

Klucz odpowiedzi i rozwiązania — Próbny egzamin ósmoklasisty z matematyki - Operon 2020

Opracowanie Matematix.pl na podstawie rozwiązań zadań w serwisie — nie jest to oficjalny dokument CKE ani wydawnictwa. Zadania i rozwiązania online: matematix.pl. Wygenerowano 26.09.2026.

Odpowiedzi do zadań zamkniętych

Zadanie	Odpowiedź	Pkt
1	D ($b < a < c$)	1
2	A ($-\frac{1}{8}$)	1
3	C (4, 2)	1
5	B (5 : 4)	1
6	D (75)	1
9	B ($x \geq -2$)	1
10	B (większa), D (8)	1
11	D ($-3 + 4x = 5x$)	1
13	B (3 i 6)	1
15	B (takie samo jak), C ($4x + y$)	1

Rozwiązania krok po kroku

Zadanie 1

0-1 pkt

Dane są liczby: $a = 3\sqrt{5}$, $b = \sqrt{15}$ i $c = 5\sqrt{3}$. Który z podanych warunków spełniają liczby a , b i c ?

Odpowiedź: D ($b < a < c$)

Aby porównać podane liczby, musimy doprowadzić wszystkie zapisy do postaci, w której wszystkie wartości znajdą się pod pierwiastkami.

Zatem:

$$a = 3\sqrt{5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}, \quad b = \sqrt{15}, \quad c = 5\sqrt{3} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{75}$$

Najmniejszą liczbą będzie ta, która ma mniejszą wartość pod pierwiastkiem, zatem:

$$\sqrt{15} < \sqrt{45} < \sqrt{75}, \quad b < a < c$$

Zadanie 2

0-1 pkt

Sześcián połowy liczby $3\frac{4}{5} - 0,6 : \frac{1}{8}$ wynosi:

Odpowiedź: A ($-\frac{1}{8}$)

Krok 1. Obliczenie wartości początkowej liczby.

Obliczmy najpierw wartość podanej liczby (pamiętając o kolejności wykonywania działań - czyli najpierw mnożenie):

$$3\frac{4}{5} - 0,6 : \frac{1}{8} = \frac{19}{5} - \frac{3}{5} \cdot 8 = \frac{19}{5} - \frac{24}{5} = -\frac{5}{5} = -1$$

Krok 2. Obliczenie sześciánu połowy liczby.

Otrzymaliśmy wartość -1 . Połowa tej liczby to w takim razie $-\frac{1}{2}$. Musimy jeszcze obliczyć sześcián tej połowy, czyli:

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$$

Zadanie 3

0–1 pkt

Pewien uczeń uzyskał na koniec roku szkolnego następujące oceny: cztery trójki, półtora raza więcej czwórek niż trójek oraz trzy piątki i dwie szóstki. Średnia ocen ucznia na świadectwie wynosi:

Odpowiedź: C (4, 2)

W treści zadania mamy podaną informację, że uczeń uzyskał półtora raza więcej czwórek niż trójek. Skoro otrzymał on cztery trójki, to czwórek dostał:

$$1,5 \cdot 4 = 6$$

Mamy więc komplet informacji na temat ocen tego ucznia, zatem możemy przystąpić do liczenia średniej. W liczniku zapisujemy wszystkie oceny, a w mianowniku zapisujemy ile tych ocen uczeń otrzymał:

$$\bar{s} = \frac{4 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 6}{4 + 6 + 3 + 2}, \bar{s} = \frac{12 + 24 + 15 + 12}{15}, \bar{s} = \frac{63}{15}, \bar{s} = 4,2$$

Zadanie 4

0–1 pkt

W czterocyfrowej liczbie x przestawiono cyfrę tysięcy z cyfrą dziesiątek i otrzymano liczbę $y = MCMLIV$.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zadanie jest prawdziwe, lub F, jeśli jest fałszywe. Liczba x jest równa 5914. Różnica liczb x i y wynosi 3960.

Liczba x jest równa 5914.

Prawda

Fałsz

Różnica liczb x i y wynosi 3960.

Prawda

Fałsz

Odpowiedź: 1) PRAWDA

Krok 1. Zamiana liczby rzymskiej na arabską.

Wiedząc, że $M = 1000$, $C = 100$, $L = 50$, $V = 5$ oraz $I = 1$ możemy stwierdzić, że liczba MCMLIV to w zapisie arabskim 1954.

Krok 2. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

Mamy liczbę $y = 1954$. Przestawiając cyfrę tysięcy (czyli jedynkę) z cyfrą dziesiątek (czyli piątką) otrzymamy liczbę $x = 5914$. Zdanie jest więc prawdą.

Krok 3. Ocena prawdziwości drugiego zdania.

Skoro $x = 5914$ oraz $y = 1954$, to różnica liczb x i y wynosi:

$$x - y = 5914 - 1954, \quad x - y = 3960$$

Marta zrobiła porządki w garderobie i znalazła siedem par rękawiczek oraz trzy pojedyncze rękawiczki lewe i jedną rękawiczkę prawą. Wśród wszystkich znalezionych przez Martę rękawiczek stosunek lewych do prawych wynosił:

Odpowiedź: B (5 : 4)

Krok 1. Obliczenie liczby lewych i prawych rękawiczek.

