

Klucz odpowiedzi i rozwiązania — Próbny egzamin ósmoklasisty z matematyki - Operon 2021

Opracowanie Matematix.pl na podstawie rozwiązań zadań w serwisie — nie jest to oficjalny dokument CKE ani wydawnictwa. Zadania i rozwiązania online: matematix.pl. Wygenerowano 26.09.2026.

Odpowiedzi do zadań zamkniętych

Zadanie	Odpowiedź	Pkt
2	A (-6)	1
3	B ($102z/l$)	1
4	A ($0,5$)	1
6	C (36)	1
7	C (-5)	1
8	B (wystarczy $5m$), C (23)	1
10	D ($\frac{1}{2}$)	1
11	C ($6\sqrt{3} + 3$)	1
12	A (a^5), D (a^6b^4)	1
13	B ($10cm$), D ($\frac{3}{4}$)	1
14	A (15°)	1

Rozwiązania krok po kroku

Zadanie 1

0-1 pkt

Dane są cztery różne liczby:

$$\frac{2}{3}; \quad 0,06; \quad \frac{11}{9}; \quad 0,(5)$$

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F, jeśli jest fałszywe. Każda z liczb jest ułamkiem właściwym. Wartość każdej z liczb jest większa niż $\frac{1}{2}$.

Każda z liczb jest ułamkiem właściwym.

Prawda

Fałsz

Wartość każdej z liczb jest większa niż $\frac{1}{2}$.

Prawda

Fałsz

Odpowiedź: 1) FAŁSZ

Krok 1. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

Ułamkiem właściwy charakteryzuje się tym, że jego licznik jest mniejszy od mianownika. To z kolei oznacza, że ułamek właściwy jest zawsze mniejszy od 1.

W przypadku naszych liczb widzimy, że definicji ułamka właściwego na pewno nie spełnia liczba $\frac{11}{9}$ (jest to tak zwany ułamek niewłaściwy, bo tutaj licznik jest większy o

Krok 2. Ocena prawdziwości drugiego zdania.

Rzeczywiście, liczby $\frac{2}{3}$, $\frac{11}{9}$ oraz $0,(5)$ są większe od $\frac{1}{2}$, ale ułamek $0,06$ jest mniejszy, więc zdanie jest fałszem.

$$-1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} : (-0,5) = , \quad = -\frac{3}{2} + \frac{9}{4} : \left(-\frac{1}{2}\right) = , \quad = -\frac{3}{2} + \frac{9}{4} \cdot \left(-\frac{2}{1}\right)$$

Zadanie 3

Kwotę 187zł podzielono na dwie części w ten sposób, że jedna część była o 20% większa od drugiej. Otrzymana w ten sposób większa część kwoty to:

Odpowiedź: B (102zł)

Do treści zadania musimy wprowadzić następujące oznaczenia:

x - pierwsza część kwoty (ta mniejsza)

$1,2x$ - druga część kwoty (ta o 20% większa)

Łącznie suma tych dwóch części daje 187 złotych, więc:

$$x + 1,2x = 187, \quad 2,2x = 187, \quad x = 85$$

Celem zadania jest podanie ile wynosi ta większa kwota, czyli w naszym przypadku będzie to $1,2x$, zatem:

$$1,2 \cdot 85zł = 102zł$$

Ewentualnie możemy obliczoną wcześniej kwotę 85zł odjąć od całości, czyli:

$$187zł - 85zł = 102zł$$

Zadanie 4

Rozwiązaniem równania $\frac{x+2}{3} = \frac{5}{6}$ jest liczba:

Odpowiedź: A (0, 5)

Do zadania można podejść na różne sposoby, można byłoby przykładowo zacząć od wymnożenia obydwu stron równania przez 6, tak aby pozbyć się wszystkich ułamków:

$$\frac{x+2}{3} = \frac{5}{6}, \quad (x+2) \cdot 6 = 3 \cdot 5, \quad 6x + 12 = 15, \quad 6x = 15 - 12, \quad 6x = 3, \quad x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Zadanie 5

Basia ma dwie siostry. Wszystkie trzy dziewczęta mają łącznie 45 lat. Basia ma 14 lat, a różnica wieku między najstarszą a najmłodszą z siostr wynosi 5 lat.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F, jeśli jest fałszywe. Basia jest najmłodszą z siostr.
Średnia wieku wszystkich trzech siostr wynosi 15 lat.

