

Klucz odpowiedzi i rozwiązania — Matura próbna z matematyki (poziom podstawowy) - Operon 2013

Opracowanie Matematix.pl na podstawie rozwiązań zadań w serwisie — nie jest to oficjalny dokument CKE ani wydawnictwa. Zadania i rozwiązania online: matematix.pl. Wygenerowano 26.09.2026.

Odpowiedzi do zadań zamkniętych

Zadanie	Odpowiedź	Pkt
1	A (-1)	1
2	C $(\frac{1}{2})$	1
3	B $(x + 2 > 9)$	1
4	C (10)	1
5	C $(b = 2, 5a)$	1
6	B $(\mathbb{R} \setminus \{0\})$	1
7	A $(\frac{1}{2})$	1
8	A $((-\infty, 24\frac{1}{2}))$	1
9	B $(b > 0)$	1
10	C $(-(x + 1)^2(x^2 + 3))$	1
11	D (2)	1
12	C $(m = 4)$	1
13	A (-5)	1
14	B (23)	1
15	A $(k(1 + 0, 02)^{12}z)$	1
16	B $(\frac{32}{3}cm)$	1
17	C (240°)	1
18	C $(\frac{\sqrt{15}}{7})$	1
19	B (4)	1
20	B (24)	1
21	A $(4\sqrt{2}\pi)$	1
22	C $(\sqrt{5})$	1
23	B $(\frac{4}{9})$	1
24	D (6)	1

Rozwiązania krok po kroku

Zadanie 1

0-1 pkt

Suma liczby odwrotnej do liczby $-4\frac{3}{5}$ i liczby przeciwnej do liczby $\frac{18}{23}$ jest równa:

Odpowiedź: A (-1)

Krok 1. Ustalenie wartości liczby odwrotnej.

Aby poznać liczbę odwrotną do liczby $-4\frac{3}{5}$ musimy najpierw zamienić ją na ułamek niewłaściwy:

$$-4\frac{3}{5} = -\frac{23}{5}$$

Dopiero teraz możemy stwierdzić, że liczbą odwrotną jest $-\frac{5}{23}$.

Krok 2. Ustalenie wartości liczby przeciwnej.

Aby poznać liczbę przeciwną do liczby $\frac{18}{23}$ musimy po prostu postawić przed nią minusa, zatem liczbą przeciwną będzie $-\frac{18}{23}$.

Krok 3. Obliczenie sumy liczb.

Suma liczby odwrotnej oraz liczby przeciwnej będzie zatem równa:

$$-\frac{5}{23} + \left(-\frac{18}{23}\right) = -1$$

Zadanie 2

0-1 pkt

Wartość wyrażenia $\frac{1}{2}\log_3 15 - \log_3 \sqrt{5}$ jest równa:

Odpowiedź: C ($\frac{1}{2}$)

Korzystając z działań na logarytmach i potęgach możemy zapisać, że:

$$\frac{1}{2}\log_3 15 - \log_3 \sqrt{5} = \log_3 15^{\frac{1}{2}} - \log_3 \sqrt{5} = , = \log_3 \sqrt{15} - \log_3 \sqrt{5} = \log_3 \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}} = , = \log_3 \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \log_3 \sqrt{3} = \frac{1}{2}$$

Zadanie 3

0-1 pkt

Suma przedziałów $(-\infty, -11) \cup (7, +\infty)$ jest zbiorem rozwiązań nierówności:

Odpowiedź: B ($|x + 2| > 9$)

Możemy rozwiązać każdą nierówność oddzielnie, ale możemy też rozwiązać to nieco bardziej matematycznie. Po lewej stronie nierówności będziemy mieć zawsze $|x - a|$, gdzie a jest punktem leżącym idealnie po środku między krańcami przedziałów (w naszym przypadku między -11 oraz 7). To oznacza, że $a = \frac{-11+7}{2} = -2$.

Po lewej stronie nierówności będziemy mieć zatem $|x - (-2)|$, czyli $|x + 2|$.

Musimy jeszcze ustalić znak nierówności i liczbę po prawej stronie. Między punktem środkowym $a = -2$ oraz punktami krańcowymi -11 oraz 7 mamy dokładnie po 9 jednostek w lewo i w prawo. Nas interesują wszystkie te wartości, które są oddalone od punktu środkowego jeszcze więcej niż 9 jednostek (aż do nieskończoności), stąd też ostatecznym rozwiązaniem będzie $|x + 2| > 9$.

Zadanie 4

0-1 pkt

Niech $k = 2 - 3\sqrt{2}$, zaś $m = 1 - \sqrt{2}$. Wówczas wartość wyrażenia $k^2 - 12m$ jest równa:

Odpowiedź: C (10)

Naszym zadaniem jest podstawienie do wskazanego wyrażenia podanych wartości k oraz m oraz wykonanie odpowiednich działań na potęgach i pierwiastkach:

$$k^2 - 12m = (2 - 3\sqrt{2})^2 - 12 \cdot (1 - \sqrt{2}) = , = 4 - 12\sqrt{2} + (3\sqrt{2})^2 - 12 + 12\sqrt{2} = , = 4 - 12\sqrt{2} + 18 - 12 + 12\sqrt{2} = 4 + 18 - 12 = 10$$

Zadanie 5

0-1 pkt

Liczba a stanowi 40% liczby b . Wówczas:

Odpowiedź: C ($b = 2, 5a$)

Z treści zadania wiemy, że $a = \frac{40}{100}b$, czyli $a = \frac{2}{5}b$. Chcąc więc obliczyć wartość b musimy wymnożyć obie strony tego równania przez $\frac{5}{2}$. Całość będzie wyglądać następująco:

$$a = \frac{2}{5}b \quad \bigg/ \cdot \frac{5}{2}, \quad b = \frac{5}{2}a, \quad b = 2,5a$$

Zadanie 6

0-1 pkt

Dziedziną funkcji $f(x) = \frac{x+3}{x^3+4x}$ jest zbiór:

Odpowiedź: B ($\mathbb{R} \setminus \{0\}$)

Z racji tego iż nie możemy dzielić przez 0, to wartość mianownika musi być różna od zera. To oznacza, że musimy sprawdzić kiedy $x^3 + 4x = 0$ i wykluczyć te rozwiązania z dziedziny funkcji.

$$x^3 + 4 = 0, \quad x(x^2 + 4) = 0, \quad x = 0 \quad \vee \quad x^2 + 4 = 0, \quad x = 0 \quad \vee \quad x^2 = -4$$

Z racji tego, iż nie istnieje jakakolwiek liczba rzeczywista, która podniesiona do kwadratu da wynik ujemny, to jedynym rozwiązaniem tego równania jest $x = 0$. W związku z tym dziedziną funkcji będzie zbiór liczb rzeczywistych oprócz zera, czyli $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Zadanie 7

0-1 pkt

Proste o równaniach $-3y - mx + 12 = 0$ oraz $y = 6x - 12$ są prostopadłe dla m równego:

Odpowiedź: A ($\frac{1}{2}$)

Krok 1. Zapisanie prostych w postaci kierunkowej.

Aby móc w ogóle przystąpić do obliczeń musimy pierwszą prostą doprowadzić do postaci kierunkowej, czyli postaci typu $y = ax + b$. Przenosimy więc igrekę na jedną stronę, całą resztę na drugą, otrzymując:

$$-3y - mx + 12 = 0, \quad -mx + 12 = 3y \quad \Bigg/ : 3, \quad y = -\frac{1}{3}mx + 4$$

Krok 2. Wyznaczenie wartości parametru m .

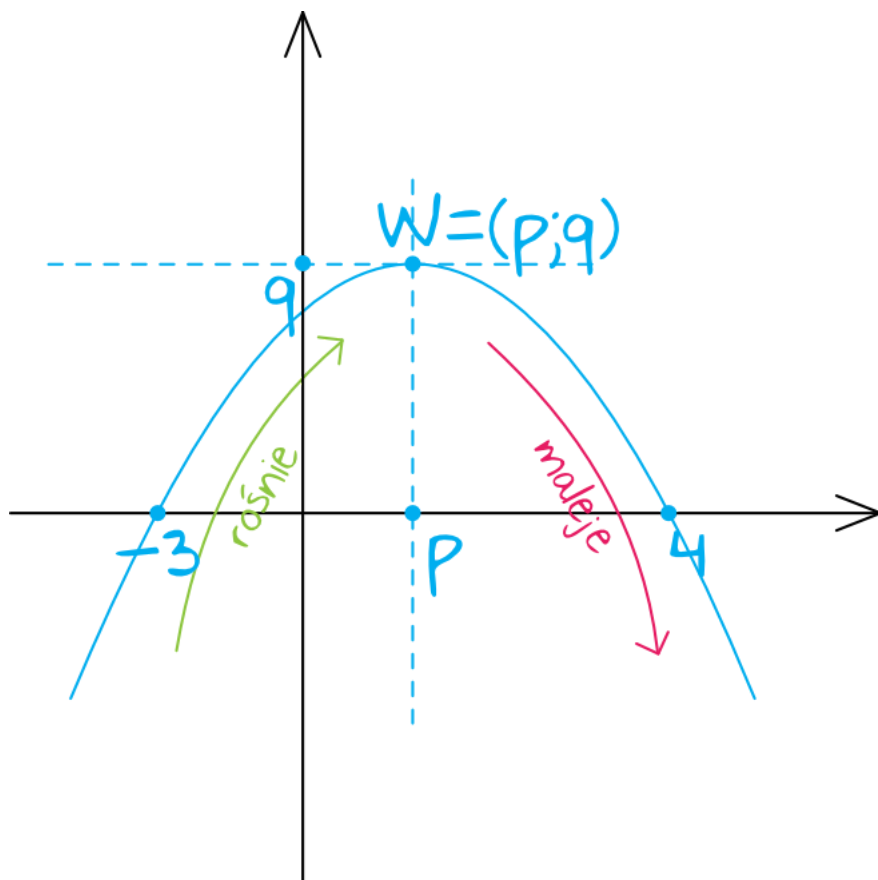
Aby proste były prostopadłe to iloczyn ich współczynników kierunkowych a musi być równy -1 . Pierwsza prosta ma współczynnik kierunkowy $a = -\frac{1}{3}m$, druga prosta ma współczynnik kierunkowy $a = 6$, zatem:

$$-\frac{1}{3}m \cdot 6 = -1, \quad -2m = -1, \quad m = \frac{1}{2}$$

Zadanie 8

0-1 pkt

Zbiorem wartości funkcji $f(x) = -2(x+3)(x-4)$ jest przedział:

