

# Klucz odpowiedzi i rozwiązania — Matura próbna z matematyki (poziom podstawowy) - Operon 2014

Opracowanie Matematix.pl na podstawie rozwiązań zadań w serwisie — nie jest to oficjalny dokument CKE ani wydawnictwa. Zadania i rozwiązania online: matematix.pl. Wygenerowano 26.09.2026.

## Odpowiedzi do zadań zamkniętych

| Zadanie | Odpowiedź                                | Pkt |
|---------|------------------------------------------|-----|
| 1       | B ( $\sqrt{10} + \sqrt{5}$ )             | 1   |
| 2       | D (4)                                    | 1   |
| 3       | D ( $2^{17}$ )                           | 1   |
| 4       | A (23, 5%)                               | 1   |
| 5       | A ( $\frac{1}{2}\%$ )                    | 1   |
| 6       | B ( $a = -2$ )                           | 1   |
| 7       | D ( $a = \frac{5}{3}$ )                  | 1   |
| 8       | C (8)                                    | 1   |
| 9       | B ( $9 \cdot 9 \cdot 8$ )                | 1   |
| 10      | C (6)                                    | 1   |
| 11      | A ( $W = \frac{4x-5}{4x+5}$ )            | 1   |
| 12      | C ( $\mathbb{R} \setminus \{-4, 0\}$ )   | 1   |
| 13      | D ( $(-\infty, 9)$ )                     | 1   |
| 14      | C (1)                                    | 1   |
| 15      | D ( $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ )      | 1   |
| 16      | D ( $-10^{-\frac{5}{3}}$ )               | 1   |
| 17      | A ( $y = 3^x - 4$ )                      | 1   |
| 18      | D (liczba 5)                             | 1   |
| 19      | C (16)                                   | 1   |
| 20      | A ( $8(2 + \sqrt{3})$ )                  | 1   |
| 21      | B (6)                                    | 1   |
| 22      | C ( $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ) | 1   |
| 23      | D ( $32\pi\sqrt{2}$ )                    | 1   |
| 24      | C ( $52^\circ$ )                         | 1   |
| 25      | C ( $\frac{5}{36}$ )                     | 1   |

## Rozwiązania krok po kroku

### Zadanie 1

0-1 pkt

Liczba  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}-1}$  jest równa liczbie:

**Odpowiedź: B ( $\sqrt{10} + \sqrt{5}$ )**

Usuwaając niewymierność z mianownika otrzymamy:

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{5} \cdot (\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1) \cdot (\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{5} \cdot (\sqrt{2}+1)}{2-1} = \frac{\sqrt{10} + \sqrt{5}}{1} = \sqrt{10} + \sqrt{5}$$

**Zadanie 2**

0-1 pkt

Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{dla } x \in (-\infty, -2) \\ -\frac{1}{3}x + 1 & \text{dla } x \in (-2, 3) \\ 2x - 8 & \text{dla } x \in (3, +\infty) \end{cases}$ .

Miejsce zerowe tej funkcji jest:

**Odpowiedź: D (4)**

Powyższa funkcja składa się tak jakby z trzech wzorów/części, które obowiązują dla trzech różnych przedziałów. Naszym zadaniem jest więc przyrównanie do zera każdej z części i sprawdzenie, czy otrzymany wynik mieści się w przedziale - jeśli tak, to będzie to miejsce zerowe funkcji.

Krok 1. Sprawdzenie pierwszej części wzoru.

$$x^2 - 1 = 0, x^2 = 1, x = -1 \vee x = 1$$

Wartości  $x = -1$  oraz  $x = 1$  nie mieszczą się w przedziale  $(-\infty, -2)$ , zatem nie są to miejsca zerowe naszej funkcji.

Krok 2. Sprawdzenie drugiej części wzoru.

$$-\frac{1}{3}x + 1 = 0, -\frac{1}{3}x = -1, x = 3$$

Wartość  $x = 3$  nie mieści się w przedziale  $(-2, 3)$ , zatem nie jest to miejsce zerowe naszej funkcji.

Krok 3. Sprawdzenie trzeciej części wzoru.

$$2x - 8 = 0, 2x = 8, x = 4$$

Wartość  $x = 4$  mieści się w przedziale  $(3, +\infty)$ , zatem jest to nasze miejsce zerowe.

**Zadanie 3**

0-1 pkt

Liczba  $a = \frac{(2^3)^4}{2^{-5}}$  jest równa liczbie:

**Odpowiedź: D ( $2^{17}$ )**

Korzystając z działań na potęgach możemy zapisać, że:

$$\frac{(2^3)^4}{2^{-5}} = \frac{2^{3 \cdot 4}}{2^{-5}} = \frac{2^{12}}{2^{-5}} = 2^{12} : 2^{-5} = 2^{12 - (-5)} = 2^{17}$$

**Zadanie 4**

0-1 pkt

Jeśli cenę towaru obniżono najpierw o 10%, a potem o 15%, to znaczy, że po dwóch obniżkach cena końcowa jest obniżona w stosunku do początkowej o:

**Odpowiedź: A (23, 5%)**

W tego typu zadaniach należy pamiętać, że druga obniżka/podwyżka jest od ceny już obniżonej/podwyższonej za pierwszym razem. W naszym przypadku wyglądałoby to następująco:

$x$  - początkowa cena towaru

$0,9x$  - cena towaru po pierwszej obniżce

$0,85 \cdot 0,9x = 0,765x$  - cena towaru po drugiej obniżce

To oznacza, że towar potaniał o  $\frac{x - 0,765x}{x} \cdot 100\% = 23,5\%$ .

## Zadanie 5

0-1 pkt

Jeżeli liczbę  $x = \frac{2}{3}$  przybliżymy z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku, to błąd względny tego przybliżenia jest równy:

**Odpowiedź: A** ( $\frac{1}{2}\%$ )

Błąd względny obliczymy w następujący sposób:

$$\delta = \frac{|x - x_0|}{x}$$

$\delta$  - błąd względny pomiaru

$x$  - dokładna wartość

$x_0$  - przybliżona wartość

W naszym przykładzie dokładną wartością jest  $x = \frac{2}{3}$ , natomiast wartością przybliżoną będzie  $x_0 = 0,67$ . W związku z tym:

$$\delta = \frac{|\frac{2}{3} - 0,67|}{\frac{2}{3}}$$

Jak teraz rozwiązać to równanie? Musimy zamienić ułamek 0,67 na ułamek zwykły i sprowadzić występujące w równaniu ułamki do wspólnego mianownika:

$$\delta = \frac{|\frac{200}{300} - \frac{201}{300}|}{\frac{200}{300}}, \delta = \frac{|\frac{1}{300}|}{\frac{200}{300}}, \delta = \frac{\frac{1}{300}}{\frac{200}{300}}, \delta = \frac{1}{300} \cdot \frac{300}{200}, \delta = \frac{1}{200}$$

My zgodnie z naszymi odpowiedziami musimy podać wartość w procentach (co jest dość częstą praktyką), zatem ułamek  $\frac{1}{200}$  musimy zamienić na procenty:

$$\frac{1}{200} \cdot 100\% = \frac{1}{2}\%$$

## Zadanie 6

0-1 pkt

Jeśli do wykresu funkcji  $f(x) = \frac{a}{x}$  należy punkt  $A = (-\frac{1}{4}, 8)$ , to:

**Odpowiedź: B** ( $a = -2$ )

Do wzoru tej funkcji musimy po prostu podstawić współrzędne naszego punktu  $A$ , otrzymując w ten sposób równanie:

$$8 = \frac{a}{-\frac{1}{4}} \quad \bigg/ \cdot (-\frac{1}{4}), \quad a = -2$$

## Zadanie 7

0-1 pkt

Prosta  $l$  ma równanie  $6x + 10y + 7 = 0$ . Współczynnik kierunkowy prostej  $k$  prostopadłej do prostej  $l$  jest równy:

**Odpowiedź: D** ( $a = \frac{5}{3}$ )

Krok 1. Zapisanie równania w postaci kierunkowej.

Aby cokolwiek zacząć liczyć, to musimy najpierw przekształcić podane równanie z postaci ogólnej do postaci kierunkowej typu  $y = ax + b$ , zatem:

$$6x + 10y + 7 = 0, \quad 10y = -6x - 7, \quad y = -\frac{6}{10}x - \frac{7}{10}, \quad y = -\frac{3}{5}x - \frac{7}{10}$$

Krok 2. Określenie współczynnika kierunkowego prostej prostopadłej.

Aby dwie proste były prostopadłe, to iloczyn ich współczynników kierunkowych musi być równy  $-1$ . Nasza pierwsza prosta ma współczynnik kierunkowy  $a = -\frac{3}{5}$ , to znaczy że druga prosta ma ten współczynnik równy:

$$a \cdot -\frac{3}{5} = -1 \quad \bigg/ \cdot -\frac{5}{3}, \quad a = \frac{5}{3}$$

**Zadanie 8**

0-1 pkt

Dany jest ciąg arytmetyczny  $(a_n)$ . Suma częściowa tego ciągu wyraża się wzorem  $S_n = 5n^2 - 7n$ . Drugi wyraz ciągu jest równy:

**Odpowiedź: C (8)**

Krok 1. Obliczenie sumy dwóch pierwszych wyrazów.

Podstawiając do wzoru  $n = 2$  dowiemy się ile wynosi suma dwóch pierwszych wyrazów tego ciągu (czyli ile jest równe  $a_1 + a_2$ ):

$$S_n = 5n^2 - 7n, S_2 = 5 \cdot 2^2 - 7 \cdot 2, S_2 = 5 \cdot 4 - 7 \cdot 2, S_2 = 20 - 14, S_2 = 6$$

Krok 2. Obliczenie wartości pierwszego wyrazu.