Basia jest najmłodszą z siostr.

Prawda

Fałsz

Średnia wieku wszystkich trzech siostr wynosi 15 lat.

Prawda

Fałsz

Odpowiedź: 1) FAŁSZ

Krok 1. Obliczenie wieku każdej z siostr.

Wprowadźmy do zadania proste oznaczenia:

x - wiek najstarszej siostry

$x - 5$ - wiek najmłodszej siostry

Skoro wszystkie dziewczyny mają łącznie 45 lat, to:

$$14 + x + (x - 5) = 45, 2x + 9 = 45, 2x = 36, x = 18$$

Obliczona wartość to wiek najstarszej siostry, więc najmłodsza z siostr będzie mieć lat:

$$18 - 5 = 13$$

Krok 2. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

Pierwsze zdanie jest fałszem, ponieważ jedna siostra ma 13 lat, czyli jest młodsza od Basi.

Krok 3. Ocena prawdziwości drugiego zdania.

Wiemy już, że siostry mają odpowiednio 13, 14 i 18 lat. To oznacza, że średnia arytmetyczna ich wieku jest równa:

$$\frac{13 + 14 + 18}{3} = \frac{45}{3} = 15$$

Zdanie jest więc prawdą.

Odpowiedź: C (-5)

Na początek obliczmy wartość podanego wyrażenia, pamiętając oczywiście o kolejności wykonywania działań (najpierw dzielenie, potem dodawanie):

$$-4 + 3 \cdot (-2) = -4 + (-6) = -4 - 6 =$$

Wartość tego wyrażenia ma być pomniejszona o liczbę (-5) , czyli:

$$-10 - (-5) = -10 + 5 = -5$$

Zadanie 6

Sumę czterech kolejnych parzystych liczb podzielny

Odpowiedź: C (36)

Zadanie brzmi dość skomplikowanie, więc ustalmy c
otrzymano wynik równy $2^2 \cdot 3^3$. To od razu obliczmy

Zastanówmy się teraz, czym są liczby parzyste podz
6. Moglibyśmy więc zapisać, że pierwsza taka liczba

$6x$ - pierwsza liczba

$6x + 6$ - druga liczba

$6x + 12$ - trzecia liczba

$6x + 18$ - czwarta liczba

Skoro suma tych liczb ma być równa 108, to:

$$6x + 6$$

Największa z liczb jest opisana jako $6x + 18$, czyli b

Zadanie 7

Wartość wyrażenia $-4 + 3 \cdot (-2)$ pomniejszona o

Zadanie 8

Na uszycie 15 spódnic potrzeba $21m$ materiału.

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Na uszycie trzech spódnic $\boxed{A} / \boxed{B}$ materiału. Z $33m$ materiału można uszyć co najwyżej $\boxed{C} / \boxed{D}$ spódnic.

Odpowiedź: B (wystarczy $5m$), C (23)

Krok 1. Rozwiązanie pierwszej części zadania.

Skoro na uszycie 15 spódnic potrzeba $21m$ materiału, to na uszycie pięciokrotnie mniejszej liczby sztuk (czyli trzech sztuk), trzeba pięć razy mniej materiału. To oznaczamy:

$$21m : 5 = 4,2m$$

Wniosek z tego płynie taki, że $4m$ materiału to za mało, więc prawidłową odpowiedzią będzie informacja, że wystarczy $5m$ materiału.

Krok 2. Rozwiązanie drugiej części zadania.

Skoro $21m$ materiału starczy na 15 spódnic, to na każdą spódnicę potrzebujemy $\frac{21m}{15} = 1,4m$ materiału. To oznacza, że $33m$ materiału starczy na $\frac{33}{1,4} \approx 23,6$ s

Zadanie 9

Andrzej ustalił, że w czasie jazdy rowerem w ciągu każdej minuty pokonuje średnio $650m$. Czy Andrzej przejedzie w kwadrans $10km$, jeśli będzie jechał z taką prędkością?

Wybierz odpowiedź Tak lub Nie i jej uzasadnienie spośród 1., 2. lub 3. **A)** jedzie ze średnią prędkością mniejszą niż $40 \frac{km}{h}$.

B) w ciągu $10min$ przejedzie mniej niż $6km$.

C) każdy metr pokonuje w czasie krótszym niż $0,09s$.