Obliczmy ile lewych i prawych rękawiczek znalazło się w garderobie Marty. Wiemy, że znalazła 7 par rękawiczek (czyli 7 sztuk lewych i 7 prawych) oraz trzy pojedyncze rękawiczki lewe i jedną rękawiczkę prawą. To oznacza, że:

Liczba lewych rękawiczek: $7 + 3 = 10$

Liczba prawych rękawiczek: $7 + 1 = 8$

Krok 2. Obliczenie stosunku liczby rękawiczek lewych do prawych:

Stosunek lewych do prawych jest równy $10 : 8$, co po skróceniu przez 2 da nam stosunek $5 : 4$.

Zadanie 6

0–1 pkt

Jeśli 30% pewnej liczby wynosi 45, to 50% tej liczby wynosi:

Odpowiedź: D (75)

Zadanie można rozwiązać na kilka sposobów, spróbujmy może obliczyć to za pomocą proporcji:

Skoro 30% pewnej liczby to 45

To 10% tej liczby to 15

Więc 50% tej liczby to 75

Zadanie 7

0-1 pkt

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zadanie jest prawdziwe, lub F, jeśli jest fałszywe. Wyrażenie $\frac{x+x^2}{2}$ możemy zapisać w postaci $\frac{1}{2}x^3$.

Jednomian $0,75a^2b$ jest równy iloczynowi $(-a) \cdot 1,5b \cdot \left(-\frac{1}{2}a\right)$.

Wyrażenie $\frac{x+x^2}{2}$ możemy zapisać w postaci $\frac{1}{2}x^3$.

Prawda

Fałsz

Jednomian $0,75a^2b$ jest równy iloczynowi $(-a) \cdot 1,5b \cdot \left(-\frac{1}{2}a\right)$.

Prawda

Fałsz

Odpowiedź: 1) FAŁSZ

Krok 1. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

Znajdująca się w liczniku suma $x + x^2$ nie jest równa x^3 , tym samym wyrażenie $\frac{x+x^2}{2}$ nie będzie równe $\frac{1}{2}x^3$.

To byłaby prawda, gdybyśmy zamiast dodawania, mieli mnożenie $x \cdot x^2$. Wtedy faktycznie $\frac{x \cdot x^2}{2}$ byłoby równe $\frac{x^3}{2}$, czyli $\frac{1}{2}x^3$.

Krok 2. Ocena prawdziwości drugiego zdania.

Musimy uprościć podany iloczyn. Nie jest on może zbyt intuicyjny do szybkiego obliczenia, dlatego warto to sobie rozpisac dość dokładnie, pamiętając jednocześnie, że mnożenie jest przemienne.

$$(-a) \cdot 1,5 \cdot b \cdot \left(-\frac{1}{2}a\right) = , (-a) \cdot \left(-\frac{1}{2}a\right) \cdot 1,5 \cdot b = , = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot 1,5 \cdot b = , = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot a^2 \cdot b = 0,75a^2b$$

Zdanie jest więc prawdą.

Zadanie 8

0-1 pkt

W tabelach podano nazwy wiatru w zależności od jego prędkości.

Prędkość $\left[\frac{m}{s}\right]$	Nazwa wiatru
0,0 – 0,2	cisza
0,3 – 1,5	bardzo słaby
1,6 – 3,3	słaby
3,4 – 5,4	łagodny
5,5 – 7,9	umiarkowany
8 – 10,7	żywszy

Prędkość $\left[\frac{km}{h}\right]$	Nazwa wiatru
39 – 49	silny
50 – 61	bardzo silny
62 – 74	sztorm
75 – 88	silny sztorm
89 – 102	bardzo silny sztorm
103 – 117	gwałtowny sztorm
powyżej 117	huragan

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zadanie jest prawdziwe, lub F, jeśli jest fałszywe. Wiatr wiejący z prędkością $20 \frac{km}{h}$ jest wiatrem umiarkowanym.

Silny sztorm to wiatr, który w ciągu minuty może pokonać $1,5 km$.

Wiatr wiejący z prędkością $20 \frac{km}{h}$ jest wiatrem umiarkowanym.

Prawda

Fałsz

Silny sztorm to wiatr, który w ciągu minuty może pokonać $1,5 km$.

Prawda

Fałsz

Odpowiedź: 1) PRAWDA

Krok 1. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

Musimy odczytać z tabelki nazwę wiatru dla prędkości $20 \frac{km}{h}$, ale widzimy, że takiej wartości w jednej i drugiej tabelce nie znajdziemy. Tutaj powinniśmy dostrzec, że pierwsza tabelka ma prędkości wyrażone w $\frac{m}{s}$, stąd też spróbujemy zamienić nasze $20 \frac{km}{h}$ na $\frac{m}{s}$.

Wiedząc, że $1 \frac{m}{s} = 3,6 \frac{km}{h}$ możemy zapisać, że:

$$20 \frac{km}{h} \approx 5,56 \frac{m}{s}$$

Obliczona prędkość mieści się w przedziale $5,5 - 7,9$ i jest to wiatr umiarkowany, zatem zdanie jest prawdą.