Podstawiając do wzoru  $n = 1$  dowiemy się ile wynosi "suma jednego wyrazu", czyli po prostu ile jest równy pierwszy wyraz (czyli  $a_1$ ) tego ciągu:

$$S_1 = 5n^2 - 7n, S_1 = 5 \cdot 1^2 - 7 \cdot 1, S_1 = 5 \cdot 1 - 7 \cdot 1, S_1 = 5 - 7, S_1 = -2$$

Krok 3. Obliczenie wartości drugiego wyrazu.

Wiemy już, że  $a_1 + a_2 = 6$  oraz że  $a_1 = -2$ . W związku z tym  $a_2$  jest równe:

$$-2 + a_2 = 6, a_2 = 8$$

**Zadanie 9**

0-1 pkt

Liczba trzycyfrowych liczb naturalnych o różnych cyfrach jest równa:

**Odpowiedź: B (9 · 9 · 8)**

W zadaniu wykorzystamy tak zwaną regułę mnożenia, zatem musimy ustalić na ile różnych sposobów da się wpisać cyfry na dane miejsce naszej trzycyfrowej liczby.

Na pierwszym miejscu naszej liczby może się pojawić jedna z dziewięciu cyfr od 1 do 9. W związku z tym pierwszym czynnikiem będzie 9.

Na drugim miejscu może się znaleźć jedna z dziesięciu cyfr od 0 do 9, ale skoro cyfry mają być różne, to odpadnie nam z tej puli ta cyfra, która była wylosowana na pierwszym miejscu. To oznacza, że będziemy mieli tutaj  $10 - 1 = 9$  różnych sposobów wpisania cyfry.

Na trzecim miejscu może znaleźć się jedna z dziesięciu cyfr od 0 do 9, poza tymi które były już wylosowane za pierwszym i drugim razem. To oznacza, że będziemy mieli tutaj  $10 - 2 = 8$  różnych sposobów wpisania cyfry.

Zgodnie z regułą mnożenia możemy więc zapisać, że trzycyfrowych liczb naturalnych o różnych cyfrach jest:  $9 \cdot 9 \cdot 8$ .

**Zadanie 10**

0-1 pkt

Różnica między większym i mniejszym rozwiązaniem równania  $(x + 7)(x + 1) = 0$  jest równa:

**Odpowiedź: C (6)**

Krok 1. Rozwiązanie równania.

Nasze równanie jest równaniem kwadratowym, zapisanym w wygodnej postaci iloczynowej. To oznacza, że aby rozwiązać to równanie wystarczy przyrównać wartości zapisane w nawiasach do zera:

$$x + 7 = 0 \quad \vee \quad x + 1 = 0, x = -7 \quad \vee \quad x = -1$$

Krok 2. Obliczenie różnicy.

Większym rozwiązaniem jest  $-1$ . Mniejszym jest  $-7$ . Różnica między większym i mniejszym rozwiązaniem jest równa:

$$-1 - (-7) = -1 + 7 = 6$$

**Zadanie 11**

0-1 pkt

Wyrażenie wymierne  $W = \frac{16x^2 - 25}{16x^2 + 40x + 25}$  po skróceniu przyjmuje postać:

**Odpowiedź: A ( $W = \frac{4x-5}{4x+5}$ )**

Korzystając ze wzorów skróconego mnożenia możemy rozpisać to wyrażenie w następujący sposób:

$$W = \frac{16x^2 - 25}{16x^2 + 40x + 25}, W = \frac{(4x - 5)(4x + 5)}{(4x + 5)^2}, W = \frac{(4x - 5) \cancel{(4x + 5)}}{(4x + 5) \cancel{(4x + 5)}}, W = \frac{4x - 5}{4x + 5}$$

**Zadanie 12**

0-1 pkt

Dziedziną funkcji  $f$  określonej wzorem  $f(x) = \frac{1}{x^2+4x}$  jest zbiór:

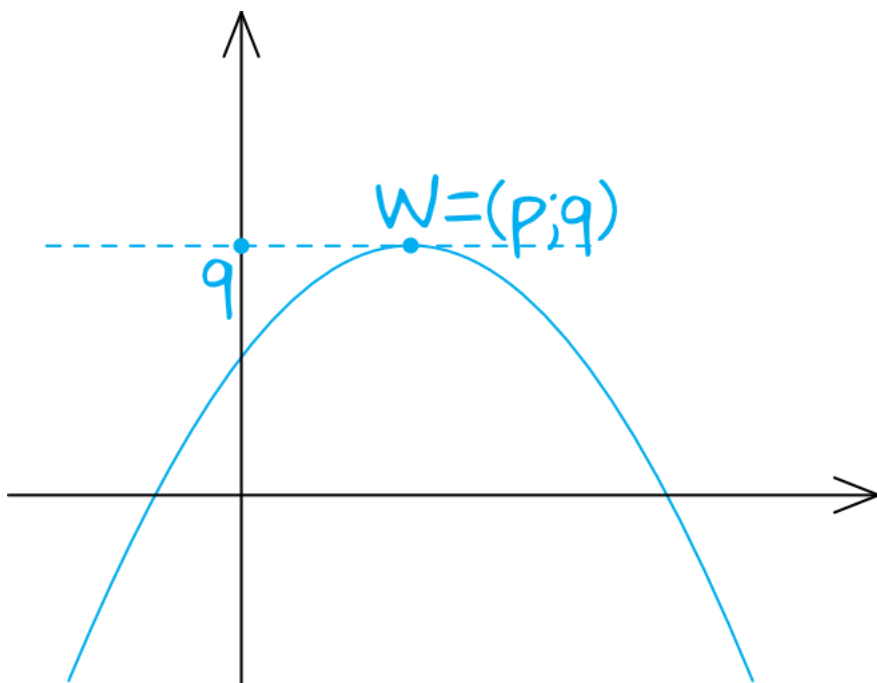
**Odpowiedź:** C ( $\mathbb{R} \setminus \{-4, 0\}$ )

Z racji tego, iż w matematyce nie istnieje dzielenie przez zero, to nasz mianownik musi być różny od zera. To oznacza, że z dziedziny funkcji musimy wykluczyć rozwiązania równania:

$$x^2 + 4x = 0, \quad x(x + 4) = 0, \quad x = 0 \quad \vee \quad x = -4$$

W związku z tym dziedziną funkcji będzie zbiór liczb rzeczywistych oprócz 0 oraz  $-4$ , czyli w matematycznym zapisie będzie to  $\mathbb{R} \setminus \{-4, 0\}$ .

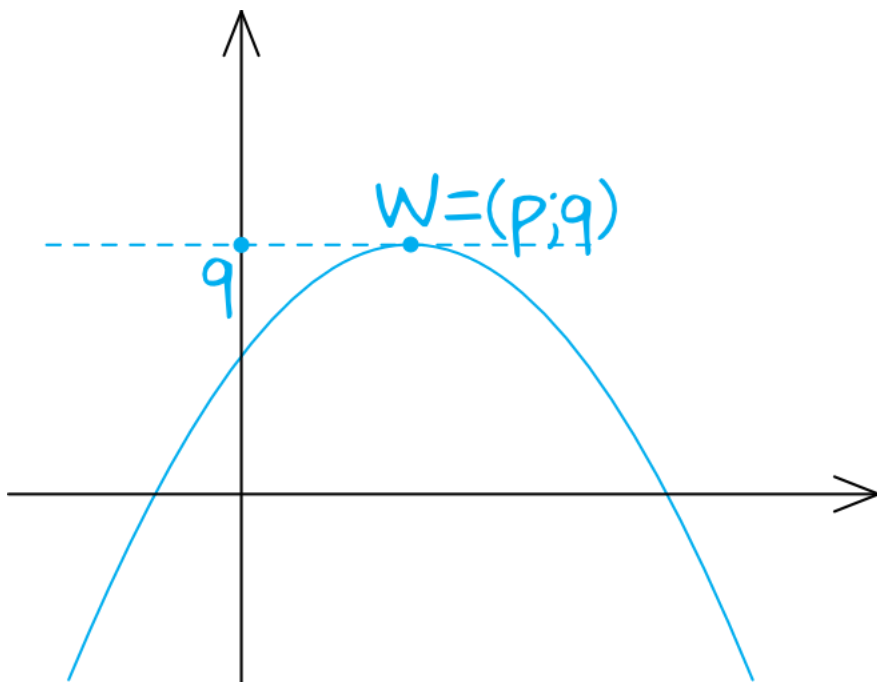
Dana jest funkcja określona wzorem  $f(x) = -x^2 - 4x + 5$ . Zbiorem wartości tej funkcji jest:



**Odpowiedź:** D  $((-\infty, 9])$

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Aby wiedzieć co trzeba policzyć dobrze jest narysować sobie szkic wykresu tej funkcji. Jest to funkcja kwadratowa, czyli rysujemy parabolę. Jej ramiona będą skierowane do dołu, bo współczynnik kierunkowy jest ujemny, zatem całość będzie wyglądać mniej więcej w ten sposób:



Z rysunku wynika, że nasza funkcja przyjmuje wartości od minus nieskończoności do współrzędnej igrekowej wierzchołka tej paraboli (zapisywanej w matematyce symbolem  $q$ ).

Krok 2. Obliczenie współrzędnej  $q$ .

Współrzedną  $q$  możemy obliczyć ze wzoru:  $q = \frac{-\Delta}{4a}$ . Musimy zatem obliczyć deltę, a zrobimy to w następujący sposób:

Współczynniki:  $a = -1$ ,  $b = -4$ ,  $c = 5$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 5 = 16 - (-20) = 16 + 20 = 36$$

W związku z tym współrzędna  $q$  będzie równa:

$$q = \frac{-\Delta}{4a}, q = \frac{-36}{4 \cdot (-1)}, q = \frac{-36}{-4}, q = 9$$

Krok 4. Ustalenie zbioru wartości funkcji.

