podstawy i środek przeciwległej jej krawędzi bocznej. Sporządź rysunek ostrosłupa i zaznacz otrzymany przekrój. Oblicz pole tego przekroju.

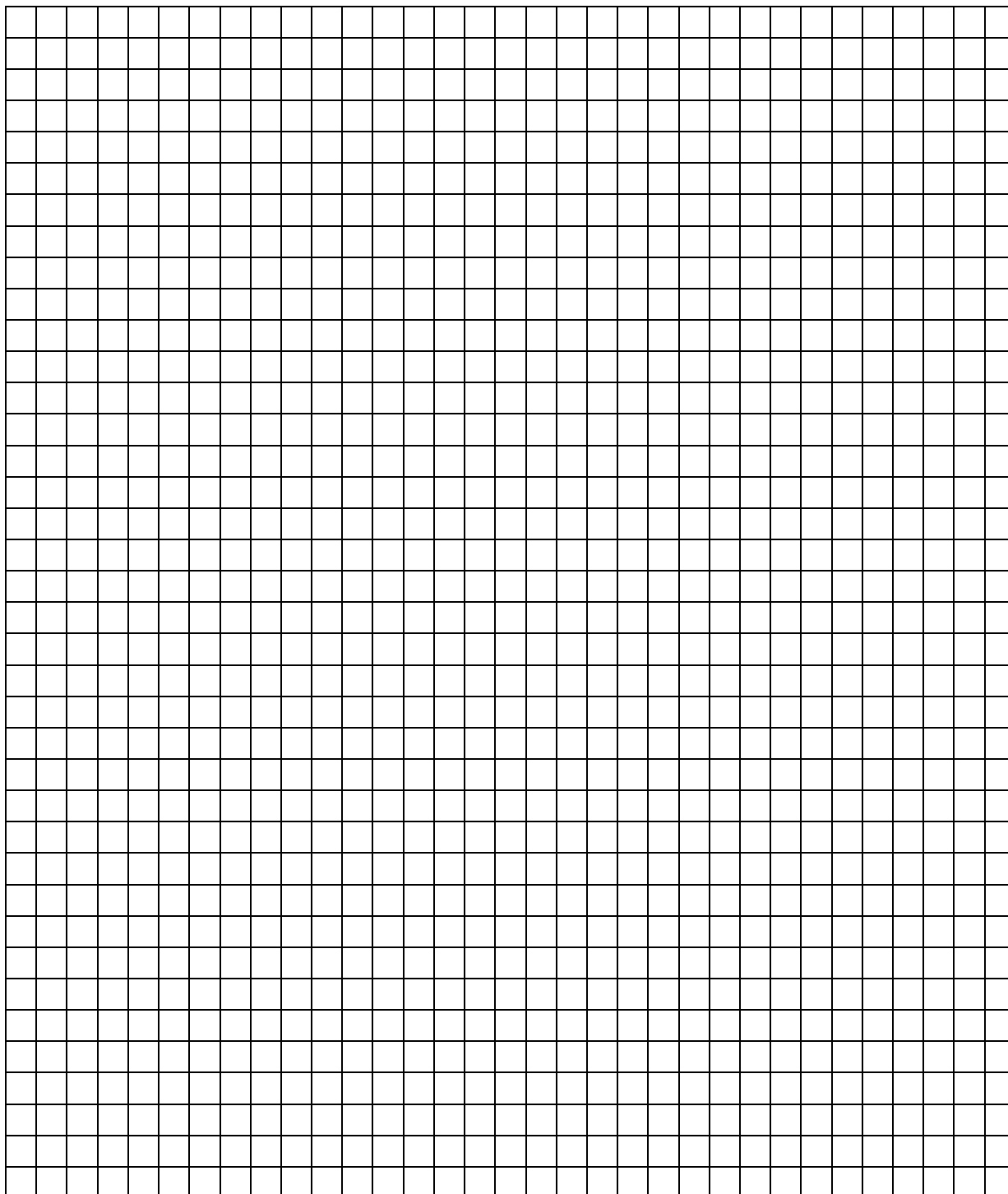


Zadanie 20. (4 pkt)

Ciąg (a_n) określony jest rekurencyjnie w następujący sposób:

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n + 1} \quad \text{dla dowolnego } n \geq 1. \end{cases}$$

Wykaż, korzystając z zasady indukcji matematycznej, że ciąg (a_n) można określić za pomocą wzoru ogólnego $a_n = \frac{2}{2n-1}$, gdzie $n \geq 1$.



BRUDNOPIS