Odpowiedź: Nie ponieważ opcja

Gdybyśmy chcieli ustalić tylko to, czy Andrzej przejedzie $10km$, to wystarczyłoby policzyć jaki dystans pokona w 15 minut, czyli wykonać mnożenie:

$$15 \cdot 650m = 9750m = 9,75km$$

To by oznaczało, że Andrzej nie pokona dystansu $10km$. Na tym jednak to zadanie się dla nas nie kończy, ponieważ musimy jeszcze wybrać dobry powód, czyli do przyjrzymy, to zauważymy, że jadąc z prędkością $40 \frac{km}{h}$, Andrzej pokonałby w ciągu 15 minut (czyli w $\frac{1}{4}h$) dystans równy $\frac{1}{4}h \cdot 40 \frac{km}{h} = 10km$. Skoro więc ten dystans pokonałby, to odpowiedź brzmi: "Nie, ponieważ jedzie ze średnią prędkością mniejszą niż $40 \frac{km}{h}$ ".

Zadanie 10

Pani Ela ma w portfelu dwa banknoty pięćdziesięciotowe, jeden dwudziestotowy i trzy dziesięciotowe. Za zakupy w sklepie ma zapłacić kwotę $18,50zł$. Proszę określić, czy może zapłacić jednym banknotem.

Odpowiedź: D ($\frac{1}{2}$)

Pani Ela ma łącznie $2 + 1 + 3 = 6$ banknotów. Chcąc zapłacić za zakupy jednym banknotem, może użyć jednego z dwóch o nominale $50zł$ lub o nominale $20zł$. Fajnie, że może zapłacić jednym banknotem, bo ma go w portfelu.

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Zadanie 11

Z równoległoboku o krótszym boku długości 6 i kącie ostrym 60° wycięto prostokąt o wymiarach największych z możliwych. Długość wyciętego w ten sposób pro

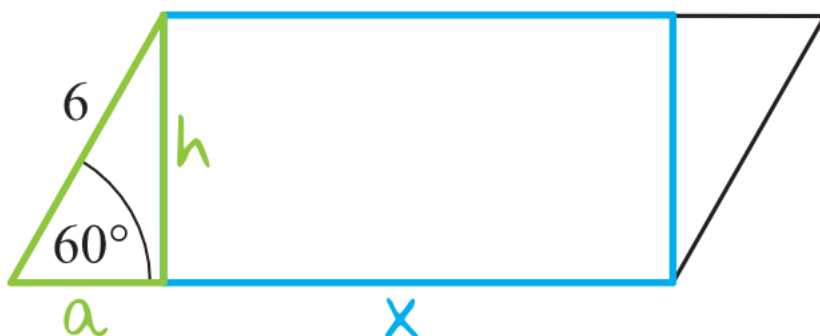


Drugi z boków danego równoległoboku miał długość:

Odpowiedź: C $(6\sqrt{3} + 3)$

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Narysujmy omawiany w treści zadania prostokąt i przy okazji wprowadźmy do zadania proste oznaczenia:



Z analizy rysunku wynika, że długość prostokąta będzie dwa razy większa niż wysokość prostokąta (i tym samym równoległoboku).

Krok 2. Obliczenie wysokości równoległoboku.

Chcąc poznać wysokość równoległoboku, skorzystamy z własności trójkątów o kątach 30° , 60° , 90° . Spójrzmy na zaznaczony zielony trójkąt. Bok o długości 6 jest 30° , 60° , 90° , krótsza przyprostokątna będzie miała miarę dwa razy mniejszą od przeciwprostokątnej, czyli w naszym przypadku $a = 3$. Tym samym dłuższa przy

Krok 3. Obliczenie długości drugiego boku równoległoboku.

Dłuższy bok równoległoboku będzie sumą długości krótszej przyprostokątnej naszego trójkąta oraz dłuższego boku prostokąta. Zgodnie z treścią zadania, ten dłuż

$$x = 2 \cdot 3\sqrt{3}, x = 6\sqrt{3}$$

Skoro tak, to poszukiwany drugi bok równoległoboku będzie miał miarę:

$$b = 6\sqrt{3} + 3$$

Zadanie 12

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Po uproszczeniu wyrażenia $a^4 \cdot a^3 : a^2$ otrzymamy $\boxed{A} / \boxed{B}$. Po uproszczeniu wyrażenia $(a^2b)^3 \cdot b$ otrzymamy $\boxed{C} / \boxed{D}$.