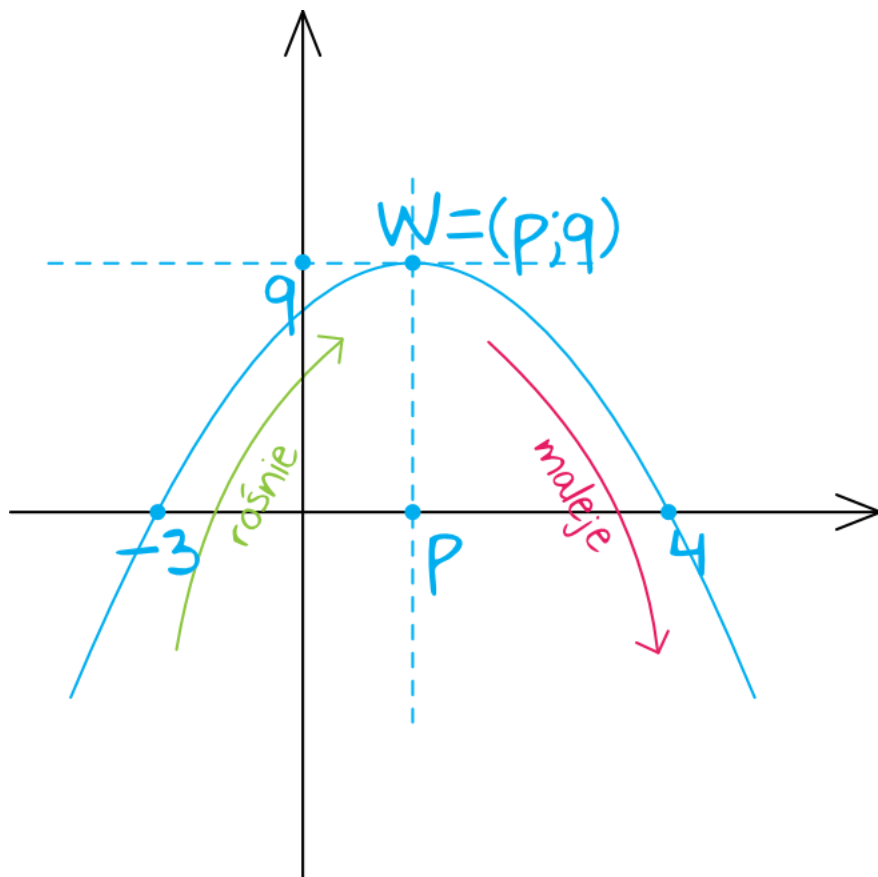


Odpowiedź: A $((-\infty, 24\frac{1}{2}))$

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Spróbujmy sobie zwizualizować to zadanie. Narysujmy parabolę (jej ramiona będą skierowane do dołu, bo po wymnożeniu wszystkich wyrazów współczynnik kierunkowy a wyjdzie ujemny) i zobaczymy jak będzie wyglądać zbiór wartości funkcji. Z postaci iloczynowej możemy też szybko wyznaczyć miejsca zerowe tej funkcji, bo wystarczy przyrównać wartości w nawiasach do zera:

$$x + 3 = 0 \quad \vee \quad x - 4 = 0, \quad x = -3 \quad \vee \quad x = 4$$



Zbiór wartości odczytujemy z osi igreków. Z rysunku wynika, że nasza funkcja przyjmuje wartości od minus nieskończoności do współrzędnej igrekowej wierzchołka tej paraboli (zapisywanej w matematyce symbolem q).

Krok 2. Zapisanie równania w postaci ogólnej.

Współrzedną q możemy obliczyć ze wzoru: $q = \frac{-\Delta}{4a}$. Musimy zatem obliczyć deltę, a żeby obliczyć deltę to najpierw całe równanie musimy zapisać w postaci ogólnej, zatem mnożąc wszystkie wyrazy otrzymamy:

$$f(x) = -2(x+3)(x-4), f(x) = -2(x^2 - 4x + 3x - 12), f(x) = -2(x^2 - x - 12), f(x) = -2x^2 + 2x + 24$$

Krok 3. Obliczenie współrzędnej q .

Najpierw obliczmy potrzebną deltę:

Współczynniki: $a = -2$, $b = 2$, $c = 24$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 24 = 4 - (-192) = 196$$

W związku z tym współrzędna q będzie równa:

$$q = \frac{-\Delta}{4a}, q = \frac{-196}{4 \cdot (-2)}, q = \frac{-196}{-8}, q = 24\frac{1}{2}$$

Krok 4. Ustalenie zbioru wartości funkcji.

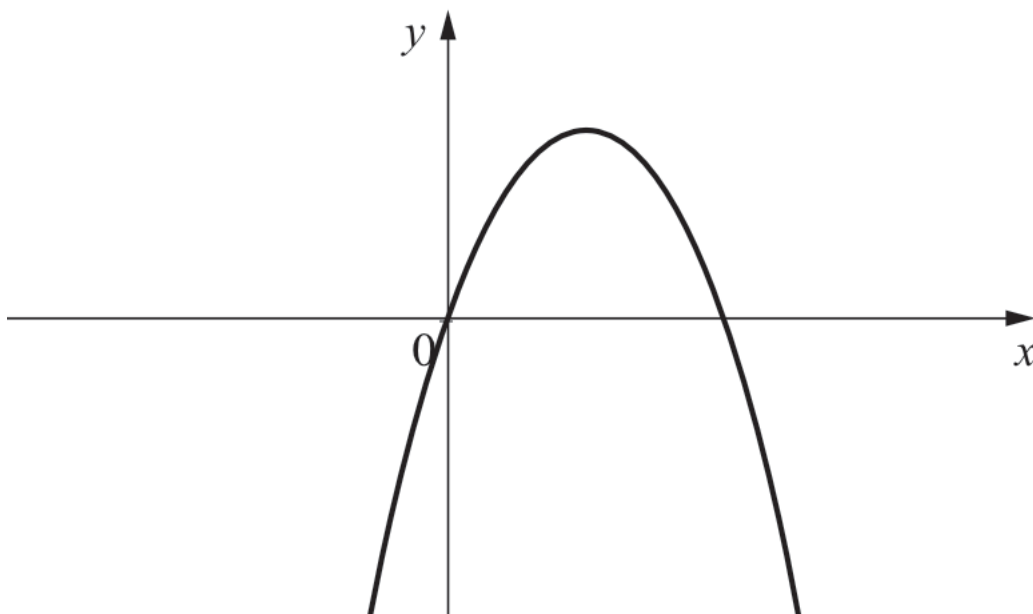
Zgodnie z naszym szkicowym rysunkiem i obliczeniami możemy zapisać, że zbiorem wartości naszej funkcji jest przedział:

$$y \in (-\infty, q), y \in (-\infty, 24\frac{1}{2})$$

Zadanie 9

0-1 pkt

Na wykresie przedstawiony jest trójmian $y = ax^2 + bx + c$.



Wynika z tego, że:

Odpowiedź: B ($b > 0$)

Krok 1. Ustalenie wartości współczynnika a .

To co możemy określić praktycznie od ręki to jest wartość (a w zasadzie znak) współczynnika kierunkowego a . Parabola ma ramiona skierowane do dołu, a to oznacza że $a < 0$.

Krok 2. Ustalenie wartości współczynnika b .

Spójrzmy na wierzchołek naszej paraboli. Współrzędna xowa wierzchołka (oznaczana zazwyczaj jako p) jest na pewno dodatnia. Z własności wierzchołka paraboli wiemy, że $p = -\frac{b}{2a}$. Ustaliliśmy już, że p musi być dodatnie i wiemy też, że mianownik $2a$ jest ujemny, bo $a < 0$. To oznacza, że licznik $-b$ musi być także ujemny, a skoro tak to b musi być większe od zera (bo przed b stoi już minus).

Zadanie 10

0-1 pkt

Wielomian $W(x)$ jest stopnia czwartego. Pierwiastkiem dwukrotnym tego wielomianu jest liczba -1 . Po rozłożeniu na czynniki wielomian ten może być postaci:

Odpowiedź: C ($-(x+1)^2(x^2+3)$)

Jeżeli dwukrotnym pierwiastkiem (czyli po prostu rozwiązaniem) tego wielomianu jest liczba -1 , to na pewno częścią składową tego wielomianu zapisanego w postaci iloczynowej będzie wyrażenie $(x+1)^2$. Zostają nam więc już tak naprawdę tylko dwie odpowiedzi do wyboru - B oraz C.

Wiemy też, że wielomian jest stopnia czwartego (czyli najwyższa potęga przy x-ku musi być równa 4). To wyklucza nam odpowiedź B, bo tutaj po wymnożeniu wszystkich wyrazów będziemy mieć maksymalnie x^3 . Prawidłową odpowiedzią jest więc odpowiedź C.