Zgodnie z naszym szkicowym rysunkiem i obliczeniami możemy zapisać, że zbiorem wartości naszej funkcji jest przedział:

$$y \in (-\infty, q), y \in (-\infty, 9)$$

#### Zadanie 14

0-1 pkt

Liczba rozwiązań rzeczywistych równania  $81 + x^3 = 0$  to:

**Odpowiedź: C (1)**

Podane w treści zadania równanie jest równaniem trzeciego stopnia, ale takim które damy radę przeanalizować niemalże w pamięci. Przekształcając to równanie otrzymamy postać:

$$81 + x^3 = 0, x^3 = -81$$

Po prawej stronie równania otrzymaliśmy wartość ujemną. Gdyby po lewej stronie równania była liczba podniesiona do potęgi parzystej (np. do 2) to równanie nie miałoby żadnych rozwiązań, bo nie istnieje żadna liczba podniesiona do kwadratu, która daje wynik ujemny. W naszym przypadku mamy po lewej stronie potęgę nieparzystą, zatem ujemny wynik jest możliwy do uzyskania i stanie się tak wtedy gdy będziemy potęgować liczbę ujemną (np.  $(-4)^3 = -64$ ). To oznacza, że jest jedno rozwiązanie rzeczywiste tego równania i możemy nawet sobie dopowiedzieć, że jest nią jakaś liczba ujemna bliska  $-4$  (dokładnie rzecz ujmując będzie to  $x = -\sqrt[3]{81}$ ).

#### Zadanie 15

0-1 pkt

Jeśli  $\alpha$  jest kątem rozwartym i  $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ , to:

**Odpowiedź: D ( $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ )**

Z jedynki trygonometrycznej wiemy, że  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ . Podstawiając do tego równania wartość sinusa z treści zadania bez problemu obliczymy wartość cosinusa:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \left(\frac{12}{13}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1, \frac{144}{169} + \cos^2 \alpha = 1, \cos^2 \alpha = \frac{25}{169}, \cos \alpha = \frac{5}{13} \vee \cos \alpha = -\frac{5}{13}$$

Zazwyczaj odrzucamy ujemne rozwiązanie, bo zazwyczaj w treści zadania informują nas że  $\alpha$  jest kątem ostrym. Tym razem wyjątkowo  $\alpha$  jest kątem rozwartym, a dla kątów rozwartych cosinus przyjmuje zawsze wartości ujemne, zatem tutaj musimy odrzucić dodatnie rozwiązanie, dzięki czemu zostaje nam, że  $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ .

#### Zadanie 16

0-1 pkt

Liczba przeciwna do liczby  $10^{-\frac{5}{3}}$  to liczba:

**Odpowiedź: D ( $-10^{-\frac{5}{3}}$ )**

Aby otrzymać liczbę przeciwną wystarczy przed naszą liczbą postawić minusa. Zatem liczbą przeciwną będzie  $-10^{-\frac{5}{3}}$ .

#### Zadanie 17

0-1 pkt

Wzór funkcji, której wykres powstaje przez przesunięcie równoległe wzdłuż osi  $OY$  wykresu funkcji  $f(x) = 3^x$  o 4 jednostki w dół, to:

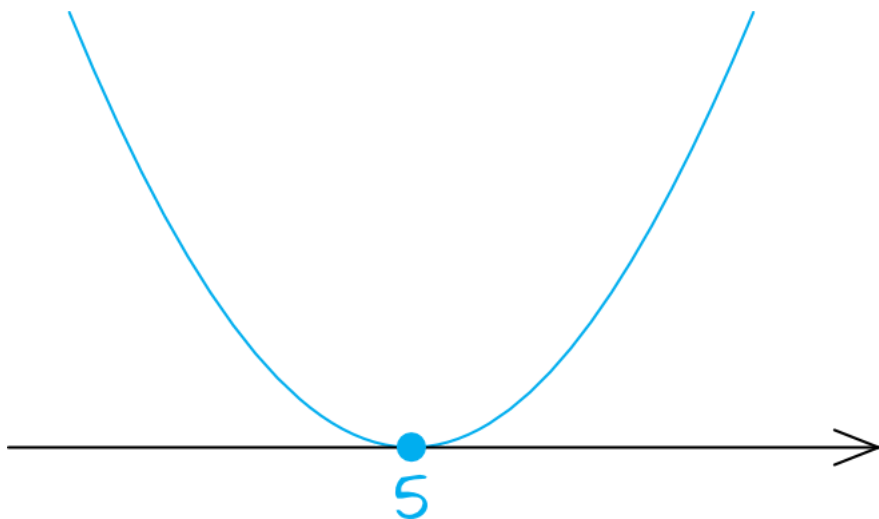
**Odpowiedź: A ( $y = 3^x - 4$ )**

Po przesunięciu wykresu funkcji  $f(x) = 3^x$  o 4 jednostki w dół otrzymamy funkcję  $y = 3^x - 4$ .

## Zadanie 18

0-1 pkt

Rozwiązaniem nierówności  $(x - 5)^2 \leq 0$  jest:



**Odpowiedź: D (liczba 5)**

To zadanie można rozwiązać w pamięci, bo przecież jakakolwiek liczba podniesiona do kwadratu daje wynik dodatni lub równy 0. My musimy sprawdzić kiedy  $(x - 5)^2$  jest mniejsze lub równe zero. Mniejsze nie będzie na pewno nigdy, co najwyżej może być równe 0, a będzie to równe 0 tylko i wyłącznie wtedy, kiedy  $x = 5$ . Gdybyśmy jednak tego nie dostrzegli, to możemy tę nierówność rozwiązać jak każdą inną.

Krok 1. Wyznaczenie miejsc zerowych.

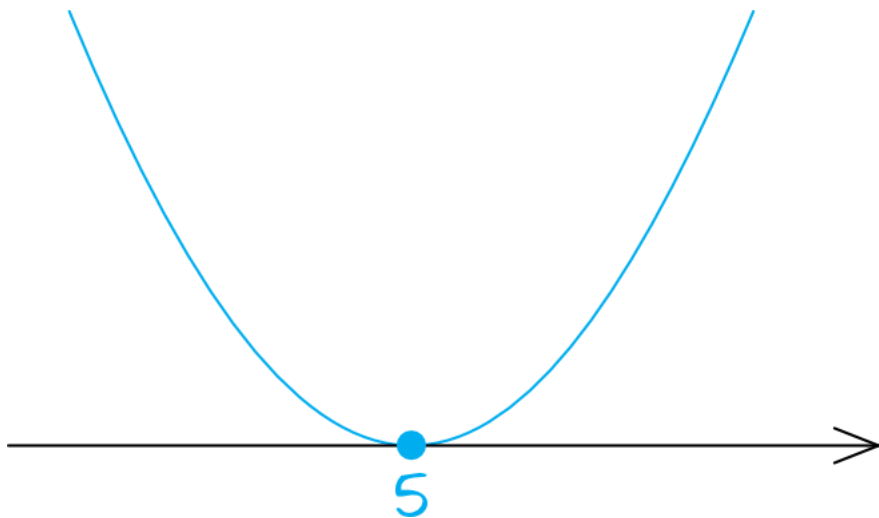
Zaczynamy od wyznaczenia miejsc zerowych. Oczywiście możemy tutaj wykonać potęgowanie i z delty obliczyć miejsca zerowe, ale można też to zrobić nieco szybciej. Aby  $(x - 5)^2$  było równe zero, to wartość w nawiasie musi być równa zero. W związku z tym:

$$x - 5 = 0, \quad x = 5$$

Miejscem zerowym (czyli miejscem w którym wielomian przyjmuje wartość równą zero) jest zatem  $x = 5$ .

Krok 2. Szkicowanie wykresu paraboli.

Parabola będzie mieć ramiona skierowane do góry (bo po wykonaniu potęgowania nie będziemy mieć przed  $x^2$  jakiegokolwiek minusa). Rysujemy oś, zaznaczamy wyznaczone miejsce zerowe i szkicujemy parabolę:



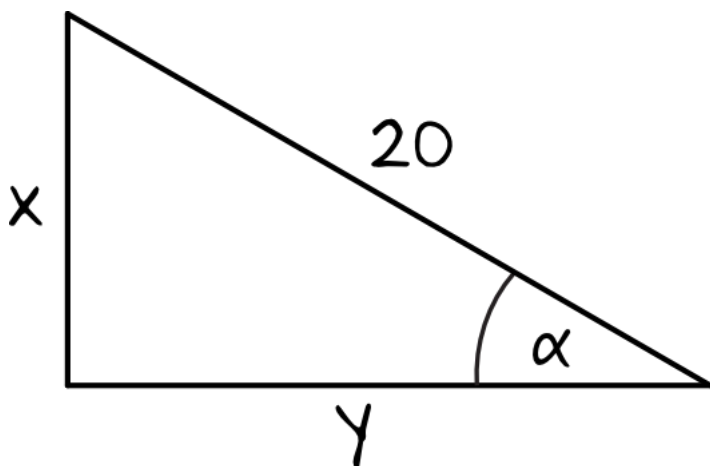
Krok 3. Odczytanie rozwiązania.

Interesują nas wartości mniejsze lub równe 0, zatem patrzymy się na to co jest albo pod osią albo na osi. To oznacza, że rozwiązaniem nierówności jest jedynie liczba 5.