Odpowiedź: A (a^5), D (a^6b^4)

Krok 1. Rozwiązanie pierwszej części zadania.

Mamy wyrażenie, w którym znalazły się jednakowe podstawy potęg, zatem będziemy dodawać/odejmować wykładniki:

$$a^4 \cdot a^3 : a^2 = a^{4+3-2} = a^5$$

Krok 2. Rozwiązanie drugiej części zadania.

Korzystając z działań na potęgach, możemy zapisać, że:

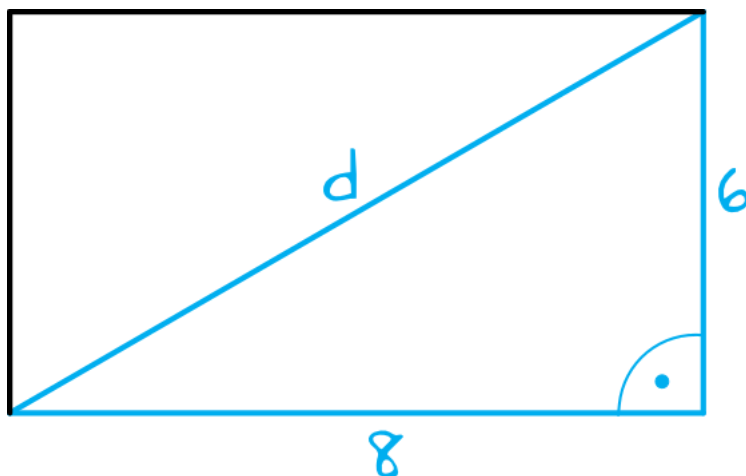
$$(a^2b)^3 \cdot b = (a^2)^3 \cdot b^3 \cdot b = a^{2 \cdot 3} \cdot b^{3+1} = a^6$$

Zadanie 13

Dany jest prostokąt, którego szerokość ma o 2 cm mniej od jego długości, a jego obwód wynosi 28 cm .

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Przekątna tego prostokąta ma długość $\boxed{A} / \boxed{B}$. Szerokość prostokąta stanowi $\boxed{C} / \boxed{D}$ jego długości.



Odpowiedź: B (10 cm), D ($\frac{3}{4}$)

Krok 1. Obliczenie długości boków prostokąta.

Wprowadźmy do zadania następujące obliczenia:

x - długość prostokąta

$x - 2$ szerokość prostokąta

Skoro obwód tej figury jest równy 28, to:

$$2 \cdot x + 2 \cdot (x - 2) = 28, \quad 2x + 2x - 4 = 28, \quad 4x - 4 = 28$$

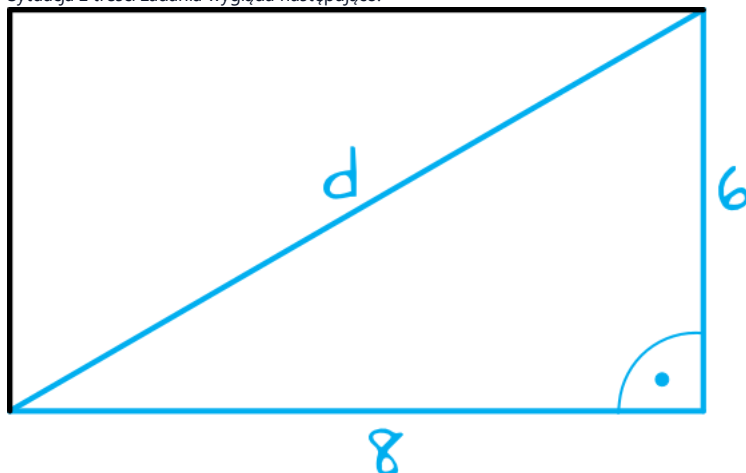
W ten sposób obliczyliśmy długość prostokąta, a zatem jego szerokość wyniesie:

$$8 - 2 = 6$$

To oznacza, że jest to prostokąt o wymiarach $8\text{ cm} \times 6\text{ cm}$.

Krok 2. Rozwiązanie pierwszej części zadania.