Zadanie 11

0-1 pkt

Liczba różnych rozwiązań równania $\frac{(x+3)(x^2-4)}{x^2+2x} = 0$ wynosi:

Odpowiedź: D (2)

Krok 1. Zapisanie założeń do równania.

Z racji tego, iż w matematyce nie istnieje dzielenie przez 0, to wartość $x^2 + 2x$ musi być różna od zera. Musimy więc sprawdzić kiedy $x^2 + 2x = 0$ i wykluczyć te argumenty z naszego rozwiązania równania.

$$x^2 + 2x = 0, x(x+2) = 0, x = 0 \vee x + 2 = 0, x = 0 \vee x = -2$$

Krok 2. Rozwiązanie równania.

$$\frac{(x+3)(x^2-4)}{x^2+2x} = 0 \quad / \cdot (x^2+2x), (x+3)(x^2-4) = 0$$

Mamy wygodną postać iloczynową, zatem możemy przyrównać wartość każdego nawiasu do zera:

$$x + 3 = 0 \vee x^2 - 4 = 0, x = -3 \vee x^2 = 4, x = -3 \vee x = 2 \vee x = -2$$

Krok 3. Zapisanie rozwiązań równania.

Musimy teraz zweryfikować nasze rozwiązania i sprawdzić czy jakieś rozwiązanie nie wyklucza się z naszymi założeniami z kroku pierwszego. Okazuje się, że jedno rozwiązanie ($x = -2$) musimy wykluczyć ze względu właśnie na założenia, dlatego równanie ma tylko dwa rozwiązania: $x = -3$ oraz $x = 2$.

Zadanie 12

0-1 pkt

Dana jest funkcja $h(x) = \left(-\frac{1}{3}m + 2\right)x + \frac{3}{2}m - 1$. Funkcja ta dla argumentu 0 przyjmuje wartość 5. Wówczas:

Odpowiedź: C ($m = 4$)

Wiemy, że dla argumentu $x = 0$ funkcja przyjmuje wartość $y = 5$. Podstawiając te informacje do naszego równania otrzymamy:

$$\left(-\frac{1}{3}m + 2\right) \cdot 0 + \frac{3}{2}m - 1 = 5, 0 + \frac{3}{2}m - 1 = 5, \frac{3}{2}m = 6 \quad / \cdot \frac{2}{3}, m = 4$$

Zadanie 13

0-1 pkt

Ciąg (b_n) określony jest wzorem $b_n = (-1)^{2n+3} \cdot (n+1)$. Suma dwóch pierwszych wyrazów tego ciągu jest równa:

Odpowiedź: A (-5)

Krok 1. Obliczenie wartości pierwszego wyrazu.

Podstawiając $n = 1$ otrzymamy:

$$b_1 = (-1)^{2 \cdot 1 + 3} \cdot (1 + 1), b_1 = (-1)^5 \cdot 2, b_1 = -1 \cdot 2, b_1 = -2$$

Krok 2. Obliczenie wartości drugiego wyrazu.

$$b_2 = (-1)^{2 \cdot 2 + 3} \cdot (2 + 1), b_2 = (-1)^7 \cdot 3, b_2 = (-1) \cdot 3, b_2 = -3$$

Krok 3. Obliczenie sumy dwóch pierwszych wyrazów:

$$b_1 + b_2 = -2 + (-3) = -5$$

Zadanie 14

0-1 pkt

W ciągu arytmetycznym piąty wyraz jest równy 8, zaś siódmy wyraz tego ciągu jest równy 14. Dziesiąty wyraz tego ciągu jest równy:

Odpowiedź: B (23)

Krok 1. Obliczenie różnicy ciągu arytmetycznego.

Różnica między siódmym i piątym wyrazem jest równa $2r$. To oznacza, że możemy ułożyć następujące równanie:

$$a_7 - a_5 = 2, \quad 14 - 8 = 2r, \quad 2r = 6, \quad r = 3$$

Krok 2. Obliczenie wartości dziesiątego wyrazu.

Nie musimy obliczać wartości pierwszego wyrazu by obliczyć wartość dziesiątego wyrazu. Możemy zapisać, że:

$$a_{10} = a_7 + 3r, \quad a_{10} = 14 + 3 \cdot 3, \quad a_{10} = 14 + 9, \quad a_{10} = 23$$

Zadanie 15

0-1 pkt

Pan Nowak wpłacił do banku k zł na procent składany. Oprocentowanie w tym banku wynosi 4% w skali roku, a odsetki kapitalizuje się co pół roku. Po 6 latach oszczędzania Pan Nowak zgromadzi na koncie kwotę:

Odpowiedź: A ($k(1 + 0,02)^{12}$ zł)

W tym zadaniu skorzystamy ze wzoru na kapitalizację odsetek:

$$K_n = K \cdot (1 + p)^n$$

K_n to kwota po naliczeniu odsetek

K to kapitał początkowy

p to oprocentowanie w okresie pojedynczej kapitalizacji

n to liczba kapitalizacji

Z treści zadania wynika, że:

$$K = k$$

$$p = 0,04 : 2 = 0,02$$

$$n = 6 \cdot 2 = 12$$

Dlaczego $p = 0,02$?

Oprocentowanie lokaty w skali roku wynosi 4%, czyli 0,04. Gdyby lokata była kapitalizowana raz w roku, to wtedy $p = 0,04$. Jednak nasza lokata jest kapitalizowana 2 razy w roku (co pół roku), zatem na każdy okres kapitalizacji przypada nam oprocentowanie rzędu $p = 0,04 : 2 = 0,02$.

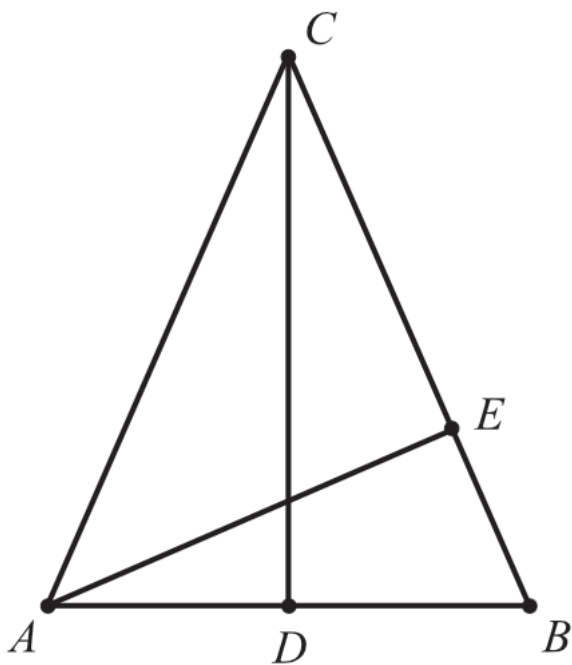
Dlaczego $n = 12$?

Lokata jest na 6 lat, a odsetki naliczane są co pół roku czyli 2 razy w roku. W związku z tym w trakcie całej lokaty odsetki będą naliczone $6 \cdot 2 = 12$ razy.

Nie pozostaje nam nic innego jak podstawić poszczególne dane do wzoru:

$$K_{12} = k \cdot (1 + 0,02)^{12}$$

W trójkącie równoramiennym ABC o wysokościach CD i AE podstawa AB ma długość 8 cm , a odcinek BE ma długość 3 cm .

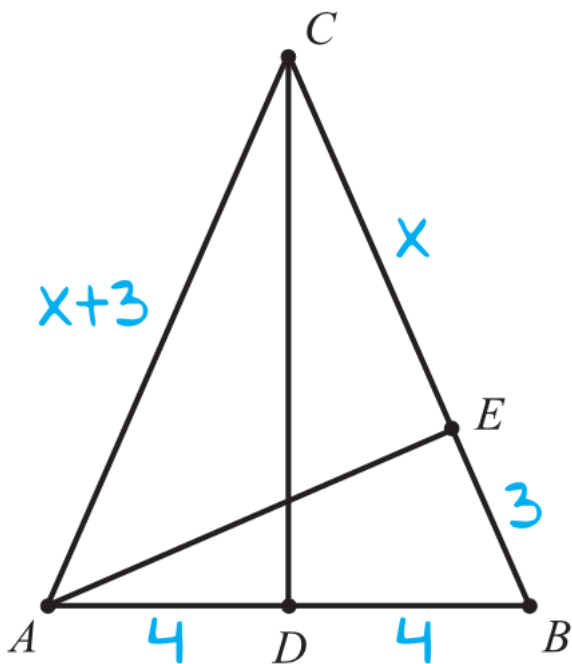


Długość odcinka AC jest równa:

Odpowiedź: B ($\frac{32}{3}\text{ cm}$)

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Oznaczmy sobie poszczególne długości na naszym rysunku:



Krok 2. Obliczenie długości odcinka AE .

Korzystając z Twierdzenia Pitagorasa w trójkącie prostokątnym ABE możemy zapisać, że:

$$|BE|^2 + |AE|^2 = |AB|^2, \quad 3^2 + |AE|^2 = 8^2, \quad 9 + |AE|^2 = 64, \quad |AE|^2 = 55, \quad |AE| = \sqrt{55}$$

Krok 3. Obliczenie długości x .

Teraz spójrzmy na trójkąt prostokątny AEC . Korzystając z Twierdzenia Pitagorasa możemy zapisać, że:

$$|AE|^2 + |EC|^2 = |AC|^2, (\sqrt{55})^2 + x^2 = (x+3)^2, 55 + x^2 = x^2 + 6x + 9, 46 = 6x, x = \frac{46}{6} = \frac{23}{3}$$

Krok 4. Obliczenie długości odcinka AC .