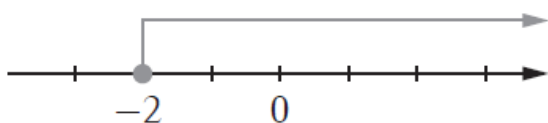
Krok 2. Ocena prawdziwości drugiego zdania.

Maksymalna prędkość dla silnego sztormu to $88 \frac{km}{h}$. Wynika z tego, że w ciągu godziny wiatr może pokonać $88 km$. Godzina ma 60 minut, więc w ciągu minuty pokona on dystans $88 km : 60 \approx 1,47 km$. Zdanie jest więc fałszem.

Zadanie 9

0-1 pkt

Na danej osi liczbowej przedstawiono pewien zbiór liczb.



Która z nierówności przedstawia liczby zaznaczone na tej osi liczbowej?

Odpowiedź: B ($x \geq -2$)

Na osi zaznaczono liczby większe lub równe -2 (bo kropka przy -2 jest zamalowana). Poszukiwanym przedziałem będzie więc $x \geq -2$.

Zadanie 10

0-1 pkt

Dana jest liczba $4^6 \cdot 5^8$.

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Dana liczba jest niż liczba 10^8 . Wartość tej liczby w zapisie dziesiętnym ma na końcu zer.

Odpowiedź: B (większa), D (8)

Krok 1. Rozwiązanie pierwszej części zadania.

Aby ocenić, która liczba jest większa, musimy doprowadzić do sytuacji, w której będziemy mieć jednakowe podstawy potęg lub jednakowe wykładniki. Powinniśmy zauważyć, że $4^6 \cdot 5^8 = (2^2)^6 \cdot 5^8 = 2^{12} \cdot 5^8$, natomiast $10^8 = 2^8 \cdot 5^8$.

Rozpisując to w ten sposób widzimy bardzo wyraźnie, że obydwa zapisy mają wspólny czynnik 5^8 i różny wykładnik potęgi przy podstawie równej 2. To oznacza, że wartość $4^6 \cdot 5^8$ jest większa niż 10^8 , bo $2^{12} > 2^8$.

Krok 2. Rozwiązanie drugiej części zadania.

Ustaliliśmy już, że $4^6 \cdot 5^8 = 2^{12} \cdot 5^8$. Skoro tak, to:

$$2^{12} \cdot 5^8 = 2^4 \cdot 2^8 \cdot 5^8 = 2^4 \cdot 10^8 = 16 \cdot 10^8$$

Skoro mamy w zapisie 16 pomnożone przez wartość 10^8 , to znaczy, że nasza liczba będzie mieć 8 zer na końcu. Mówiąc bardzo obrazowo, tą liczbą jest 1 600 000 000.

Zadanie 11

0-1 pkt

Rozwiązaniem którego równania jest liczba całkowita?

Odpowiedź: D ($-3 + 4x = 5x$)

Rozwiążmy każde z równań po kolei:

Odp. A.

$$3x + 4 = 5, \quad 3x = 1, \quad x = \frac{1}{3}$$

Odp. B.

$$3(4 - x) = 5, \quad 12 - 3x = 5, \quad -3x = -7, \quad x = \frac{7}{3}$$

Odp. C.

$$-3x + 4 = 5x, \quad -8x = -4, \quad x = \frac{1}{2}$$

Odp. D.

$$-3 + 4x = 5x, \quad x = -3$$

Rozwiązanie będące liczbą całkowitą otrzymaliśmy jedynie w czwartym równaniu.

Zadanie 12

0-1 pkt

Na poniższej tablicy podano kolejne liczby naturalne w pięciu ponumerowanych rzędach.

rząd I	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46
rząd II	2	7	12	17	22	27	32	37	42	47
rząd III	3	8	13	18	23	28	33	38	43	48
rząd IV	4	9	14	19	24	29	34	39	44	49
rząd V	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zadanie jest prawdziwe, lub F, jeśli jest fałszywe. Prawdopodobieństwo wylosowania parzystej liczby z rzędu oznaczonego liczbą pierwszą jest mniejsze niż $\frac{1}{2}$.

Prawdopodobieństwo, że losowo wybrana liczba z tablicy zawiera w zapisie cyfrę 4 wynosi 0, 3.

Prawdopodobieństwo wylosowania parzystej liczby z rzędu oznaczonego liczbą pierwszą jest mniejsze niż $\frac{1}{2}$.

Prawda

Fałsz

Prawdopodobieństwo, że losowo wybrana liczba z tablicy zawiera w zapisie cyfrę 4 wynosi 0, 3.

Prawda

Fałsz

Odpowiedź: 1) FAŁSZ

Krok 1. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

Liczbami pierwszymi są 2, 3 oraz 5, więc interesują nas jedynie rzędy II, III oraz V. W każdym z tych rzędów mamy 10 miejsc, czyli w tych trzech analizowanych rzędach mamy łącznie $3 \cdot 10 = 30$ miejsc. W każdym interesującym nas rzędzie mamy 5 miejsc oznaczonych liczbą parzystą, czyli interesujących nas miejsc jest łącznie $3 \cdot 5 = 15$. Skoro tak, to prawdopodobieństwo wylosowania liczby parzystej w każdym z tych rzędów będzie równe:

$$p = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

Zdanie jest więc fałszem.