Sytuacja z treści zadania wygląda następująco:



Boki prostokąta oraz przekątna tworzą trójkąt prostokątny, zatem poszukiwaną długość przekątnej możemy wyznaczyć z Twierdzenia Pitagorasa:

$$6^2 + 8^2 = d^2, \quad 36 + 64 = d^2, \quad d^2 = 100, \quad d = 10$$

Oczywiście ujemny wynik nas nie interesuje, bo długość przekątnej musi być dodatnia, zatem zostaje nam $d = 10\text{cm}$.

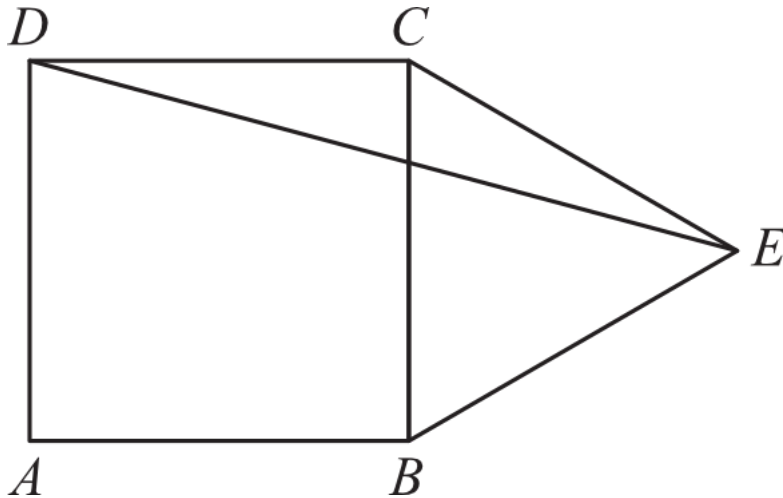
Krok 3. Rozwiązanie drugiej części zadania.

Szerokość prostokąta jest równa 6cm , długość to 8cm , zatem szerokość stanowi:

$$\frac{6\text{cm}}{8\text{cm}} = \frac{3}{4}$$

Zadanie 14

Na boku kwadratu $ABCD$ zbudowano trójkąt równoboczny BEC , jak na rysunku.



Kąt CDE ma miarę:

Odpowiedź: A (15°)

Krok 1. Obliczenie miary kąta DCE .

Kąt DCE składa się z kąta prostego oraz kąta BCE . Jeżeli trójkąt BEC jest równoboczny, to kąt BCE jest kątem o mierze 60° . To oznacza, że:

$$|\angle DCE| = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$$

Krok 2. Obliczenie miary kąta CDE .