## Zadanie 19

0-1 pkt

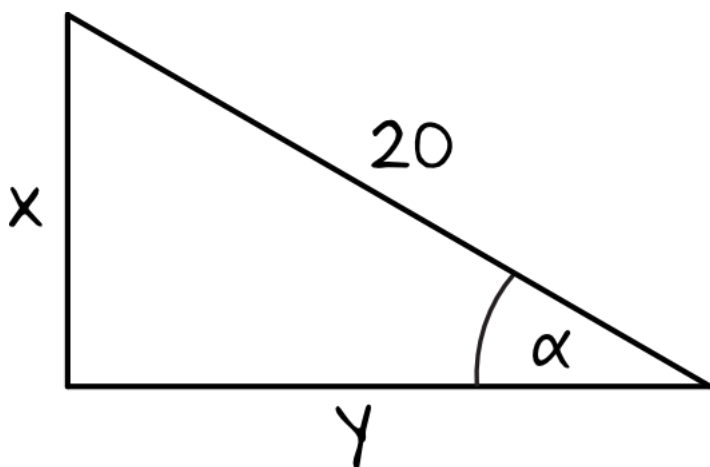
Dany jest trójkąt prostokątny o kącie ostrym  $\alpha$ . Jeśli  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$  i przeciwprostokątna ma długość 20, to dłuższa przyprostokątna ma długość:



**Odpowiedź: C (16)**

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Zanim zaczniemy cokolwiek liczyć, to zrobimy sobie szkicowy rysunek tego trójkąta:



Krok 2. Obliczenie długości boku  $x$ .

Zgodnie z naszym rysunkiem jesteśmy w stanie obliczyć długość odcinka  $x$  korzystając z informacji na temat sinusa:

$$\sin \alpha = \frac{x}{20}, \quad \frac{3}{5} = \frac{x}{20} \quad \Bigg/ \cdot 20, \quad x = 12$$

Krok 3. Obliczenie długości boku  $y$ .

Nie wiemy, czy akurat obliczony  $x = 12$  jest dłuższą przyprostokątną, dlatego musimy jeszcze obliczyć długość drugiej przyprostokątnej. Zrobimy to korzystając z Twierdzenia Pitagorasa:

$$12^2 + y^2 = 20^2, \quad 144 + y^2 = 400, \quad y^2 = 256, \quad y = 16 \quad \vee \quad y = -16$$

Długość ujemną oczywiście odrzucamy i zostaje nam  $y = 16$ .

To oznacza, że dłuższa przyprostokątna ma długość 16.

## Zadanie 20

0-1 pkt

Wysokość trójkąta równobocznego jest o 4 krótsza od długości boku. Długość boku trójkąta jest równa:

**Odpowiedź: A** ( $8(2 + \sqrt{3})$ )

Na podstawie treści zadania możemy zapisać, że:

$a$  - długość boku trójkąta

$h = a - 4$  - wysokość trójkąta

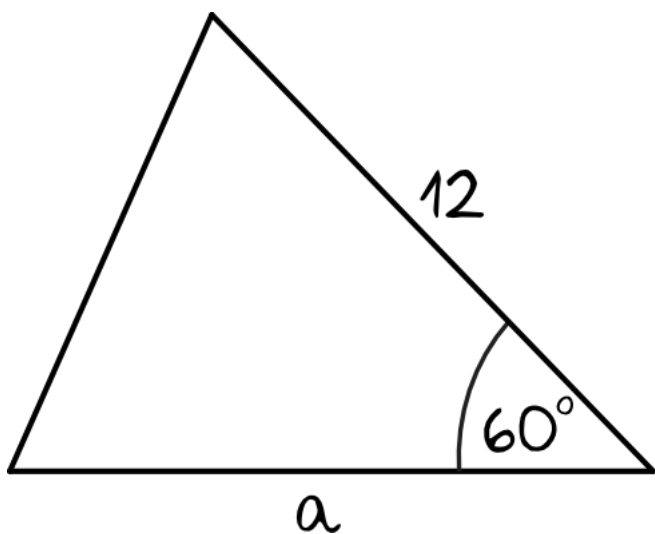
Korzystając ze wzoru na wysokość trójkąta równobocznego możemy zapisać, że:

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}, a - 4 = \frac{a\sqrt{3}}{2}, a - \frac{a\sqrt{3}}{2} = 4 \quad \left| \cdot 2 \right., \quad 2a - a\sqrt{3} = 8, a(2 - \sqrt{3}) = 8, a = \frac{8}{2 - \sqrt{3}}, a = \frac{8 \cdot (2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3}) \cdot (2 + \sqrt{3})}, a = \frac{16 + 8\sqrt{3}}{4 - 3}, a = 16 + 8\sqrt{3}$$

## Zadanie 21

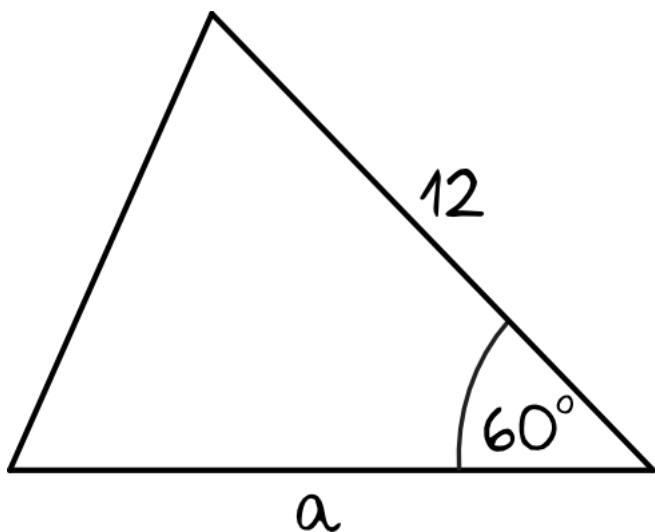
0-1 pkt

Pole trójkąta jest równe  $18\sqrt{3}$ , a kąt ma miarę  $60^\circ$ . Jeden z boków przyległych do tego kąta ma długość 12. Oznacza to, że drugi z boków przyległych do kąta  $60^\circ$  ma długość:



**Odpowiedź: B** (6)

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

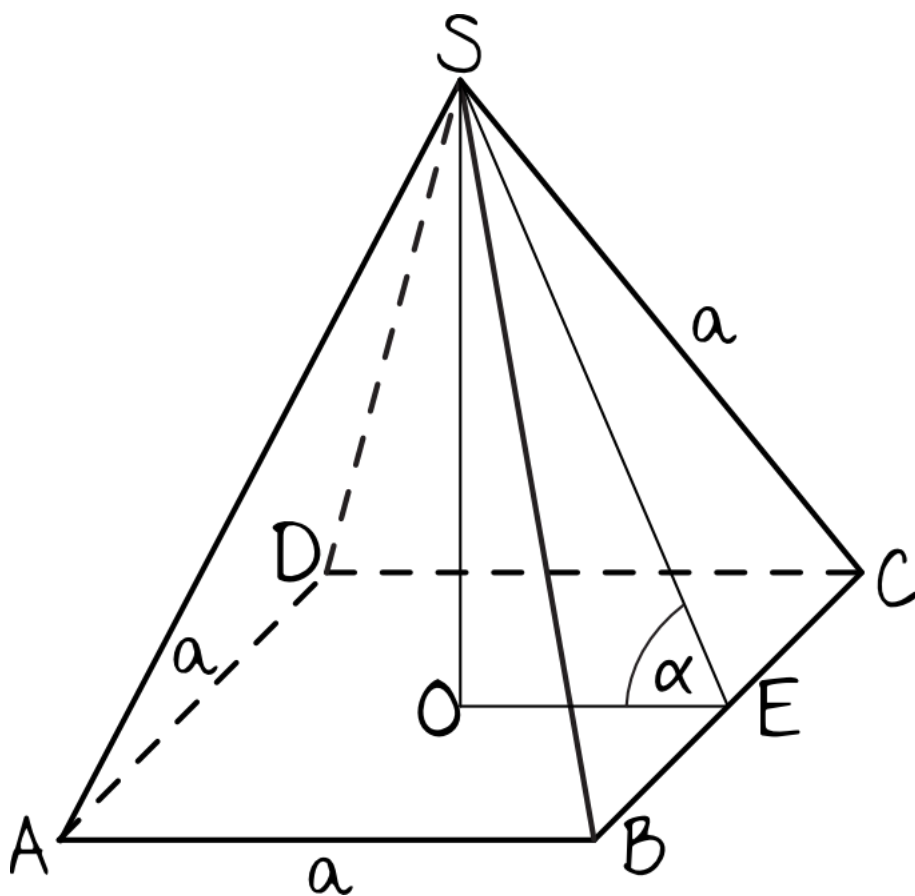


Krok 2. Obliczenie długości drugiego boku przyległego do kąta  $60^\circ$ .

Do rozwiązania tego zadania potrzebujemy skorzystać ze wzoru na pole trójkąta z sinusem (znajduje się w tablicach matematycznych).