Krok 2. Ocena prawdziwości drugiego zdania.

Liczbami zawierającymi czwórkę są:

4, 14, 24, 34, 40, 41, 42, , 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49

łącznie mamy więc 14 takich liczb. Skoro wszystkich liczb jest 50, to prawdopodobieństwo wylosowania nas interesującej liczby z czwórką będzie równe:

$$p = \frac{14}{50} = \frac{28}{100} = 0,28$$

Zdanie jest więc fałszem.

Zadanie 13

0-1 pkt

Obwód pewnego trójkąta prostokątnego wynosi $9 + 3\sqrt{5}$. Oznacza to, że przyprostokątne tego trójkąta mogą mieć długość:

Odpowiedź: B (3 i 6)

Aby poznać rozwiązanie tego zadania, musimy obliczyć długości przeciwprostokątnych każdego z proponowanych trójkątów. W każdej z odpowiedzi mamy podaną parę długości przyprostokątnych, zatem przeciwprostokątną obliczymy korzystając z Twierdzenia Pitagorasa:

Odp. A.

$$c^2 = 4^2 + 5^2, c^2 = 16 + 25, c^2 = 41, c = \sqrt{41} \quad \vee \quad c = -\sqrt{41}$$

Ujemną długość oczywiście odrzucamy, zatem zostaje nam $c = \sqrt{41}$. Od razu też widzimy, że ta odpowiedź nam nie pasuje, bo otrzymaliśmy obwód równy $4 + 5 + \sqrt{41} = 9 + \sqrt{41}$.

Odp. B.

$$c^2 = 3^2 + 6^2, c^2 = 9 + 36, c^2 = 45, c = \sqrt{45} \quad \vee \quad c = -\sqrt{45}$$

Ujemną długość odrzucamy, zostaje nam więc $c = \sqrt{45}$, co możemy jeszcze rozpisać jako $c = \sqrt{9 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$. Ta odpowiedź nam pasuje, bo wtedy faktycznie obwód jest równy $3 + 6 + 3\sqrt{5} = 9 + 3\sqrt{5}$.

Odp. C.

$$c^2 = (2\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2, c^2 = 4 \cdot 5 + 5, c^2 = 20 + 5, c^2 = 25, c = 5 \quad \vee \quad c = -5$$

Ujemną długość odrzucamy, zostaje nam więc $c = 5$. Ta odpowiedź też nam nie pasuje, bo obwód trójkąta wynosi tutaj $2\sqrt{5} + \sqrt{5} + 5 = 3\sqrt{5} + 5$.

Odp. D.

$$c^2 = 5^2 + (3\sqrt{5})^2, c^2 = 25 + 9 \cdot 5, c^2 = 25 + 45, c^2 = 70, c = \sqrt{70} \quad \vee \quad c = -\sqrt{70}$$

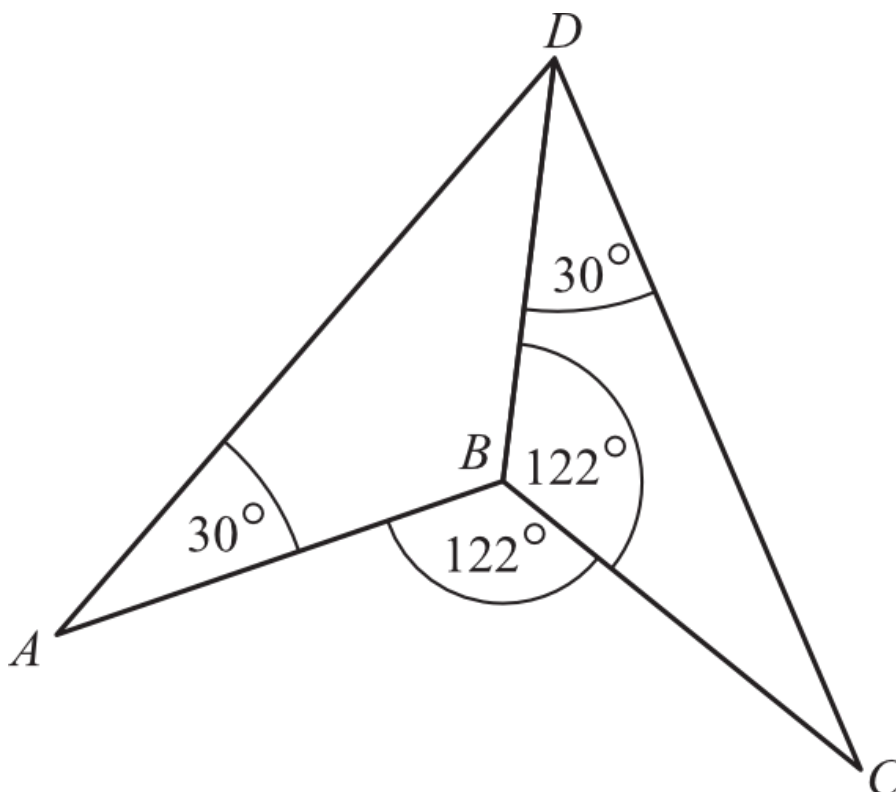
Ujemną długość odrzucamy, zostaje nam więc $c = \sqrt{70}$. Ta odpowiedź też nam nie pasuje, ponieważ obwód tego trójkąta wynosi $5 + 3\sqrt{5} + \sqrt{70}$.