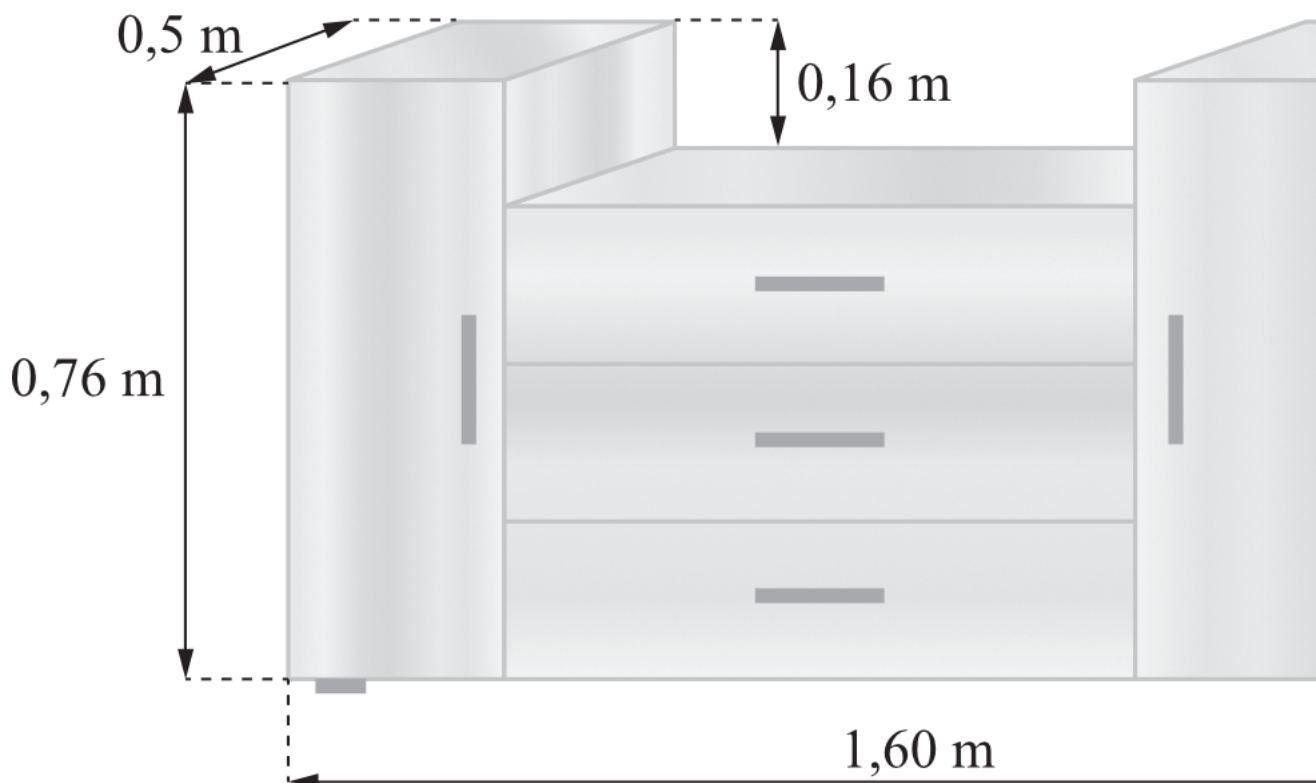
Trójkąt

DEC jest trójkątem równoramiennym (boki DC oraz CE mają jednakową długość, ponieważ bok kwadratu i trójkąta mają tę samą miarę). Z własności kątów przy podstawie zostaje nam $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$. Tym samym kąt CDE będzie miał miarę:

$$|\angle CDE| = 30^\circ : 2 = 15^\circ$$

Zadanie 15

Komoda składająca się z dwóch szafek i trzech takich samych szuflad, każda o długości 80cm , ma wymiary takie, jak pokazano na rysunku.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F, jeśli jest fałszywe. Całkowita pojemność komody jest większa niż $0,5\text{m}^3$.
Pojemność jednej szuflady wynosi $0,08\text{m}^3$.

Całkowita pojemność komody jest większa niż $0,5\text{m}^3$.

Prawda
Fałsz

Pojemność jednej szuflady wynosi $0,08\text{m}^3$.

Prawda
Fałsz

Odpowiedź: 1) PRAWDA

Krok 1. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

Prawdopodobnie pierwszą myślą jest to, by standardowo obliczyć objętość szafek oraz szuflad, a następnie dodać te wyniki. I to jest pomysł bardzo dobry, trzeba ·
rady obliczyć długości każdej z szafek z osobna, ale wiemy, że łącznie mają one $1,6\text{m} - 0,8\text{m} = 0,8\text{m}$). W takim razie objętość samych szafek będzie równa:

$$V_1 = 0,8\text{m} \cdot 0,76\text{m} \cdot 0,5, \quad V_1 = 0,304\text{m}^3$$

Teraz obliczmy objętość szuflad. Zwróć uwagę, że wysokość szuflad to $0,76\text{m} - 0,16\text{m} = 0,6\text{m}$, czyli objętość będzie równa:

$$V_2 = 0,8\text{m} \cdot 0,6\text{m} \cdot 0,5, \quad V_2 = 0,24\text{m}^3$$

Objętość całej komody jest zatem równa:

$$V_k = 0,304\text{m}^3 + 0,24\text{m}^3, \quad V_k = 0,544\text{m}^3$$

Całkowita pojemność komody jest zatem większa niż $0,5\text{m}^3$, czyli zdanie jest prawdą.

Krok 2. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

W poprzednim kroku obliczyliśmy, że objętość trzech szuflad wynosi $0,24m^3$. Skoro są to trzy jednakowe szuflady, to objętość każdej z nich będzie równa:

$$V = 0,24m^3 : 3, \quad V = 0,08m^3$$

Zdanie jest więc prawdą.

Uzasadnij, że istnieje tylko jeden ułamek o mianowniku 10, który jest większy niż $\frac{2}{3}$ i mniejszy niż $\frac{4}{5}$.