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \alpha, 18\sqrt{3} = \frac{1}{2} a \cdot 12 \cdot \sin 60^\circ, 18\sqrt{3} = 6a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}, 36\sqrt{3} = 6a \cdot \sqrt{3}, 6a = 36, a = 6$$

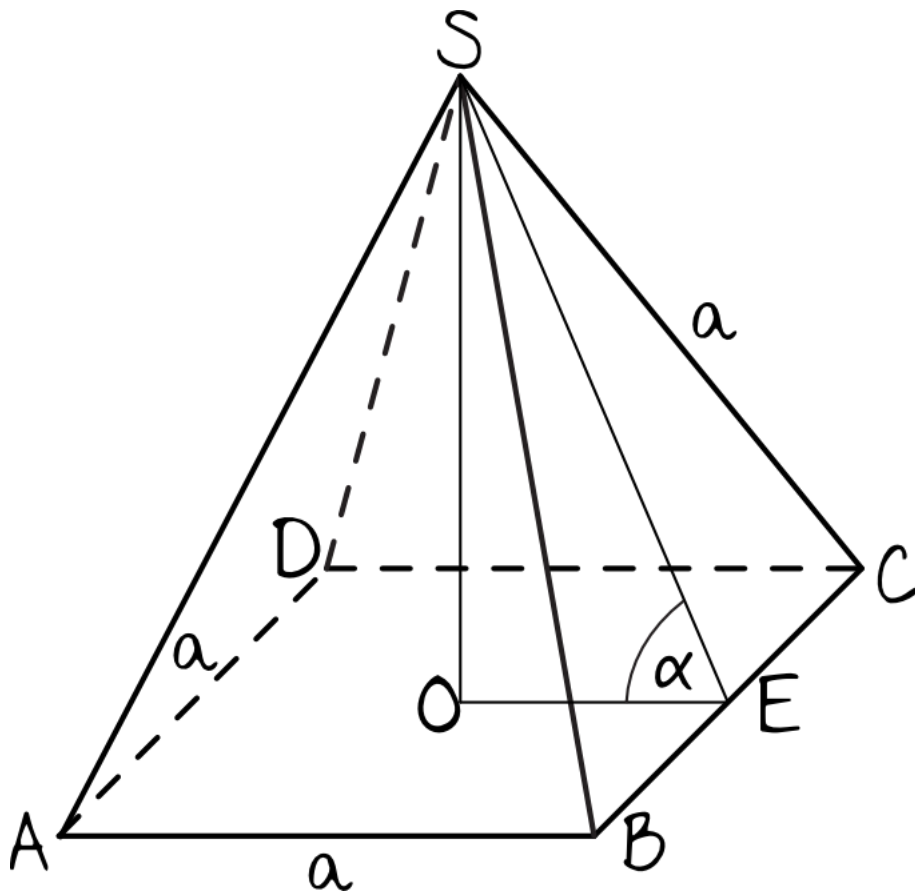
Jeśli wszystkie krawędzie ostrosłupa prawidłowego czworokątnego mają jednakowe długości, to ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod takim kątem  $\alpha$ , że:



**Odpowiedź:** C ( $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$ )

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Skoro wszystkie krawędzie ostrosłupa prawidłowego czworokątnego mają mieć jednakową długość, to powstanie nam taka oto bryła:



Krok 2. Zapisanie zależności kluczowych odcinków.

Spójrzmy teraz na nasz rysunek. Odcinek  $SE$  jest wysokością trójkąta równobocznego znajdującego się w ścianie bocznej. W związku z tym jego długość możemy zapisać jako:

$$|SE| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Teraz spójrzmy na odcinek  $OE$  - jest to połowa długości krawędzi bocznej, zatem:

$$|OE| = \frac{1}{2}a$$

Krok 3. Obliczenie długości odcinka  $SO$ .

Do wyznaczenia sinusa kąta  $\alpha$  potrzebna nam będzie znajomość długości odcinka  $SO$ , a tą wyznaczymy z Twierdzenia Pitagorasa:

$$|OE|^2 + |SO|^2 = |SE|^2, \left(\frac{1}{2}a\right)^2 + |SO|^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2, \frac{a^2}{4} + |SO|^2 = \frac{3a^2}{4}, |SO|^2 = \frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}, |SO|^2 = \frac{2a^2}{4}, |SO| = \frac{a\sqrt{2}}{2} \vee |SO| = -\frac{a\sqrt{2}}{2}$$

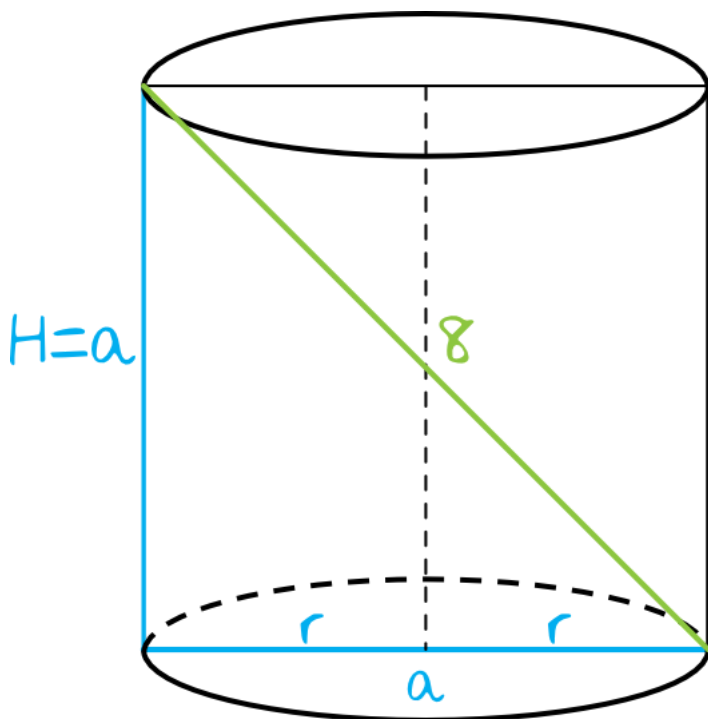
Wartość ujemną oczywiście pomijamy, bo bok nie może mieć ujemnej długości. Zostaje nam więc  $|SO| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Krok 4. Obliczenie wartości sinusa.

Teraz zgodnie z definicją sinusa możemy zapisać, że:

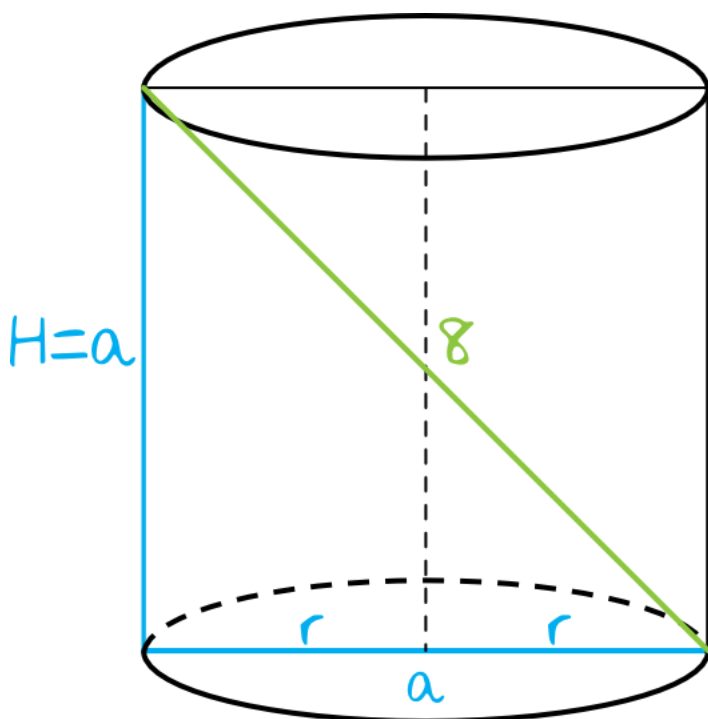
$$\sin \alpha = \frac{|SO|}{|SE|}, \sin \alpha = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}}, \sin \alpha = \frac{a\sqrt{2}}{2} : \frac{a\sqrt{3}}{2}, \sin \alpha = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{2}{a\sqrt{3}}, \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}, \sin \alpha = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}, \sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Przekrój osiowy walca jest kwadratem o przekątnej długości 8. Objętość tego walca jest równa:



**Odpowiedź:** D ( $32\pi\sqrt{2}$ )

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.



Krok 2. Obliczenie długości krawędzi kwadratu.

Z własności kwadratów wiemy, że kwadrat o boku  $a$  ma przekątną o długości  $a\sqrt{2}$ . W związku z tym:

$$a\sqrt{2} = 8, \quad a = \frac{8}{\sqrt{2}}, \quad a = \frac{8 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}, \quad a = \frac{8\sqrt{2}}{2}, \quad a = 4\sqrt{2}$$

To oznacza, że w przekroju znalazł się kwadrat o boku  $4\sqrt{2}$ . Zgodnie z naszym rysunkiem oznacza to też, że taka właśnie będzie wysokość walca, czyli  $H = 4\sqrt{2}$ .

Krok 3. Obliczenie długości promienia.

Promień okręgu znajdującego się w podstawie jest równy połowie boku kwadratu, czyli:

$$r = \frac{1}{2}a, r = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2}, r = 2\sqrt{2}$$

Krok 4. Obliczenie objętości walca.

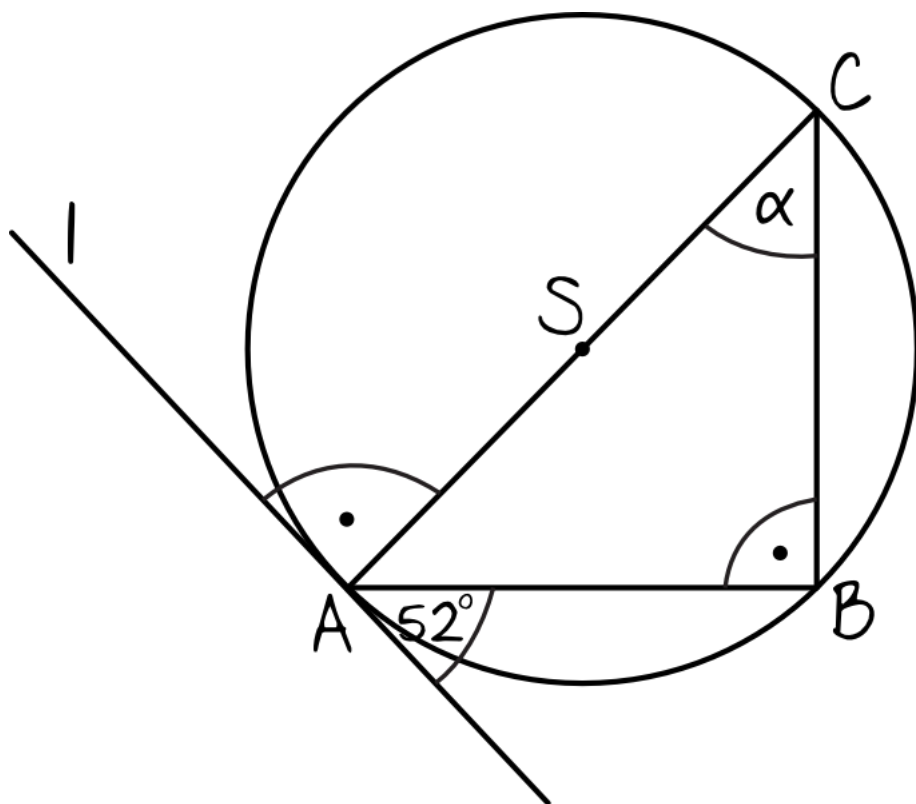
Wiemy już, że  $r = 2\sqrt{2}$ , wiemy też że wysokość walca jest równa  $H = 4\sqrt{2}$ . To oznacza, że objętość walca będzie równa:

$$V = \pi r^2 \cdot H, V = \pi \cdot (2\sqrt{2})^2 \cdot 4\sqrt{2}, V = \pi \cdot (4 \cdot 2) \cdot 4\sqrt{2}, V = 8\pi \cdot 4\sqrt{2}, V = 32\pi\sqrt{2}$$