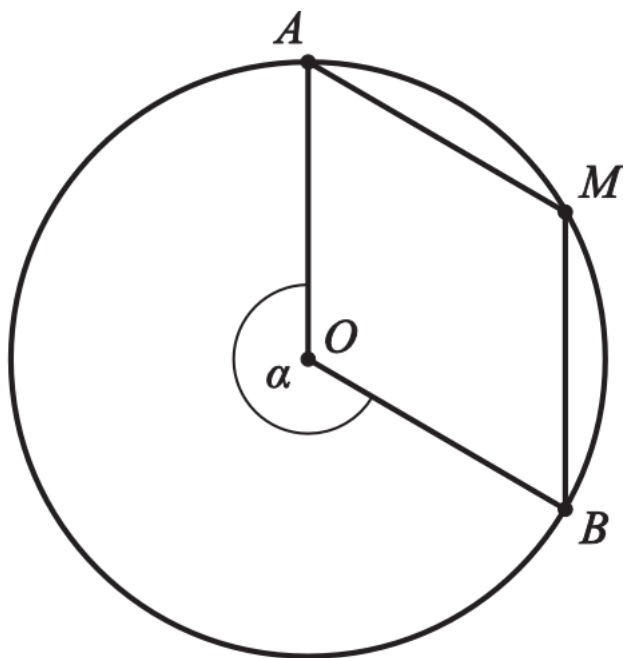
Teraz zgodnie z oznaczeniami na rysunku możemy zapisać, że:

$$|AC| = \frac{23}{3} + 3, |AC| = \frac{23}{3} + \frac{9}{3}, |AC| = \frac{32}{3}$$

Zadanie 17

0-1 pkt

W czworokącie $OBMA$ kąty wewnętrzne AOB i AMB mają równe miary.



Wówczas kąt α ma miarę:

Odpowiedź: C (240°)

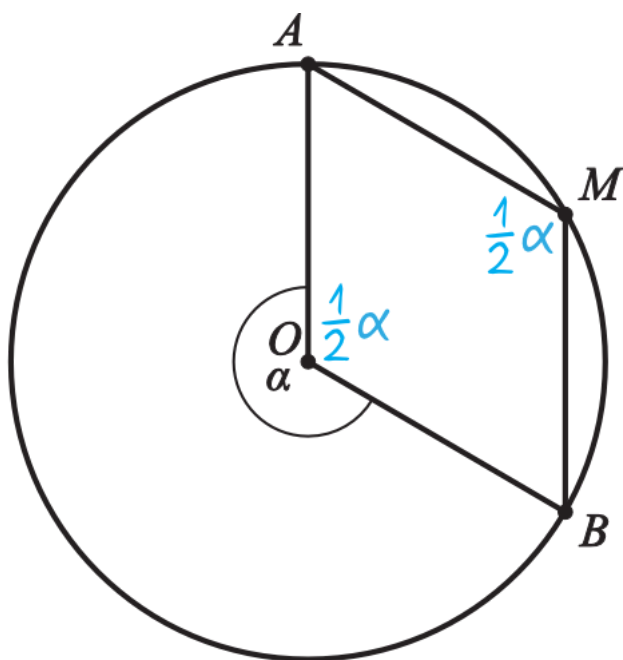
Krok 1. Ustalenie wartości kąta AMB oraz AOB .

Kąt AMB oraz kąt wklęsły AOB oznaczony jako α są kątami opartymi na tym samym łuku. Zgodnie z własnościami kątów środkowych i wpisanych wiemy, że w takiej sytuacji kąt wpisany jest dwukrotnie mniejszy od kąta środkowego, czyli:

$$|\sphericalangle AMB| = \frac{1}{2}\alpha$$

Krok 2. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Z treści zadania wynika, że kąt wewnętrzny AOB ma miarę taką samą co kąt AMB , zatem możemy stworzyć następujący rysunek:

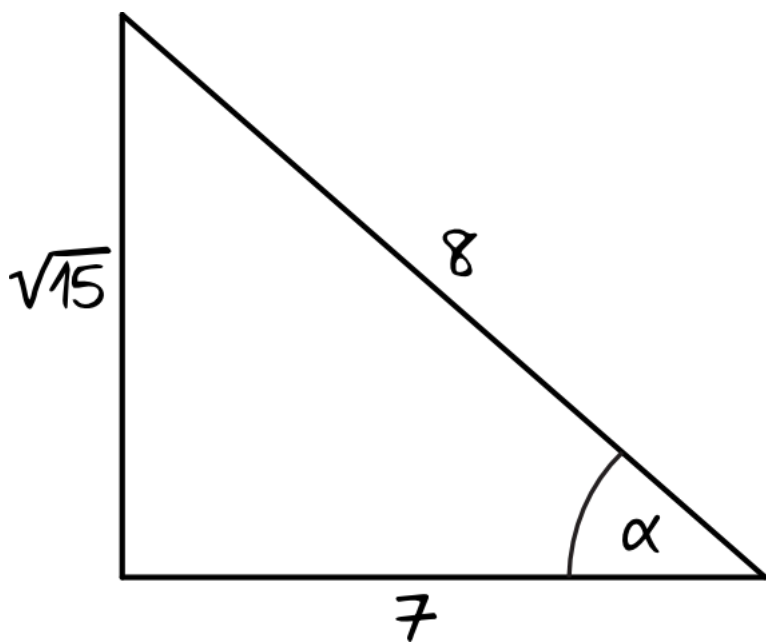


Krok 3. Obliczenie miary kąta α .

Z rysunku wyraźnie widać, że kąt pełny jest równy $1\frac{1}{2}\alpha$, zatem:

$$1\frac{1}{2}\alpha = 360^\circ, \alpha = 240^\circ$$

W trójkącie prostokątnym długość jednej z przyprostokątnych jest równa 7, zaś długość przeciwprostokątnej jest równa 8. Zatem tangens mniejszego kąta ostrego w tym trójkącie jest równy:



Odpowiedź: C ($\frac{\sqrt{15}}{7}$)

Krok 1. Obliczenie długości drugiej przyprostokątnej.

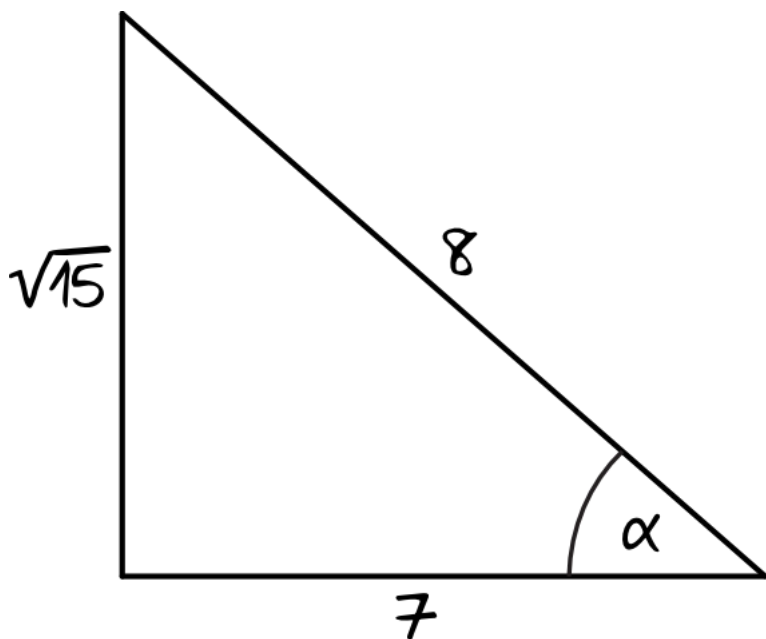
Do obliczenia tangensa potrzebna jest długość drugiej przyprostokątnej, a tą wyznaczymy z Twierdzenia Pitagorasa:

$$7^2 + x^2 = 8^2, \quad 49 + x^2 = 64, \quad x^2 = 15, \quad x = \sqrt{15} \quad \vee \quad x = -\sqrt{15}$$

Wartość ujemną oczywiście odrzucamy, bo bok nie może mieć ujemnej długości, zatem $x = \sqrt{15}$.

Krok 2. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Spróbujmy narysować ten trójkąt, zaznaczając na nim kąt ostry. Musimy pamiętać, że mniejszy kąt będzie leżał przy dłuższej przyprostokątnej. W tym przypadku dłuższą przyprostokątną jest ta o długości 7, bo $7 > \sqrt{15}$. Dzięki temu będziemy wiedzieć które długości boków należy wziąć do obliczeń poszukiwanego tangensa.

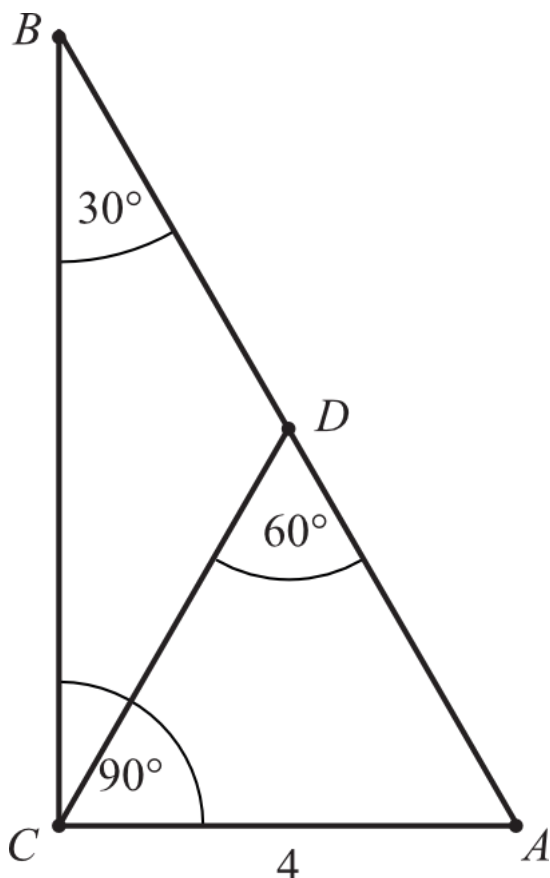


Krok 3. Wyznaczenie wartości tangensa.