To oznacza, że prawidłowa jest odpowiedź B.

Zadanie 14

0-1 pkt

Na rysunku przedstawiono czworokąt $ABCD$, w którym poprowadzono przekątną BD .



Czy przekątna BD podzieliła czworokąt na dwa trójkąty przystające? Wybierz odpowiedź T lub N i jej uzasadnienie spośród A, B lub C. **A)** suma kątów wewnętrznych w obu trójkątach jest taka sama.

B) przekątna BD jest wspólnym bokiem obu trójkątów i każdy z nich ma kąt 30° .

C) kąty wewnętrzne przy wierzchołku B w obu trójkątach są różnej miary.

Odpowiedź: Nie ponieważ opcja

Dwa trójkąty są przystające wtedy, gdy mają one jednakowe miary boków i jednakowe miary kątów. Miar boków nie jesteśmy w stanie zweryfikować, możemy jedynie przyjrzeć się miarom kątów. Spróbujmy wyznaczyć miarę kąta ABD . Miara tego kąta będzie równa:

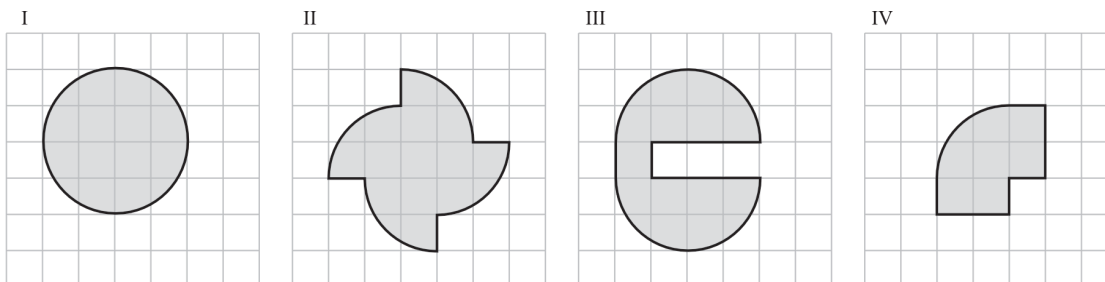
$$|\angle ABD| = 360^\circ - 122^\circ - 122^\circ = 116^\circ$$

Widzimy zatem, że kąty w trójkącie ABD mają inną miarę niż w trójkącie BCD , co sprawia, iż te trójkąty na pewno nie są przystające. Prawidłową odpowiedzią będzie zatem "Nie, ponieważ kąty wewnętrzne przy wierzchołku B w obu trójkątach są różnej miary".

Zadanie 15

0-1 pkt

Dane są cztery figury.

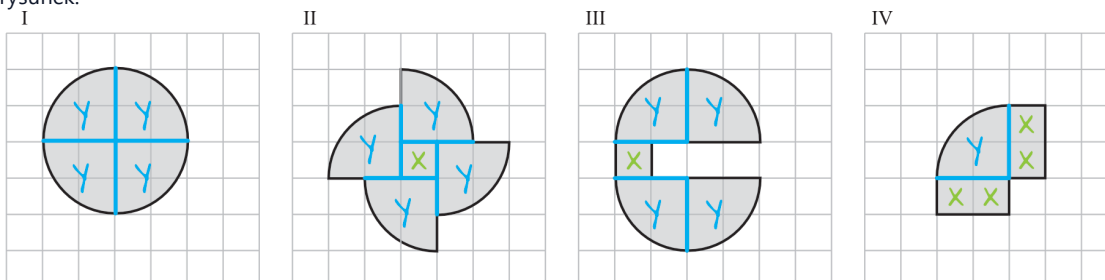

 Pole figury na rysunku I wynosi $4y$, a pole figury na rysunku II jest równe $x + 4y$.

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

 Pole figury na rysunku III jest $\frac{A}{B}$ pole figury na rysunku II. Pole figury na rysunku IV jest równe $\frac{C}{D}$.

Odpowiedź: B (takie samo jak), C ($4x + y$)

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

 Powinniśmy dostrzec, że tak naprawdę z wystających elementów w figurze II da się ułożyć koło z figury I i zostanie nam przy tym jeden mały kwadracik w środku. Skoro więc pole pierwszej figury jest równe $4y$, a drugiej $x + 4y$, to możemy wywnioskować, że mały kwadracik ma pole równe x , a $\frac{1}{4}$ koła ma pole y . Wszystko wyjaśni poniższy rysunek:


Krok 2. Rozwiązanie pierwszej części zadania.

Widzimy wyraźnie, że figura III będzie mieć pole równe całemu kołu plus mały kwadracik, czyli jest to dokładnie taka sama sytuacja co w figurze II. Z tego też względu pole tej figury będzie takie samo jak na rysunku II.

Krok 3. Rozwiązanie drugiej części zadania.

 Z rysunku szkicowego widać wyraźnie, że pole IV figury będzie równe $4x + y$.

Zadanie 16

0-2 pkt

Bartek jest trzy razy młodszy niż jego mama. Kiedy się urodził, jego mama miała 28 lat. Oblicz, ile lat ma Bartek.