## Zadanie 24

0-1 pkt

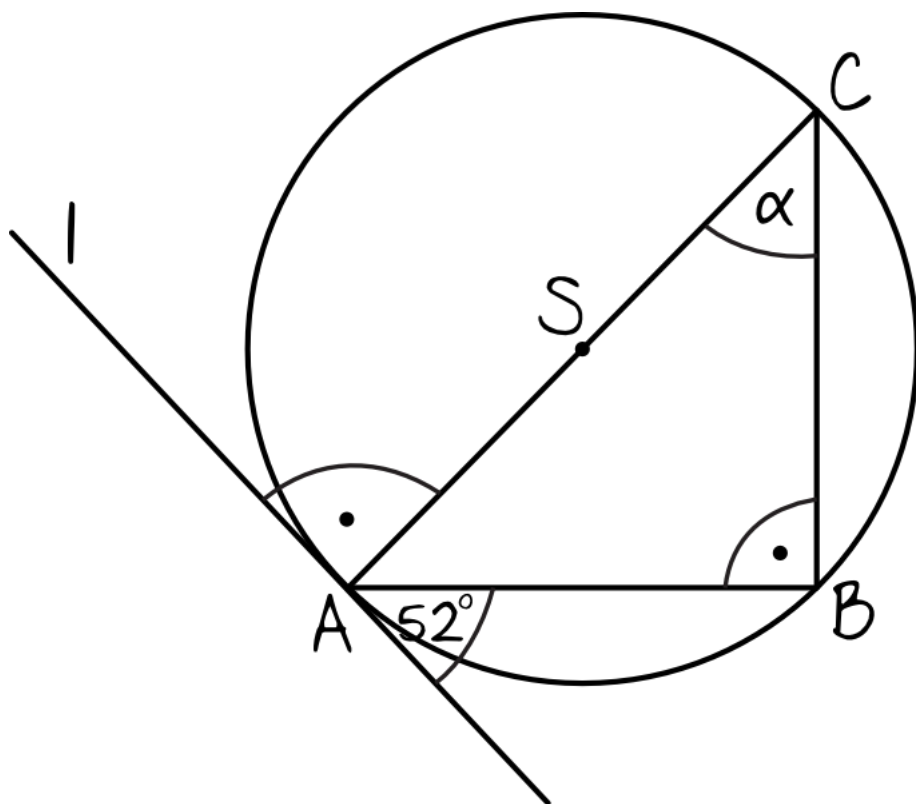
Prosta  $l$  jest styczna do okręgu o środku  $S$  w punkcie  $A$ ,  $AC$  jest średnicą okręgu, a  $AB$  jest jego cięciwą. Kąt między prostą  $l$  i cięciwą  $AB$  jest równy  $52^\circ$ . Zatem kąt  $ACB$  ma miarę:



**Odpowiedź: C** ( $52^\circ$ )

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Zgodnie z treścią zadania mamy taką oto sytuację:



Kluczową informacją jest fakt, że powstały trójkąt jest prostokątny. Wynika to z tego, że trójkąt jest wpisany w okrąg, a jeden z boków tego trójkąta jest jednocześnie długością średnicy. W takiej sytuacji trójkąt zawsze jest prostokątny.

Krok 2. Obliczenie miary kąta  $CAB$ .

Styczna do okręgu jest zawsze prostopadła do promienia/średnicy który przechodzi przez punkt styczności. To oznacza, że:

$$|\angle CAB| + 52^\circ = 90^\circ, \quad |\angle CAB| = 38^\circ$$

Krok 3. Obliczenie miary kąta  $ACB$ .

Skoro jest to trójkąt prostokątny, to znamy już tak naprawdę miary dwóch kątów:  $|\angle CAB| = 38^\circ$  oraz  $|\angle ABC| = 90^\circ$ . W związku z tym miarę kąta  $ACB$  obliczymy w następujący sposób:

$$|\angle ACB| = 180^\circ - 38^\circ - 90^\circ = 52^\circ$$

**Zadanie 25**

0-1 pkt

Rzucono dwa razy kostką sześcienną do gry. Prawdopodobieństwo tego, że suma wyrzuconych oczek jest równa 6, jest równe:

**Odpowiedź:** C ( $\frac{5}{36}$ )

Krok 1. Obliczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych.

Na kostce może wypaść jedna z sześciu cyfr - 1, 2, 3, 4, 5, 6. Skoro rzucamy kostką dwukrotnie, to zgodnie z regułą mnożenia liczba wszystkich zdarzeń elementarnych jest równa:

$$|\Omega| = 6 \cdot 6 = 36$$

Krok 2. Obliczenie liczby zdarzeń sprzyjających.

Zdarzeniem sprzyjającym jest sytuacja w której iloczyn liczby oczek jest równa 6. Taką sytuację będziemy mieć tylko w pięciu przypadkach:

$$(1, 6), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 1)$$

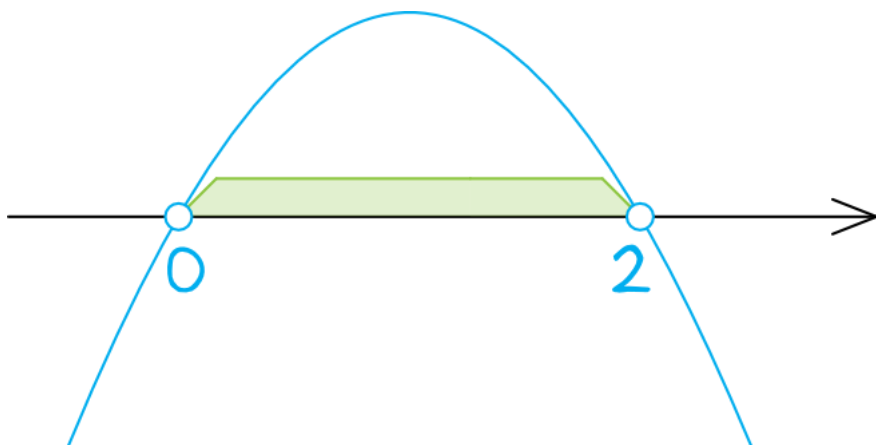
Zatem  $|A| = 5$ .

Krok 3. Obliczenie prawdopodobieństwa.

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{5}{36}$$

## Zadanie 26

0-2 pkt

Rozwiąż nierówność  $-5x^2 + 10x > 0$ .**Odpowiedź:**  $x \in (0; 2)$ 

Krok 1. Obliczenie miejsc zerowych wielomianu.

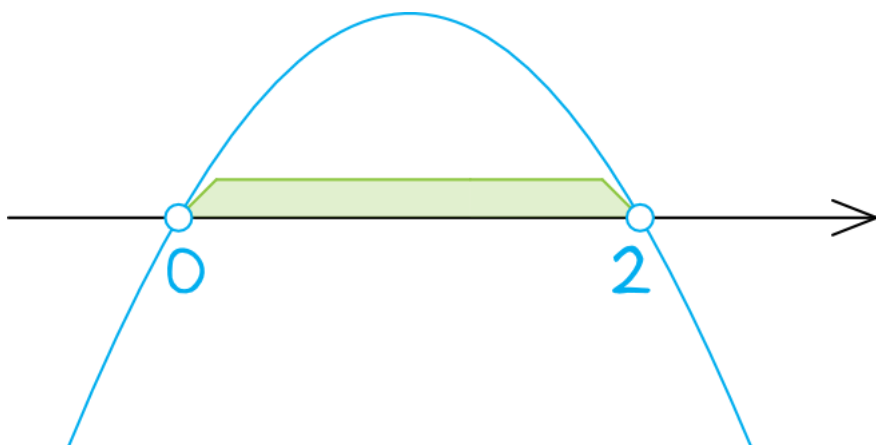
Najprościej będzie wyliczyć to tzw. metodą delty.

Współczynniki:  $a = -5$ ,  $b = 10$ ,  $c = 0$ 

$$\Delta = b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 0 = 100 - 0 = 100, \sqrt{\Delta} = \sqrt{100} = 10$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10 - 10}{2 \cdot (-5)} = \frac{-20}{-10} = 2, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-10 + 10}{2 \cdot (-5)} = \frac{0}{-10} = 0$$

Krok 2. Szkicowanie wykresu paraboli.

Współczynnik  $a$  jest ujemny, zatem ramiona paraboli będą skierowane do dołu. Zaznaczamy na osi miejsca zerowe obliczone przed chwilą i szkicujemy wykres paraboli:Miejsca zerowe  $x = 0$  oraz  $x = 2$  mają niezamalowane kropki, bo w nierówności wystąpił znak  $>$ .