Zgodnie z definicją tangensa i zgodnie z naszym rysunkiem pomocniczym możemy zapisać, że:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{15}}{7}$$

Długość odcinka BD w trójkącie prostokątnym ABC jest równa:



Odpowiedź: B (4)

Krok 1. Wyznaczenie miary kąta CAB .

Spójrzmy na trójkąt ABC . Wiemy, że w tym trójkącie znalazły się kąty 30° oraz 90° , zatem trzeci kąt tego trójkąta ma miarę:

$$|\angle CAB| = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ$$

Krok 2. Wyznaczenie miary kąta DCA .

Teraz spójrzmy na trójkąt CAD . Wiemy że kąt CAD ma miarę 60° (bo $|\angle CAD| = |\angle CAB| = 60^\circ$). Wiemy też że $|\angle CDA| = 60^\circ$, zatem:

$$|\angle DCA| = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$$

Możemy więc już wywnioskować, że trójkąt CAD jest trójkątem równobocznym.

Krok 3. Wyznaczenie miary kąta BCD .

Teraz spójrzmy na kąt BCA , który ma miarę 90° . Składa się on z kąta DCA (którego miarę obliczyliśmy przed chwilą) oraz kąta BCD , który ma w takim razie miarę:

$$|\angle BCD| = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

To oznacza, że trójkąt BCD jest trójkątem równoramiennym o kątach przy podstawie 30° .

Krok 4. Wyznaczenie długości odcinka BD .

Skoro trójkąt CAD jest równoboczny, to $|CD| = |CA|$, czyli $|CD| = 4$.

Skoro trójkąt BCD jest równoramienny, to $|BD| = |CD|$, czyli $|BD| = 4$.

Zadanie 20

0-1 pkt

Pole koła wpisanego w trójkąt równoboczny jest równe $\frac{16}{3}\pi$. Obwód tego trójkąta jest równy:

Odpowiedź: B (24)

Krok 1. Obliczenie długości promienia.

Korzystając ze wzoru na pole koła możemy zapisać, że:

$$\pi r^2 = \frac{16}{3}\pi, r^2 = \frac{16}{3}, r = \sqrt{\frac{16}{3}} \vee r = -\sqrt{\frac{16}{3}}$$

Wartość ujemną oczywiście odrzucamy, zatem zostaje nam $r = \sqrt{\frac{16}{3}}$, co możemy jeszcze zapisać jako $r = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

Krok 2. Obliczenie wysokości trójkąta.

Z własności okręgów wpisanych w trójkąt równoboczny wiemy, że promień okręgu wpisanego jest równy $\frac{1}{3}$ wysokości trójkąta, czyli $r = \frac{1}{3}h$. To pozwoli nam wyznaczyć wysokość takiego trójkąta:

$$r = \frac{1}{3}h, \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}h \quad / \cdot 3, h = \frac{12}{\sqrt{3}}$$

Krok 3. Wyznaczenie długości boku trójkąta.

Z własności trójkątów równobocznych wynika, że $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. W związku z tym:

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad / \cdot 2, \frac{24}{\sqrt{3}} = a\sqrt{3} \quad / \cdot \sqrt{3}, 24 = 3a, a = 8$$

Krok 4. Obliczenie obwodu trójkąta.

Trójkąt równoboczny ma trzy boki równej długości, zatem:

$$Obw = 8 + 8 + 8 = 24$$

Zadanie 21

0-1 pkt

Długość okręgu opisanego równaniem $x^2 - 4x + y^2 - 4 = 0$ jest równa:

Odpowiedź: A ($4\sqrt{2}\pi$)

Równanie okręgu o środku w punkcie $S = (a; b)$ oraz promieniu r przyjmuje postać:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Musimy zatem doprowadzić równanie z treści zadania właśnie do takiej postaci, co pozwoli nam wyznaczyć najpierw promień okręgu, a potem długość całego okręgu. Zrobimy to w następujący sposób:

Krok 1. Zapisanie równania w postaci równania okręgu.

$$x^2 - 4x + y^2 - 4 = 0, x^2 - 4x + 4 - 4 + y^2 - 4 = 0, (x - 2)^2 - 4 + y^2 - 4 = 0, (x - 2)^2 + y^2 - 8 = 0, (x - 2)^2 + (y - 0)^2 - 8 = 0, (x - 2)^2 + (y - 0)^2 = 8$$

(W drugiej linii dopisaliśmy sobie $+4 - 4$, tak aby móc zastosować wzór skróconego mnożenia).

Krok 2. Wyznaczenie długości promienia.

Porównując postać równania z tym co otrzymaliśmy w pierwszym kroku możemy zauważyć, że:

$$r^2 = 8, r = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

Krok 3. Wyznaczenie długości okręgu.

Korzystając ze wzoru na długość okręgu możemy zapisać, że:

$$Obw = 2\pi r, Obw = 2\pi \cdot 2\sqrt{2}, Obw = 4\sqrt{2}\pi$$

Zadanie 22

0-1 pkt

Punkty $A = (-2, 4)$ i $C = (-6, 2)$ są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Zatem promień okręgu opisanego na tym kwadracie jest równy:

Odpowiedź: C ($\sqrt{5}$)

Krok 1. Obliczenie długości odcinka AC .

Odcinek AC jest zgodnie z treścią zadania przekątną naszego kwadratu, a jego długość obliczymy ze wzoru na długość odcinka w układzie współrzędnych:

$$|AC| = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}, |AC| = \sqrt{(-6 - (-2))^2 + (2 - 4)^2}, |AC| = \sqrt{4^2 + (-2)^2}, |AC| = \sqrt{16 + 4}, |AC| = \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$$

Krok 2. Obliczenie długości promienia okręgu.

Długość promienia okręgu opisanego na kwadracie jest równa połowie długości przekątnej tego kwadratu. W związku z tym:

$$r = \frac{1}{2}|AC|, r = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5}, r = \sqrt{5}$$

Zadanie 23

0-1 pkt

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 14, 15\}$ wybieramy losowo jedną liczbę. Prawdopodobieństwo, że wybierzemy liczbę, której dzielnikiem jest liczba 3, wynosi:

Odpowiedź: B ($\frac{4}{9}$)

Krok 1. Obliczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych.

Wszystkich zdarzeń elementarnych (czyli wszystkich liczb w tym zbiorze) jest 9, czyli $|\Omega| = 9$.

Krok 2. Obliczenie liczby zdarzeń sprzyjających.

Zdarzeniem sprzyjającym jest wybór liczby podzielnej przez 3. Takimi liczbami z naszego zbioru są: 3, 6, 12, 15. Są to więc 4 liczby, czyli $|A| = 4$.

Krok 3. Obliczenie prawdopodobieństwa.

Prawdopodobieństwo obliczymy korzystając ze wzoru:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{4}{9}$$

Zadanie 24

0-1 pkt

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym objętość jest równa 32, zaś krawędź podstawy jest równa 4. Wysokość tego ostrosłupa jest równa:

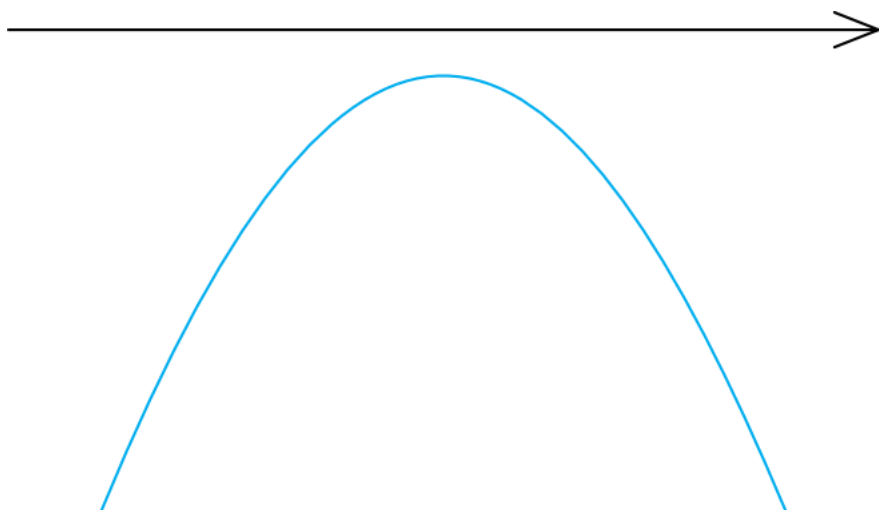
Odpowiedź: D (6)

Podstawiając do wzoru na objętość ostrosłupa dane z treści zadania otrzymamy:

$$V = \frac{1}{3}P_p \cdot H, 32 = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 4 \cdot H, 32 = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot H, 2 = \frac{1}{3}H, H = 6$$

Zadanie 25

0-2 pkt

Rozwiąż nierówność: $-2x^2 + 3x < 4$.**Odpowiedź:** $x \in \mathbb{R}$

Krok 1. Przeniesienie wyrazów na lewą stronę.

Zanim zaczniemy liczyć deltę, to musimy przenieść wszystkie wyrazy na lewą stronę, tak aby po prawej stronie mieć 0. Zatem:

$$-2x^2 + 3x < 4, \quad -2x^2 + 3x - 4 < 0$$

Krok 2. Obliczenie miejsc zerowych wielomianu.

Teraz możemy przystąpić do obliczenia miejsc zerowych.