Odpowiedź: Udowodniono, wskazuj

Do zadania można podejść na różne sposoby. Moglibyśmy zauważyć, że $\frac{2}{3} = 0, (6)$ i że $\frac{4}{5} = 0,8$. Jedynym ułamkiem o mianowniku 10, który jest pomiędzy t:

Ewentualnie, dobrym pomysłem byłoby też rozszerzenie wszystkich ułamków w taki sposób, by w mianowniku ułamków znalazł się mianownik równy 30. Dla

$$\frac{2}{3} = \frac{20}{30}, \quad \frac{4}{5} = \frac{24}{30}$$

Istnieje tylko jeden ułamek zwykły, który jest większy od $\frac{20}{30}$ i mniejszy od $\frac{24}{30}$, który jest jednocześnie skracalny do ułamka o mianowniku 10 i tym ułamkiem je:

Zadanie 17

Podczas druku książki o nakładzie 15 tysięcy sztuk zniszczyło się 1,4% przygotowanego papieru. Jeden egzemplarz książki zawiera 9 arkuszy papieru, sprzedaw ile arkuszy papieru pozostało po wydrukowaniu całego nakładu tej książki.

Odpowiedź: 575

Mamy 15 tysięcy książek, a każda z nich składa się z 9 arkuszy papieru. To oznacza, że liczba zadrukowanych arkuszy jest równa:

$$15000 \cdot 9 = 135000$$

Do wydrukowania przygotowano 275 ryz papieru, a każda ryza to 500 arkuszy, więc liczba przygotowanych arkuszy jest równa:

$$275 \cdot 500 = 137500$$

Podczas druku zniszczono 1,4% przygotowanego papieru (uwaga - tu jest spora pułapka, bo mowa jest o przygotowanym papierze, a nie zużytym). Skoro przy

$$0,014 \cdot 137500 = 1925$$

Łącznie liczba arkuszy zużytych na druk książki oraz zniszczony papier jest równa:

$$135000 + 1925 = 136925$$

W treści zadania pytają się nas, ile zostało arkuszy, a więc skoro było 137500 arkuszy, a my zużyliśmy 136925, to zostało nam:

$$137500 - 136925 = 575$$

To oznacza, że zostało 575 arkuszy papieru.

Zadanie 18

Pole trójkąta o danych długościach boków: a, b, c , można obliczyć według wzoru:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

S – pole trójkąta, p – połowa obwodu trójkąta.

Wykorzystaj dany wzór, aby obliczyć pole trójkąta o bokach: 6, 7 i 11.

Odpowiedź: $S = 6\sqrt{10}$

Krok 1. Obliczenie połowy obwodu trójkąta.

Do naszego wzoru musimy podstawić m.in. wartość p , czyli połowy obwodu trójkąta. Skoro ma to być trójkąt o bokach 6, 7 i 11, to nasze p będzie równe:

$$p = \frac{6+7+11}{2}, p = \frac{24}{2}, p = 12$$

Krok 2. Obliczenie pola trójkąta.

Korzystając teraz z podanego wzoru na pole trójkąta, możemy zapisać, że:

$$S = \sqrt{12 \cdot (12-6)(12-7)(12-11)}, S = \sqrt{12 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 1}$$

Otrzymany wynik jest już poprawny (i jak tak to zostawimy, to nic się nie stanie), ale dobrą praktyką byłoby jeszcze wyłączenie czynnika przed znak pierwiastka,

$$S = \sqrt{360} = \sqrt{36 \cdot 10} = 6\sqrt{10}$$

Zadanie 19

W przepisie na surówkę stosunek ilości kapusty do ilości marchewki wynosi 7 : 3. Według tego przepisu jedna porcja otrzymanej surówki waży 18dag. Oblicz, ile

Odpowiedź: 189dag kapusty o

Krok 1. Obliczenie ile dekagramów surówki trzeba przygotować.

Jedna porcja surówki waży 18dag, więc 15 porcji surówki będzie ważyć:

$$15 \cdot 18dag = 270dag$$

Krok 2. Obliczenie ile dekagramów kapusty i marchewki trzeba przygotować.

Jeżeli stosunek ilości kapusty do ilości marchewki wynosi 7 : 3, to możemy zapisać, że:

7x - tyle potrzeba kapusty

3x - tyle potrzeba marchewki

Skoro nasze składniki mają łącznie ważyć 270dag, to:

$$7x + 3x = 270dag, 10x = 270dag, x = 27dag$$

Teraz zgodnie z oznaczeniami, możemy zapisać, że:

Kapusta: $7 \cdot 27dag = 189dag$

Marchewka: $3 \cdot 27dag = 81dag$