Krok 3. Odczytanie rozwiązania.

Z wykresu możemy odczytać, że funkcja przyjmuje wartości większe od zera dla przedziału  $x \in (0; 2)$  i taka też jest nasza ostateczna odpowiedź.

## Zadanie 27

0-2 pkt

Rozwiąż równanie  $\frac{5x+6}{x} = x$ .

**Odpowiedź:**  $x = -1 \vee x = 6$

Krok 1. Zapisanie założeń do równania.

Z racji tego iż w matematyce nie istnieje dzielenie przez 0 to nasz mianownik musi być różny od zera i właśnie ten fakt musimy uwzględnić w naszej dziedzinie. W związku z tym musimy zapisać, że  $x \neq 0$ .

Krok 2. Rozwiązanie równania.

$$\frac{5x+6}{x} = x \quad / \cdot x, \quad 5x+6 = x^2, \quad x^2 - 5x - 6 = 0$$

Krok 3. Rozwiązanie powstałego równania kwadratowego.

Podczas rozwiązywania powstało nam równanie kwadratowe, które możemy rozwiązać tradycyjną metodą delty.

Współczynniki:  $a = 1$ ,  $b = -5$ ,  $c = -6$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 + 24 = 49, \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{49} = 7$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) - 7}{2 \cdot 1} = \frac{5 - 7}{2} = \frac{-2}{2} = -1, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-5) + 7}{2 \cdot 1} = \frac{5 + 7}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Obydwa rozwiązania nie wykluczają się z naszymi założeniami, zatem obydwa równania są poprawne, czyli  $x = -1 \vee x = 6$ .

## Zadanie 28

0-2 pkt

Dany jest odcinek  $AB$  o środku  $S = (7, 2)$ . Wyznacz współrzędne punktu  $A$ , wiedząc, że  $B = (-3, 11)$ .

**Odpowiedź:**  $A = (17; -7)$

W tym zadaniu skorzystamy ze wzoru na środek odcinka w układzie współrzędnych. Środek odcinka  $AB$  o współrzędnych  $A = (x_A; y_A)$  oraz  $B = (x_B; y_B)$  możemy opisać wzorem:

$$S = \left( \frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

Znamy współrzędne środka odcinka, znamy też współrzędne jednego z punktów, więc możemy wyznaczyć poszukiwane współrzędne punktu  $A$ .

Krok 1. Obliczenie współrzędnej xowej punktu  $A$ .

$$x_S = \frac{x_A + x_B}{2}, \quad 7 = \frac{x_A + (-3)}{2}, \quad 14 = x_A - 3, \quad x_A = 17$$

Krok 2. Obliczenie współrzędnej ykowej punktu  $A$ .

$$y_S = \frac{y_A + y_B}{2}, \quad 2 = \frac{y_A + 11}{2}, \quad 4 = y_A + 11, \quad y_A = -7$$

To oznacza, że współrzędne punktu  $A$  są równe:  $A = (17; -7)$ .

## Zadanie 29

0-2 pkt

W ciągu geometrycznym trzeci wyraz jest równy  $\frac{32}{3}$ , a drugi wyraz jest równy 16. Wyznacz pierwszy wyraz i iloraz tego ciągu.

**Odpowiedź:**  $a_1 = 24$  oraz  $q = \frac{2}{3}$

Krok 1. Obliczenie wartości pierwszego wyrazu.

Dla trzech kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego zachodzi równość:

$$a_2^2 = a_1 \cdot a_3$$

Podstawiając dane z treści zadania do tego równania otrzymamy:

$$16^2 = a_1 \cdot \frac{32}{3}, \quad 256 = a_1 \cdot \frac{32}{3} \quad \bigg/ : 3, \quad 768 = 32a_1, \quad a_1 = 24$$

Krok 2. Obliczenie ilorazu ciągu geometrycznego.

Korzystając ze znajomości wartości np. pierwszego i drugiego wyrazu możemy zapisać, że:

$$a_1 \cdot q = a_2, \quad 24 \cdot q = 16, \quad q = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

## Zadanie 30

0-2 pkt

Sprawdź, że dla każdego kąta ostrego  $\alpha$  prawdziwa jest tożsamość:  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 2$ .

**Odpowiedź: Udowodniono korzystając z wzorów skróconego mnożenia**

Korzystając ze wzorów skróconego mnożenia otrzymamy:

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + 2\sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 2\sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 2\sin^2 \alpha + 2\cos^2 \alpha = 2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = 2$$

Udało się otrzymać wynik taki jak w treści zadania, zatem dowodzenie można uznać za zakończone.

## Zadanie 31

0-2 pkt

Wykaż, że prawdziwe jest równanie  $(11 - \sqrt{21})^{\frac{1}{2}} + (11 + \sqrt{21})^{\frac{1}{2}} = \sqrt{42}$ .

**Odpowiedź: Udowodniono obliczając**

$$(11 - \sqrt{21})^{\frac{1}{2}} + (11 + \sqrt{21})^{\frac{1}{2}} = \sqrt{42} \quad \bigg/ ^2, \quad \left( (11 - \sqrt{21})^{\frac{1}{2}} + (11 + \sqrt{21})^{\frac{1}{2}} \right)^2 = 42$$

Teraz chyba najtrudniejsza część zadania, musimy poprawnie podnieść do kwadratu lewą stronę równania. Skorzystamy tutaj ze wzoru skróconego mnożenia  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ . W naszym przypadku  $a = (11 - \sqrt{21})^{\frac{1}{2}}$ , natomiast  $b = (11 + \sqrt{21})^{\frac{1}{2}}$ . To oznacza, że wykonując potęgowanie otrzymamy:

$$11 - \sqrt{21} + 2 \cdot (11 - \sqrt{21})^{\frac{1}{2}} \cdot (11 + \sqrt{21})^{\frac{1}{2}} + 11 + \sqrt{21} = 42, \quad 22 + 2 \cdot (11 - \sqrt{21})^{\frac{1}{2}} \cdot (11 + \sqrt{21})^{\frac{1}{2}} = 42, \quad 2 \cdot (11 - \sqrt{21})^{\frac{1}{2}} \cdot (11 + \sqrt{21})^{\frac{1}{2}} = 20, \quad 2 \cdot \sqrt{11^2 - (\sqrt{21})^2} = 20$$

Trójmian kwadratowy  $y = ax^2 + bx + c$  osiąga najmniejszą wartość równą  $-1$  dla argumentu  $\frac{3}{2}$ . Do wykresu trójmianu należy punkt  $A = (3, 8)$ . Wyznacz współczynniki  $a, b, c$ .

**Odpowiedź:**  $b = -12$  oraz  $c = 8$

Krok 1. Ustalenie współrzędnych wierzchołka paraboli.

Ustalmy czym jest ta najmniejsza wartość, która jest wspomniana w treści zadania. Jest to tak naprawdę wierzchołek naszej paraboli. Skoro więc dla argumentu  $\frac{3}{2}$  funkcja przyjmuje wartość równą  $-1$ , to parabola ma swój wierzchołek w punkcie  $W = (\frac{3}{2}; -1)$ .

Krok 2. Zapisanie równania w postaci kanonicznej.

Skoro znamy współrzędne wierzchołka paraboli to możemy zapisać to równanie w postaci kanonicznej:

$$y = a \cdot (x - p)^2 + q, \quad y = a \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (-1), \quad y = a \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - 1$$

Krok 3. Podstawienie współrzędnych punktu  $A$  i wyznaczenie współczynnika  $a$ .

Do postaci kanonicznej z kroku drugiego możemy teraz podstawić współrzędne punktu  $A$ , co pozwoli nam wyznaczyć współczynnik  $a$ .

$$y = a \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - 1, \quad 8 = a \cdot \left(3 - \frac{3}{2}\right)^2 - 1, \quad 9 = a \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2, \quad 9 = a \cdot \frac{9}{4} \quad \bigg/ \cdot \frac{4}{9}, \quad a = 4$$

Krok 4. Przekształcenie równania do postaci ogólnej i wyznaczenie współczynników  $b$  oraz  $c$ .

Po obliczeniu współczynnika  $a = 4$  wiemy już, że postać kanoniczna tego trójmianu wygląda następująco:

$$y = 4 \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - 1$$

Przekształćmy to teraz do postaci ogólnej:

$$y = 4 \cdot \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - 1, \quad y = 4 \cdot \left(x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{3}{2} + \frac{9}{4}\right) - 1, \quad y = 4 \cdot \left(x^2 - 3x + \frac{9}{4}\right) - 1, \quad y = 4x^2 - 12x + 9 - 1, \quad y = 4x^2 - 12x + 8$$

Z postaci ogólnej możemy odczytać, że  $b = -12$  oraz  $c = 8$ .

Pole prostokąta jest równe 228. Jeśli długość jednego boku zmniejszymy o 5, a długość drugiego boku zwiększymy o 2, to otrzymamy kwadrat. Wyznacz długości boków prostokąta.

**Odpowiedź:** 19 oraz 12

Krok 1. Wprowadzenie poprawnych oznaczeń i ułożenie układu równań.

$x$  - długość pierwszego boku prostokąta

$y$  - długość drugiego boku prostokąta

Skoro pole prostokąta jest równe 228, to:

$$x \cdot y = 228$$

Z treści zadania wynika też, że:

$$x - 5 = y + 2$$

To oznacza, że otrzymamy układ równań:

$$\begin{cases} x \cdot y = 228 \\ x - 5 = y + 2 \end{cases}$$

Krok 2. Rozwiązanie układu równań.