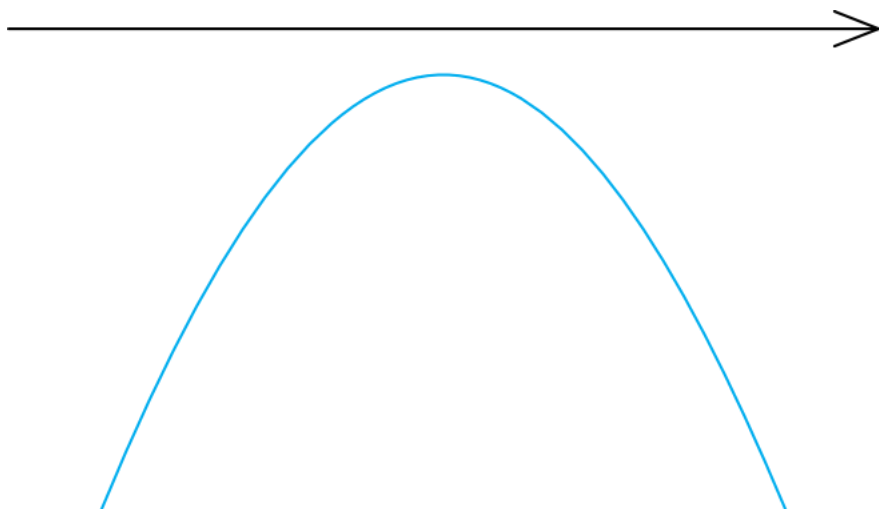
Współczynniki: $a = -2$, $b = 3$, $c = -4$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (-4) = 9 - 32 = -23$$

Delta wyszła ujemna, zatem nie będziemy mieć miejsc zerowych.

Krok 3. Szkicowanie wykresu paraboli.

To, że delta wyszła ujemna nie oznacza, że nierówność nie ma żadnych rozwiązań. To oznacza tylko i wyłącznie tyle, że nie mamy miejsc zerowych. Spróbujmy zatem naszkicować wykres naszej paraboli. Współczynnik a jest ujemny, bo $a = -2$, więc parabola będzie mieć ramiona skierowane do dołu. Nasza parabola musi więc wyglądać w ten sposób:



Krok 4. Odczytanie rozwiązania.

Interesują nas miejsca w których funkcja przyjmuje wartości mniejsze od zera. W naszym przypadku cała parabola jest pod osią x, czyli dla każdego argumentu x otrzymamy wartość ujemną. To oznacza, że rozwiązaniem tej nierówności jest cały zbiór liczb rzeczywistych $x \in \mathbb{R}$.

Zadanie 26

0-2 pkt

Dany jest wielomian $W(x) = -2x^3 + 3x^2 - (k+2)x - 6$. Wyznacz wartość k , wiedząc, że liczba -2 jest pierwiastkiem wielomianu $W(x)$.

Odpowiedź: $k = -13$

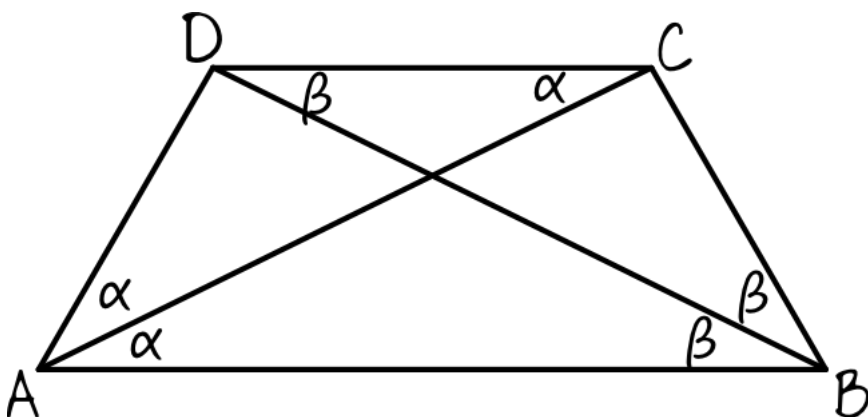
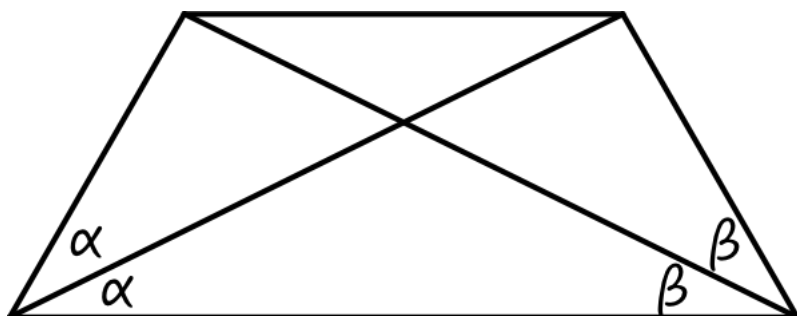
Skoro liczba -2 jest pierwiastkiem (czyli rozwiązaniem) wielomianu, to znaczy że podstawiając do tego wielomianu $x = -2$ otrzymamy wartość równą 0. W związku z tym:

$$-2 \cdot (-2)^3 + 3 \cdot (-2)^2 - (k+2) \cdot (-2) - 6 = 0, \quad -2 \cdot (-8) + 3 \cdot 4 - (-2k - 4) - 6 = 0, \quad 16 + 12 + 2k + 4 - 6 = 0, \quad 26 + 2k = 0, \quad 26 = -2k, \quad k = -13.$$

Zadanie 27

0-2 pkt

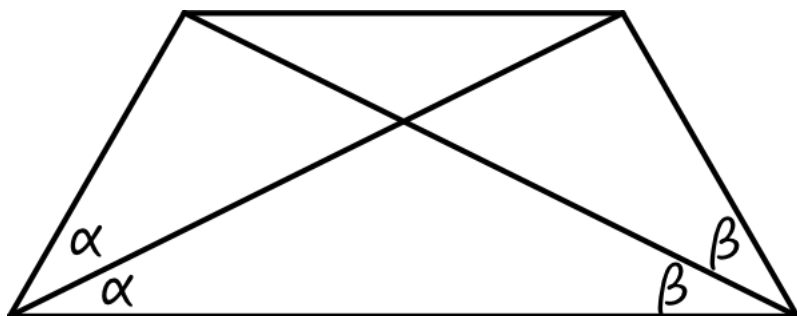
Wykaż, że trapez, w którym przekątne dzielą kąty przy dłuższej podstawie na połowy, jest równoramienny.



Odpowiedź: Udowodniono wykorzys

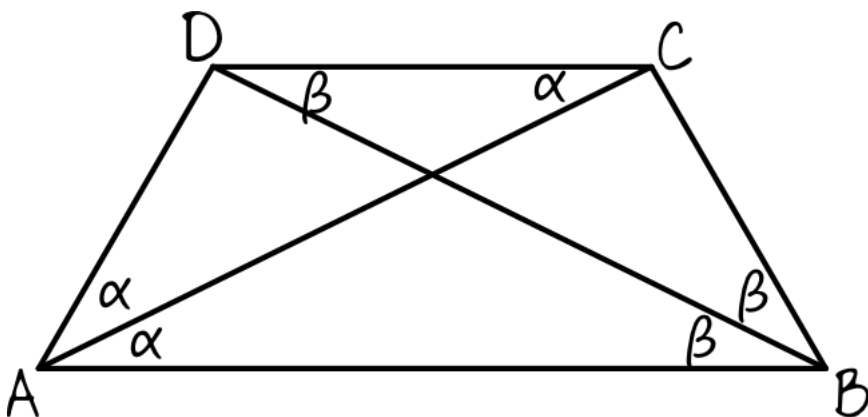
Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Spróbujmy przedstawić sytuację z treści zadania na rysunku poglądowym:



Krok 2. Dostrzeżenie kątów naprzemianległych.

W trapezie podstawy są względem siebie równoległe, zatem prowadząc prostą przecinającą te proste równoległe (w naszym przypadku są to przekątne) możemy korzystać z własności kątów naprzemianległych i tak oto otrzymamy następującą sytuację:



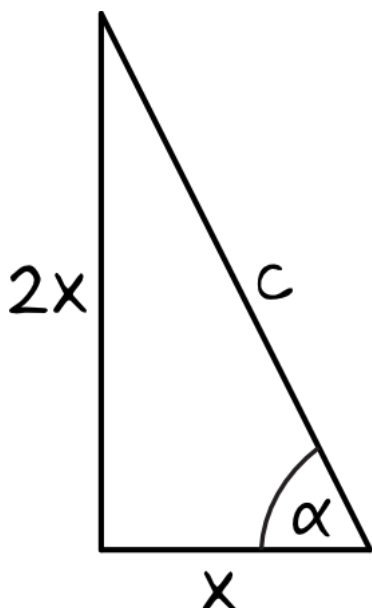
Krok 3. Zakończenie dowodzenia.

Spójrzmy na trójkąt ACD . Jest to trójkąt, który przy podstawie ma kąty tej samej miary α . To oznacza, że jest to trójkąt równoramienny. Analogiczny wniosek dotyczy trójkąta BCD . Możemy więc zapisać, że:

$$|AD| = |DC|, |DC| = |BC|$$

Łącząc te dwie równości możemy zapisać, że $|AD| = |DC| = |BC|$, co oznacza, że odcinek AD jest równy odcinkowi BC i właśnie to jest dowód na to, że ten trapez jest równoramienny.