Odpowiedź: Bartek ma 14 lat

Wprowadźmy do zadania proste oznaczenia:

x - wiek Bartka

$3x$ - wiek mamy

Różnica wieku między mamą i Bartkiem wynosi 28, więc:

$$3x - x = 28, 2x = 28, x = 14$$

Skoro x to wiek Bartka, to wiemy już, że Bartek ma 14 lat.

Zadanie 17

0-2 pkt

Suma długości krawędzi czworościanu foremnego wynosi $4\sqrt{6}$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego czworościanu.

Odpowiedź: $P_c = \frac{8}{3}\sqrt{3}$

Krok 1. Obliczenie długości krawędzi czworościanu.

Czworościan foremny to taki ostrosłup, którego wszystkie ściany wraz z podstawą są jednakowymi trójkątami równobocznymi. Mówiąc wprost, jest to bryła mająca wszystkie krawędzie jednakowej długości. Taki czworościan ma 6 krawędzi, a z treści zadania wiemy, że suma ich długości wynosi $4\sqrt{6}$. To oznacza, że każda z krawędzi ma długość:

$$a = \frac{4\sqrt{6}}{6}, a = \frac{2}{3}\sqrt{6}$$

Krok 2. Obliczenie pola powierzchni pojedynczej ściany.

Ustaliliśmy już, że każda ściana jest trójkątem równobocznym o boku $a = \frac{2}{3}\sqrt{6}$, zatem korzystając ze wzoru na pole trójkąta równobocznego możemy zapisać, że każda ze ścian ma pole równe:

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}, P = \frac{\left(\frac{2}{3}\sqrt{6}\right)^2\sqrt{3}}{4}, P = \frac{\frac{4}{9} \cdot 6 \cdot \sqrt{3}}{4}, P = \frac{\frac{24}{9}\sqrt{3}}{4}, P = \frac{\frac{8}{3}\sqrt{3}}{4}$$

Krok 3. Obliczenie pola powierzchni całkowitej.

Czworościan foremny ma cztery jednakowe ściany, każda z nich jak już obliczyliśmy ma pole powierzchni równe

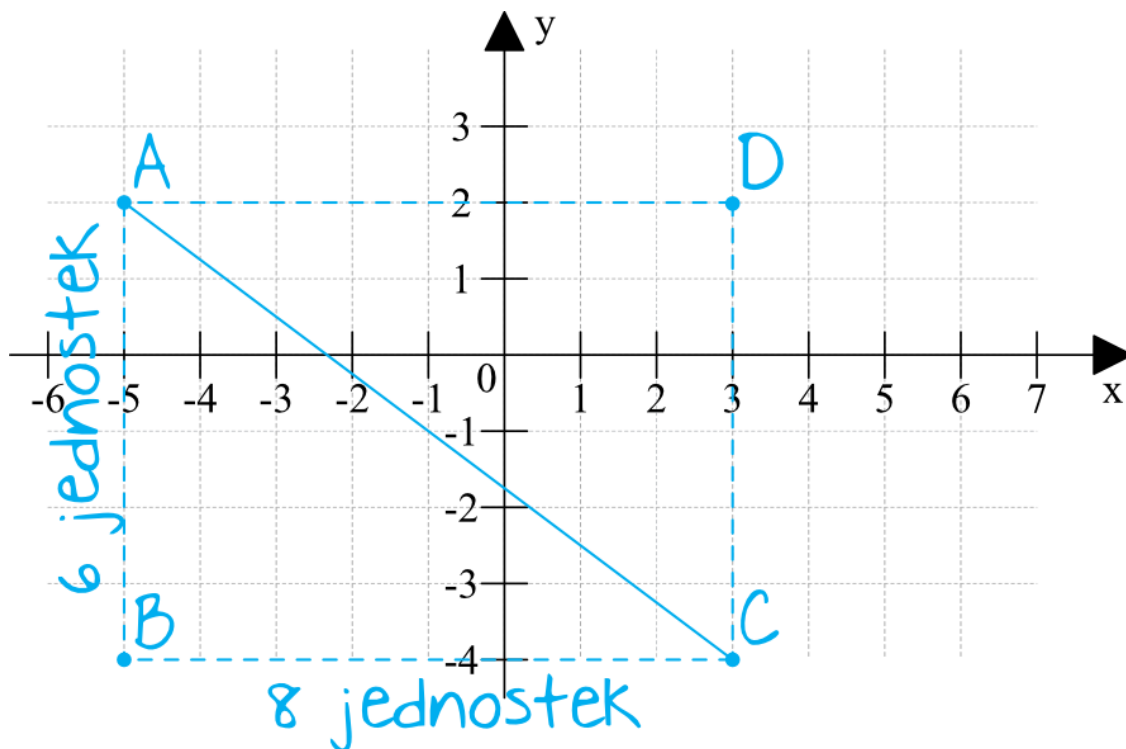
$P = \frac{\frac{8}{3}\sqrt{3}}{4}$, zatem pole powierzchni całkowitej będzie równe:

$$P_c = 4 \cdot \frac{\frac{8}{3}\sqrt{3}}{4}, P_c = \frac{8}{3}\sqrt{3}$$

Zadanie 18

0-2 pkt

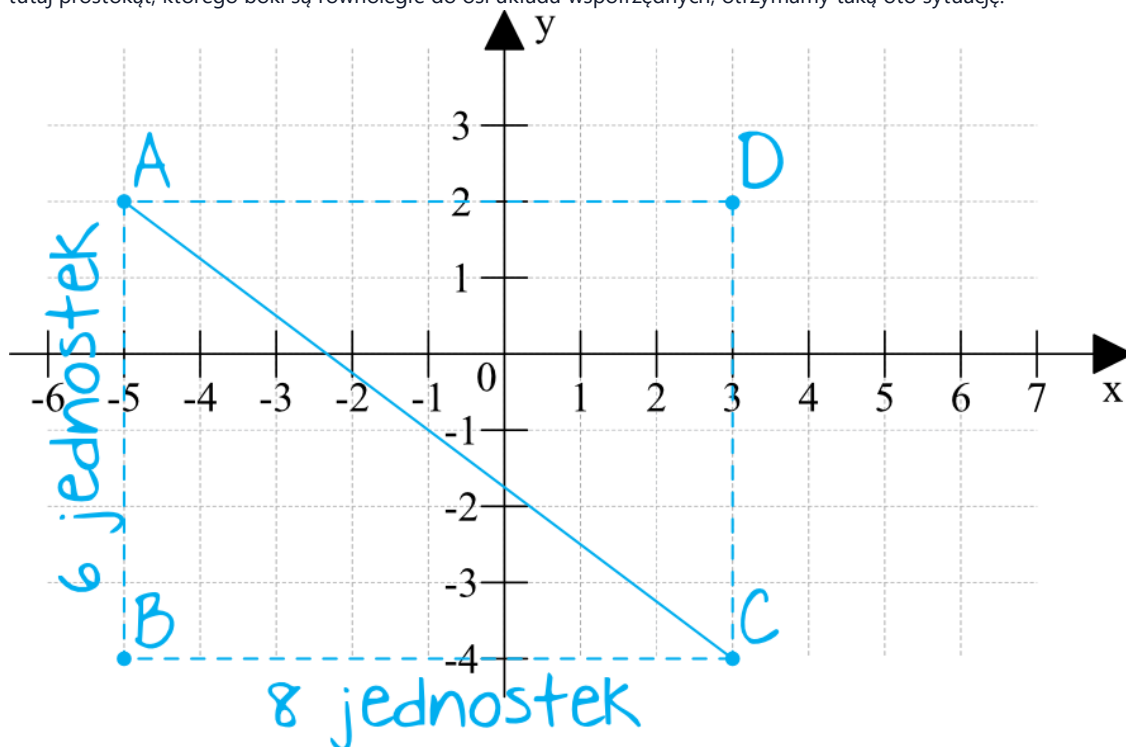
W prostokątnym układzie współrzędnych dane są punkty: $A = (-5; 2)$ oraz $C = (3; -4)$. Odcinek AC jest przekątną pewnego prostokąta, którego boki są odpowiednio równoległe do osi układu współrzędnych. Oblicz długość tej przekątnej oraz podaj współrzędne pozostałych dwóch wierzchołków tego prostokąta.



Odpowiedź: $d = 10$ oraz $B = (-5; -4)$

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Spróbujemy nanieść na układ współrzędnych punkty A oraz C . Korzystając dodatkowo z informacji, że będziemy mieli tutaj prostokąt, którego boki są równoległe do osi układu współrzędnych, otrzymamy taką oto sytuację:



Z rysunku musimy też odczytać od razu wymiary naszego prostokąta (licząc po kratkach). Widzimy, że dolny bok ma długość 8 jednostek, natomiast drugi ma długość 6 jednostek.

Krok 2. Obliczenie długości przekątnej prostokąta.

Dwa boki prostokąta tworzą wraz z poszukiwaną przekątną trójkąt prostokątny. Korzystając z Twierdzenia Pitagorasa możemy zatem zapisać, że:

$$8^2 + 6^2 = d^2, 64 + 36 = d^2, d^2 = 100, d = 10 \vee d = -10$$

Ujemny wynik oczywiście odrzucamy, zatem zostaje nam $d = 10$.

Krok 3. Podanie współrzędnych pozostałych dwóch wierzchołków prostokąta.

Z rysunku wynika wprost, że punkt B musi mieć współrzędną x taką jak x_A i współrzędną y taką samą jak y_C .

Analogicznie punkt D musi mieć x taką jak x_C i współrzędną y taką samą jak y_A . To oznacza, że brakującymi współrzędnymi wierzchołków prostokąta będą: $B = (-5; -4)$ oraz $D = (3; 2)$.

Oczywiście równie dobrą odpowiedzią byłoby $B = (3; 2)$ oraz $D = (-5; -4)$ (w zależności od tego jak podpisaliśmy wierzchołki prostokąta).

Zadanie 19

0-3 pkt

Pan Jan planował podróż samochodem. Sprawdził w aplikacji internetowej, że jeśli będzie jechał ze średnią prędkością $90 \frac{km}{h}$, to powinien pokonać zaplanowaną trasę w czasie 1 godziny i 54 minut. Na mapie wyświetlonej w aplikacji wyznaczona trasa ma długość $9,5cm$. Oblicz, w jakiej skali wyświetla się mapa w aplikacji, z której skorzystał pan Jan.