Najprościej będzie chyba rozwiązać ten układ metodą podstawiania, wyznaczając z pierwszego równania wartość  $y$ :

$$\begin{cases} y = \frac{228}{x} \\ x - 5 = y + 2 \end{cases}$$

Podstawiając pierwsze równanie do drugiego otrzymamy:

$$x - 5 = \frac{228}{x} + 2 \quad \cdot x, \quad x^2 - 5x = 228 + 2x, \quad x^2 - 7x - 228 = 0$$

Krok 3. Rozwiązanie powstałego równania kwadratowego.

Powstało nam równanie kwadratowe, które klasycznie obliczymy metodą delty:

Współczynniki:  $a = 1$ ,  $b = -7$ ,  $c = -228$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-228) = 49 - (-912) = 961, \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{961} = 31$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) - 31}{2 \cdot 1} = \frac{7 - 31}{2} = \frac{-24}{2} = -12, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) + 31}{2 \cdot 1} = \frac{7 + 31}{2} = \frac{38}{2} = 19$$

Ujemną wartość  $x$  musimy odrzucić, zatem zostaje nam  $x = 19$ .

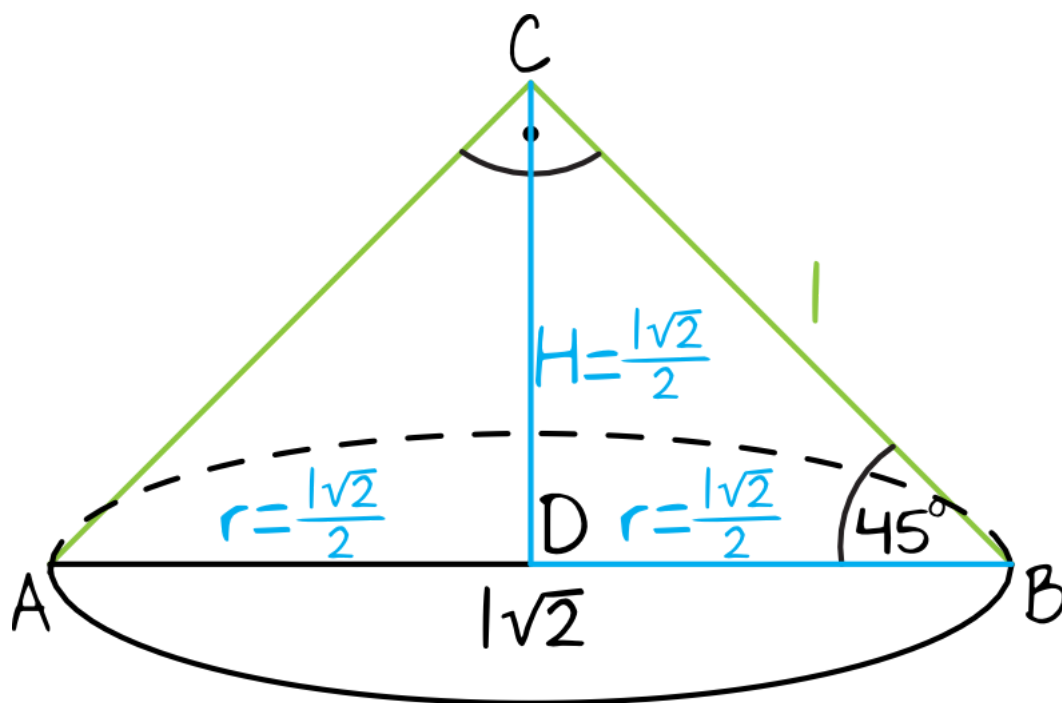
Krok 4. Wyznaczenie długości boków prostokąta.

Wiemy już, że jeden z boków prostokąta ma długość  $x = 19$ . Drugą długość obliczymy korzystając z jednego z równań np.:

$$x \cdot y = 228, \quad 19y = 228, \quad y = 12$$

To oznacza, że prostokąt ma boki długości 19 oraz 12.

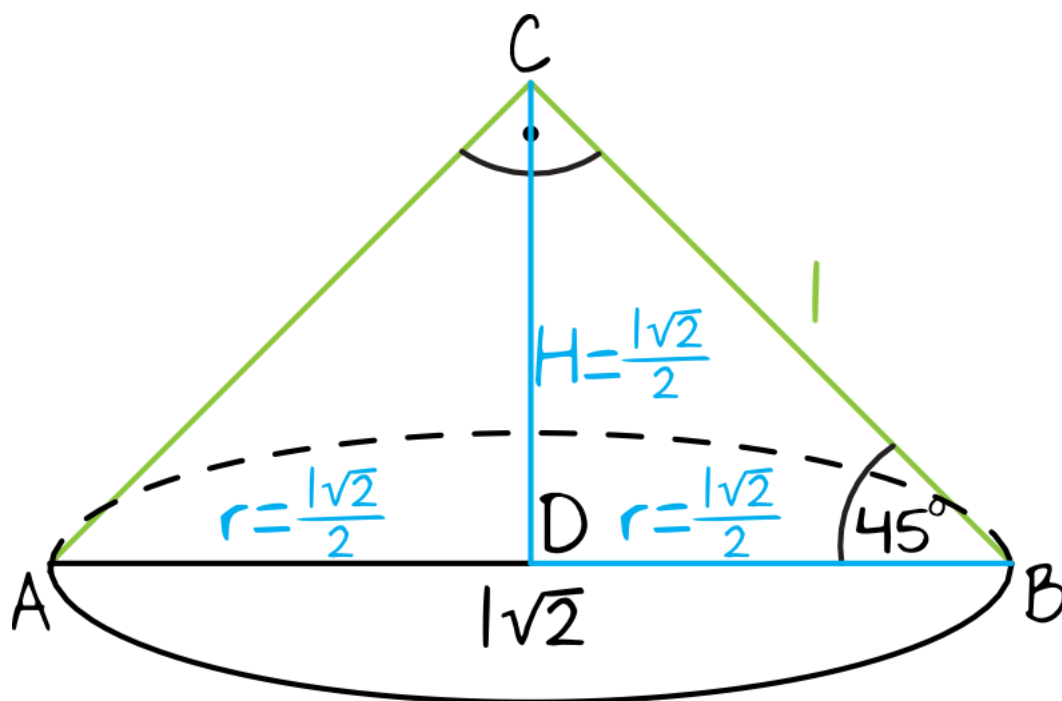
Dany jest stożek, którego przekrój osiowy jest trójkątem prostokątnym. Objętość stożka jest równa  $V = 18\pi\sqrt{2}$ . Wyznacz pole powierzchni całkowitej stożka.



**Odpowiedź:**  $\{P_c = 18\pi\sqrt{2}\}$

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Skoro w przekroju stożka mamy trójkąt prostokątny, to znajdzie taka oto sytuacja:



Ustalmy jeszcze skąd wzięły się takie, a nie inne oznaczenia i miary. Wiemy, że trójkąt jest prostokątny i że jest równoramienny (bo zawsze w przekroju stożka mamy trójkąt równoramienny o ramieniu długości  $l$ ). Z własności trójkątów wynika, że każdy trójkąt prostokątny równoramienny jest trójkątem o kątach  $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ . Dostrzeżenie tego faktu jest kluczem do całości zadania.

Skoro przyprostokątne trójkąta  $ABC$  są równe  $l$  to przeciwprostokątna (czyli w tym przypadku podstawa  $AB$  i jednocześnie średnica okręgu w podstawie) jest równa  $l\sqrt{2}$ . Wiemy też średnica jest dwukrotnie większa od promienia, czyli  $r = \frac{l\sqrt{2}}{2}$ .

Skąd natomiast wiadomo, że wysokość stożka jest równa  $h = \frac{l\sqrt{2}}{2}$ ? Tutaj musimy spojrzeć chociażby na trójkąt  $DBC$ . To także jest trójkąt o kątach  $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ , a jego przyprostokątnymi są właśnie promień okręgu i wysokość bryły. Te dwie długości zgodnie z własnościami takich trójkątów muszą być sobie równe, stąd też skoro  $r = \frac{l\sqrt{2}}{2}$ , to także  $h = \frac{l\sqrt{2}}{2}$ .

Krok 2. Obliczenie długości tworzącej stożka  $l$ .

Podstawiając wszystkie dane do wzoru na objętość otrzymamy:

$$V = \frac{1}{3} P_p \cdot hV = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h, 18\pi\sqrt{2} = \frac{1}{3} \pi \cdot \left(\frac{l\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \frac{l\sqrt{2}}{2}, 18\pi\sqrt{2} = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{2l^2}{4} \cdot \frac{l\sqrt{2}}{2}, 18\sqrt{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{l^2}{2} \cdot \frac{l\sqrt{2}}{2}, 18\sqrt{2} = \frac{l^2 \cdot l\sqrt{2}}{12}, 216\sqrt{2} = l^3\sqrt{2},$$

Krok 3. Obliczenie długości promienia oraz wysokości bryły.

Znając długość tworzącej stożka bardzo szybko możemy obliczyć także pozostałe kluczowe długości w tej bryle:

$$r = \frac{l\sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}, h = \frac{l\sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

Krok 4. Obliczenie pola powierzchni całkowitej.

Znamy już wszystkie niezbędne miary, zatem możemy przystąpić do obliczenia pola powierzchni całkowitej stożka:

$$P_c = P_p + P_b, P_c = \pi r^2 + \pi r l, P_c = \pi \cdot (3\sqrt{2})^2 + \pi \cdot (3\sqrt{2}) \cdot 6, P_c = \pi \cdot 18 + \pi \cdot 18\sqrt{2}, P_c = 18\pi + 18\sqrt{2}\pi$$

Możemy (ale nie musimy) wyłączyć jeszcze przed nawias  $18\pi$ , otrzymując:

$$P_c = 18\pi(1 + \sqrt{2}), P_c = 18\pi(\sqrt{2} + 1)$$