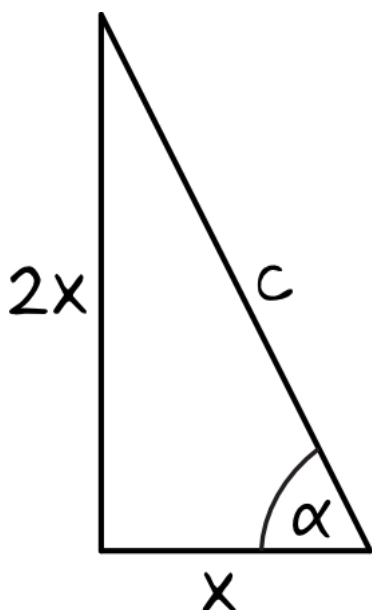
Maszta telekomunikacyjny rzuca cień, który jest 2 razy krótszy niż wysokość masztu. Oblicz cosinus kąta, pod jakim padają promienie słoneczne.



Odpowiedź: $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Z treści zadania możemy narysować mniej więcej taki oto trójkąt prostokątny:



Krok 2. Obliczenie długości przeciwprostokątnej.

Zgodnie z oznaczeniami na rysunku możemy przy pomocy Twierdzenia Pitagorasa zapisać, że:

$$x^2 + (2x)^2 = c^2, \quad x^2 + 4x^2 = c^2, \quad c^2 = 5x^2, \quad c = \sqrt{5}x \quad \vee \quad x = -\sqrt{5}x$$

Wartość ujemną odrzucamy, bo długość boku nie może być ujemna, zatem zostaje nam $c = \sqrt{5}x$.

Krok 3. Obliczenie wartości cosinusa.

Wiedząc, że cosinus to stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy kącie α do przeciwprostokątnej możemy zapisać, że:

$$\cos \alpha = \frac{x}{c}, \quad \cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{5}x}, \quad \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad \cos \alpha = \frac{1 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}, \quad \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Dwa okręgi są styczne zewnętrznie. Odległość ich środków jest równa 8 cm. Gdyby te okręgi były styczne wewnętrznie, to odległość ich środków byłaby równa 2 cm. Oblicz długości promieni tych okręgów.

Odpowiedź: $r_1 = 5$, $r_2 = 3$

Krok 1. Zapisanie równań.

Jeżeli dwa okręgi są styczne zewnętrznie, to odległość między ich środkami jest równa sumie promieni. My wiemy, że ta odległość jest równa 8cm, zatem:

$$r_1 + r_2 = 8$$

Jeżeli dwa okręgi są styczne wewnętrznie, to odległość między ich środkami jest równa różnicy promieni. My wiemy że ta odległość jest równa 2cm, zatem:

$$r_2 - r_1 = 2$$

(tu zakładamy, że okrąg oznaczony promieniem r_2 jest większy)

Krok 2. Ułożenie i rozwiązanie układu równań.

Z wyznaczonych w pierwszym kroku równań możemy ułożyć następujący układ równań:

$$\begin{cases} r_2 + r_1 = 8 \\ r_2 - r_1 = 2 \end{cases}$$

Ten układ możemy rozwiązać dowolną metodą, ale najprościej będzie dodać wszystko stronami, otrzymując:

$$2r_2 = 10, \quad r_2 = 5$$

Skoro drugi promień jest 5, to korzystając z pierwszego równania:

$$r_1 + r_2 = 8, \quad r_1 + 5 = 8, \quad r_1 = 3$$

Dany jest trójkąt ABC , gdzie $A = (-3, -2)$, $B = (1, -1)$, $C = (-1, 4)$. Wyznacz równanie symetralnej boku AC tego trójkąta.

Odpowiedź: $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

Krok 1. Wyznaczenie współrzędnych środka odcinka AC .

Symetralna dzieli nam odcinek na dwie równe części. Spróbujmy wyznaczyć współrzędne punktu S , który jest miejscem przecięcia się symetralnej z odcinkiem AC . Skorzystamy tutaj ze wzoru:

$$S = \left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2} \right)$$

Dla przejrzystości obliczeń możemy policzyć każdą ze współrzędnych oddzielnie:

$$x_S = \frac{x_A + x_C}{2}, \quad x_S = \frac{-3 + (-1)}{2}, \quad x_S = \frac{-4}{2}, \quad x_S = -2, \quad , \quad y_S = \frac{y_A + y_C}{2}, \quad y_S = \frac{-2 + 4}{2}, \quad y_S = \frac{2}{2}, \quad y_S = 1$$

Udało nam się w ten sposób wyznaczyć współrzędne środka odcinka AC , czyli $S = (-2; 1)$.

Krok 2. Wyznaczenie współczynnika kierunkowego a prostej AC .

Aby poznać wzór prostej prostopadłej do prostej AC musimy najpierw poznać równanie prostej AC lub przynajmniej jej współczynnik a , bo to właśnie ten współczynnik będzie nam potrzebny do dalszych obliczeń.

Możemy to zrobić tak naprawdę na dwa sposoby - albo układając odpowiedni układ równań, albo korzystając ze wzoru $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

Spróbujmy może obliczyć ten współczynnik bardziej popularną metodą układu równań. Aby tego dokonać to do równania prostej $y = ax + b$ musimy podstawić współrzędne punktów A oraz C i ułożyć z nich następujący układ:

$$\begin{cases} -2 = -3a + b \\ 4 = -1a + b \end{cases}$$

Odejmując równania stronami otrzymamy:

$$-6 = -2a, \quad a = 3$$

Współczynnik b jest nam w tym przypadku niepotrzebny, więc nie musimy go obliczać.

Krok 3. Ustalenie współczynnika kierunkowego prostej symetralnej.

Prosta symetralna jest tak naprawdę prostą prostopadłą do odcinka AC . Aby dwie proste były względem siebie prostopadłe, to iloczyn ich współczynników kierunkowych a musi być równy -1 . Wiemy, że nasza prosta AC ma współczynnik kierunkowy $a = 3$, zatem prosta symetralna ma ten współczynnik równy:

$$a \cdot 3 = -1, \quad a = -\frac{1}{3}$$

Krok 4. Ustalenie równania prostej symetralnej.

Musimy jeszcze ustalić równanie prostej symetralnej. Wiemy już, że na pewno $a = -\frac{1}{3}$, czyli że nasza symetralna przyjmuje postać $y = -\frac{1}{3}x + b$. Do wyznaczenia pozostaje nam zatem współczynnik b . Aby go wyznaczyć, to pod x i y podstawimy współrzędne punktu, który należy do tej prostej, czyli współrzędne punktu $S = (-2; 1)$. Otrzymamy wtedy:

$$y = -\frac{1}{3}x + b, \quad 1 = -\frac{1}{3} \cdot (-2) + b, \quad 1 = \frac{2}{3} + b, \quad b = \frac{1}{3}$$

To oznacza, że nasza symetralna przyjmuje postać:

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$$

Uczeń przygotowujący się do matury w ciągu pierwszego tygodnia rozwiązał 5 zadań. Postanowił jednak, że w każdym następnym tygodniu będzie rozwiązywał o 2 zadania więcej niż w poprzednim tygodniu. W którym tygodniu liczba zadań rozwiązanych przez niego od początku nauki przekroczy 480?

Odpowiedź: 21

Krok 1. Wprowadzenie poprawnych oznaczeń.

Pierwszego tygodnia uczeń rozwiązał 5 zadań, drugiego rozwiązał $5 + 2 = 7$ zadań, trzeciego $5 + 2 + 2 = 9$ zadań itd. Widzimy, że powstanie nam w ten sposób ciąg arytmetyczny w którym:

$$a_1 = 5, r = 2$$

Krok 2. Zapisanie równania.

Skorzystamy tutaj ze wzoru na sumę n -tych wyrazów ciągu arytmetycznego:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

oraz ze wzoru na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego:

$$a_n = a_1 + (n - 1)r$$

Spróbujmy zatem dowiedzieć się kiedy uczeń rozwiąże 480 zadań, czyli kiedy znajdzie następująca równość:

$$S_n = 480, \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = 480, \frac{a_1 + a_1 + (n - 1)r}{2} \cdot n = 480, \frac{5 + 5 + (n - 1) \cdot 2}{2} \cdot n = 480, \frac{10 + 2n - 2}{2} \cdot n = 480, \frac{2n + 8}{2} \cdot n = 480 \quad \left| : 2, (2n + 8) \cdot n = 960 \right.$$

Krok 3. Rozwiązanie powstałego równania kwadratowego.

Współczynniki: $a = 1$, $b = 4$, $c = -480$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-480) = 16 - (-40) = 16 - (-1920) = 1936, \sqrt{\Delta} = \sqrt{1936} = 44$$

$$n_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 - 44}{2 \cdot 1} = \frac{-48}{2} = -24, n_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-4 + 44}{2 \cdot 1} = \frac{40}{2} = 20$$

Krok 4. Interpretacja otrzymanych wyników.