Odpowiedź: 1 : 1 800 000.

Krok 1. Obliczenie długości trasy.

W tym zadaniu skorzystamy ze wzoru na prędkość, czyli:

$$v = \frac{s}{t}, s = vt$$

Godzina ma 60 minut, więc 54 minuty stanowią $\frac{54}{60}$, czyli 0,9 godziny. Pan Jan planuje pokonać tę trasę w 1 godzinę i 54 minuty, czyli czas podróży wyniesie $t = 1,9h$. Skoro tak, to:

$$s = 90 \frac{km}{h} \cdot 1,9h, s = 171km$$

Krok 2. Obliczenie skali mapy.

Trasa $171km$ na mapie długość $9,5cm$. Możemy więc ułożyć prostą proporcję:

Skoro $9,5cm$ na mapie to $171km$ w rzeczywistości

To $1cm$ na mapie to $171km : 9,5 = 18km$ w rzeczywistości

Wiemy już, że $1cm$ odpowiada odległości $18km$. Musimy jeszcze zapisać skalę tej mapy, a aby tego dokonać trzeba zamienić $18km$ na centymetry. Wiemy, że $1km$ to $1000m$, a każdy $1m$ to $100cm$ długości. Skoro tak, to $1km = 100\,000cm$, czyli:

$$18km = 1\,800\,000cm$$

To oznacza, że skala naszej mapy to 1 : 1 800 000.

Zadanie 20

0-3 pkt

Państwo Malinowscy odnotowują w tabeli comiesięczne zużycie wody w ich gospodarstwie domowym. Poniżej przedstawiono odczyty z pierwszego kwartału 2021 r.

2021 r.	Cena za 1 m ³ wody w danym miesiącu [zł]	Wskazanie licznika w ostatnim dniu miesiąca [m ³]
STYCZEŃ	10,90	123,045
LUTY	11,50	128,408
MARZEC	11,50	134,348

Oblicz, ile zapłacili państwo Malinowscy za wodę użytą w marcu oraz ile średnio litrów wody dziennie używali w tym miesiącu. Liczbę dziennego zużycia wody w marcu podaj z dokładnością do całości.

Odpowiedź: 68,31zł oraz oko

Krok 1. Obliczenie zużycia wody w marcu.

Marcowe zużycie wody będzie różnicą między odczytem marcowym i lutowym. Z tabelki wynika więc, że Państwo Malinowscy zużyli w marcu:

$$134,348m^3 - 128,408m^3 = 5,94m^3$$

Krok 2. Obliczenie wysokości opłat za wodę.

Cena za m³ wody w marcu wynosi 11,50zł. To oznacza, że za zużycie 5,94m³ wody trzeba zapłacić:

$$5,94 \cdot 11,50zł = 68,31zł$$

Krok 3. Obliczenie dziennego zużycia wody.

Dzienne zużycie wody musimy podać w litrach. Wiedząc, że 1m³ = 1000l możemy zapisać, że:

$$5,94m^3 = 5940l$$

Marzec ma 31 dni, więc każdego dnia zużyto (w zaokrągleniu do całości):

$$5940l : 31 \approx 191,61l \approx 192l$$

Zadanie 21

0-3 pkt

Marek kupił przyczepkę do roweru w kształcie prostopadłościanu o wymiarach $85\text{cm} \times 52\text{cm} \times 40\text{cm}$. Producent przyczepki zastrzegł, że maksymalna masa przewożonego w niej towaru może wynosić 350kg . Czy Marek może tą przyczepką przewieźć 150dm^3 suchego żwiru, jeśli 1kg takiego żwiru ma objętość $0,6\text{dm}^3$? Uzasadnij odpowiedź.

Odpowiedź: Pan Marek może przew

Krok 1. Obliczenie objętości przyczepki.

Z treści zadania wynika, że w dalszych obliczeniach będziemy posługiwać się dm^3 , więc już teraz na starcie dobrze byłoby zamienić wymiary przyczepki na decymetry, zatem:

$$8,5\text{dm} \times 5,2\text{dm} \times 4\text{dm}$$

To oznacza, że objętość przyczepki będzie równa:

$$V = abc, \quad V = 8,5\text{dm} \cdot 5,2\text{dm} \cdot 4\text{dm}, \quad V = 176,8\text{dm}^3$$

Krok 2. Obliczenie wagi suchego żwiru.

Z treści zadania wynika, że $0,6\text{dm}^3$ żwiru waży 1kg . Skoro tak, to 150dm^3 żwiru będzie ważył:

$$\frac{150}{0,6} = 250[\text{kg}]$$

Krok 3. Uzasadnienie, czy przewóz żwiru jest możliwy.

Musimy pamiętać, że przewiezienie żwiru będzie możliwe tylko wtedy, gdy zmieścimy się w objętości przyczepki, a waga nie przekroczy maksymalnego pułapu 350kg .

Pan Marek może przewieźć żwir w tej przyczepce, ponieważ objętość żwiru (150dm^3) nie przekracza objętości przyczepki ($176,8\text{dm}^3$), a jednocześnie masa towaru (250kg) nie przekroczy maksymalnego limitu (350kg).