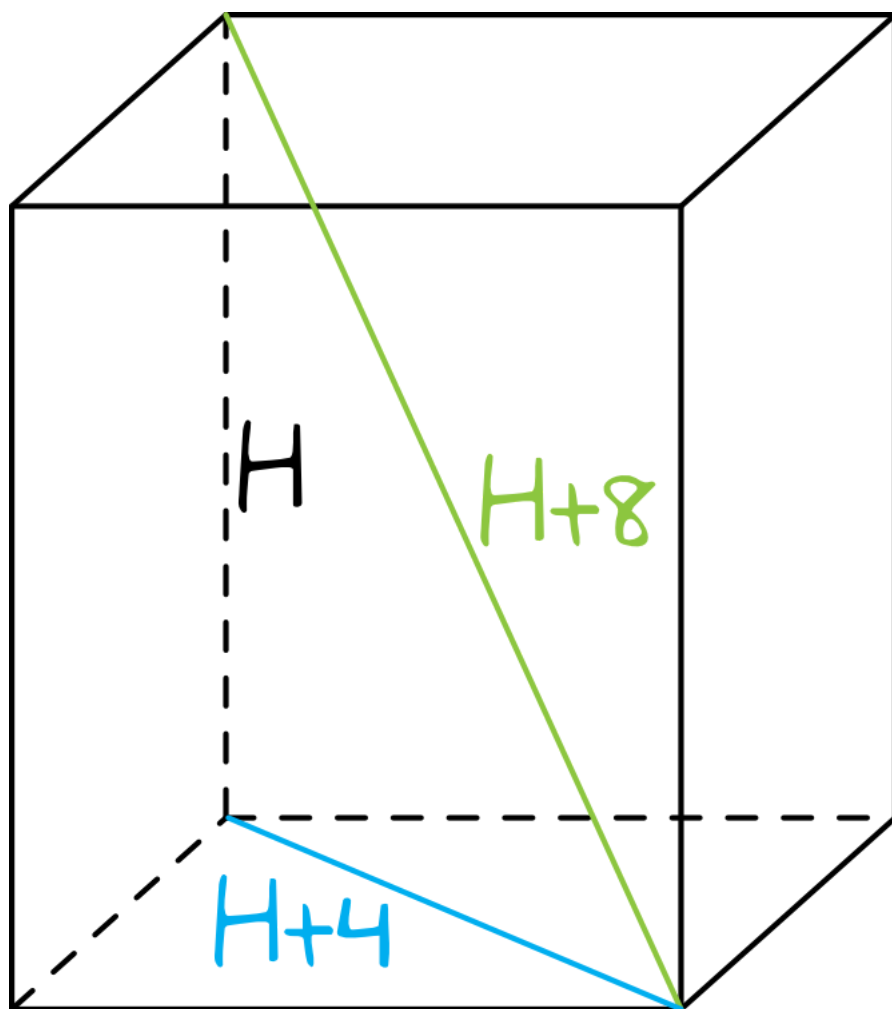
Z równania otrzymaliśmy dwa rozwiązania: $n = -24$ oraz $n = 20$. Ujemne rozwiązanie odrzucamy, bo liczba tygodni nie może być ujemna, zatem zostaje nam $n = 20$.

Otrzymany wynik oznacza, że rozwiązanie 480 zadań zajmie uczniowi równo 20 tygodni. Tym samym uczeń przekroczy 480 zadań w kolejnym, 21-szym tygodniu.

Zadanie 32

0-5 pkt

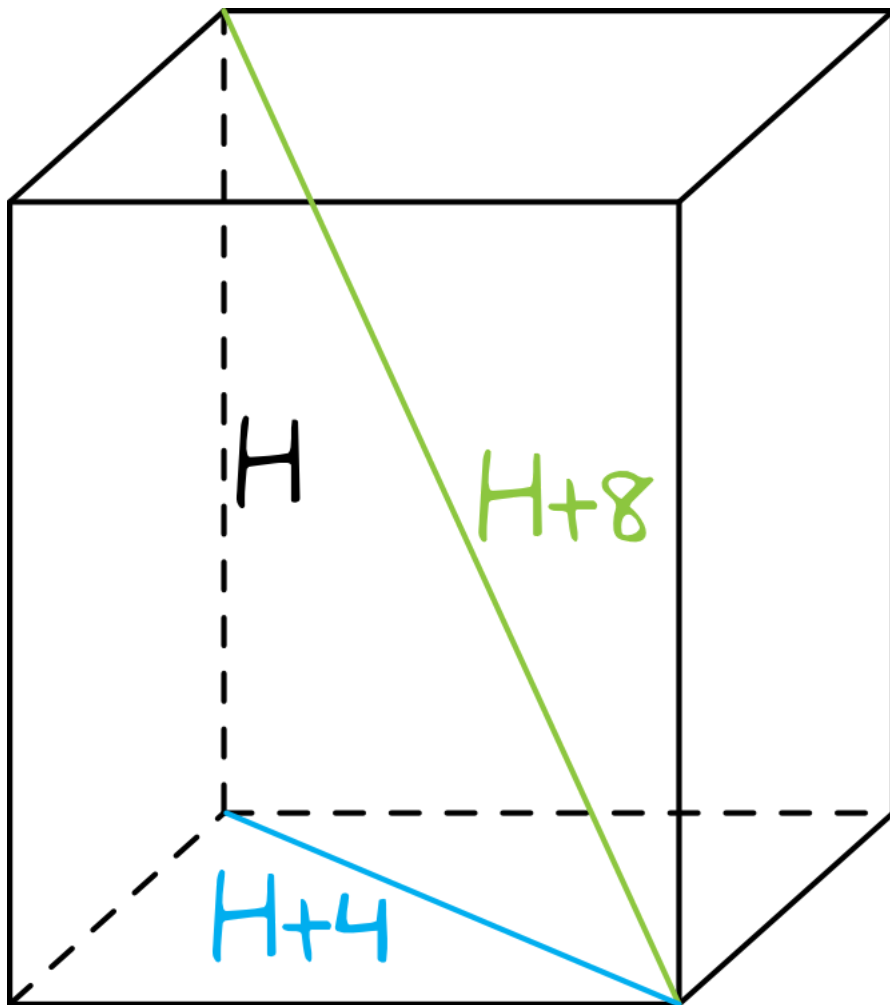
W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym wysokość graniastosłupa jest o 4 krótsza od przekątnej podstawy i o 8 krótsza od przekątnej graniastosłupa. Oblicz sinus kąta pomiędzy przekątną graniastosłupa a płaszczyzną podstawy.



Odpowiedź: $\sin \alpha = \frac{3}{5}$

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Spróbujmy narysować ten graniastosłup, oznaczając na nim dane z treści zadania.



Krok 2. Zapisanie i rozwiązanie równania.

Z kluczowych odcinków powstał nam trójkąt prostokątny, dzięki czemu będziemy w stanie skorzystać z Twierdzenia Pitagorasa. Możemy zatem zapisać, że:

$$(H+4)^2 + H^2 = (H+8)^2 \quad H^2 + 8H + 16 + H^2 = H^2 + 16H + 64 \quad 2H^2 + 8H + 16 = H^2 + 16H + 64 \quad H^2 - 8H - 48 = 0$$

Krok 3. Rozwiązanie powstałego równania kwadratowego.

Współczynniki: $a = 1$, $b = -8$, $c = -48$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-48) = 64 - (-192) = 64 + 192 = 256, \quad \sqrt{\Delta} = \sqrt{256} = 16$$

$$H_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-8) - 16}{2 \cdot 1} = \frac{8 - 16}{2} = \frac{-8}{2} = -4, \quad H_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-8) + 16}{2 \cdot 1} = \frac{8 + 16}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

Wartość ujemną oczywiście odrzucamy, bo wysokość nie może być ujemna, zatem zostaje nam $H = 12$.

Krok 4. Obliczenie wartości sinusa.

Zgodnie z naszym rysunkiem oraz zgodnie możemy zapisać, że:

$$\sin \alpha = \frac{H}{H+8}, \quad \sin \alpha = \frac{12}{12+8}, \quad \sin \alpha = \frac{12}{20}, \quad \sin \alpha = \frac{3}{5}$$

Ojciec i syn zbierają jabłka. Razem zebranie wszystkich jabłek zajęło im 6 godzin. Gdyby ojciec zbierał jabłka sam, to zajęłoby mu to o 5 godzin mniej, niż gdyby zbierał je sam jego syn. W jakim czasie ojciec sam zebrałby wszystkie jabłka?

Odpowiedź: 10 godzin

Krok 1. Wprowadzenie poprawnych oznaczeń.

Wprowadźmy do zadania proste oznaczenia:

p - praca do wykonania

x - czas pracy ojca (w godzinach)

$x + 5$ - czas pracy syna (w godzinach)

Krok 2. Ułożenie równania.

Do zadania podejmiemy dokładanie tak jak podchodzimy do zadań z prędkością, gdzie korzystamy ze wzoru $v = \frac{s}{t}$. Tutaj też mamy tak jakby prędkość zbierania, zamiast drogi mamy wielkość pracy do wykonania, a zamiast czasu jazdy mamy czas zbierania. Jeżeli tak przystąpimy do tego zadania, to możemy zapisać, że prędkość zbierania jabłek przez ojca jest równa $\frac{p}{x}$, prędkość zbierania jabłek przez syna to $\frac{p}{x+5}$, a prędkość zbierania jabłek przez ojca i syna jednocześnie to $\frac{p}{6}$. W związku z tym możemy ułożyć następujące równanie:

$$\frac{p}{x} + \frac{p}{x+5} = \frac{p}{6}$$

Krok 3. Rozwiązanie równania.

Aby rozwiązać to równanie najprościej jest zacząć od wymnożenia wszystkiego przez wartości znajdujące się w mianownikach. Najlepiej jest to zrobić powoli i po kolei:

$$\frac{p}{x} + \frac{p}{x+5} = \frac{p}{6} \quad \left/ \cdot 6, \frac{6p}{x} + \frac{6p}{x+5} = p \right/ \cdot x, 6p + \frac{6px}{x+5} = px \quad \left/ \cdot (x+5), 6p \cdot (x+5) + 6px = px \cdot (x+5) \right/ : p, 6 \cdot (x+5) + 6x = x \cdot$$

Krok 4. Rozwiązanie powstałego równania kwadratowego.

Powstało nam równanie kwadratowe, które policzymy oczywiście korzystając z delty:

Współczynniki: $a = 1$, $b = -7$, $c = -30$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-30) = 49 - (-120) = 49 + 120 = 169, \sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) - 13}{2 \cdot 1} = \frac{7 - 13}{2} = \frac{-6}{2} = -3, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) + 13}{2 \cdot 1} = \frac{7 + 13}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

Wartość ujemną odrzucamy, bo czas pracy ojca oznaczony jako x nie może być ujemny, zatem zostaje nam $x = 10$. To oznacza, że ojciec samodzielnie zebrałby jabłka w ciągu 10 godzin.