

Klucz odpowiedzi i rozwiązania — Próbny egzamin ósmoklasisty z matematyki - Nowa Era 2021

Opracowanie Matematix.pl na podstawie rozwiązań zadań w serwisie — nie jest to oficjalny dokument CKE ani wydawnictwa. Zadania i rozwiązania online: matematix.pl. Wygenerowano 26.09.2026.

Odpowiedzi do zadań zamkniętych

Zadanie	Odpowiedź	Pkt
1	B (większa niż 0, 75 litra, ale mniejsza niż 1 litr)	1
2	A (mniej), C ($\frac{11}{29}$)	1
3	A ($\frac{1}{3}$)	1
4	D (-11; -9; -7)	1
6	B (1, 28zł)	1
7	C (po 2, 5 godziny)	1
9	D ($c - a = b$)	1
10	C (12, 5cm)	1
12	B (2g soli w 98g wody), D (100g)	1
13	A (36° i 108°)	1
14	C ($2(n - 1)$)	1
15	B	1

Rozwiązania krok po kroku

Zadanie 1

0-1 pkt

Do sporządzenia napoju użyto:

- $\frac{1}{6}$ litra soku ananasowego,
- 0, 2 litra soku z czarnej porzeczki,
- $\frac{3}{5}$ litra wody.

Objętość przygotowanego napoju jest:

Odpowiedź: B (większa niż 0, 75 litra, ale mniejsza niż 1 litr)

Naszym celem jest zsumowanie objętości każdego z płynów. Pamiętając o tym, że ułamek $0, 2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$, możemy zapisać, że:

$$V = \frac{1}{6} + 0, 2 + \frac{3}{5}, V = \frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{3}{5}, V = \frac{5}{30} + \frac{6}{30} + \frac{18}{30}, V = \frac{29}{30}$$

Wyszło nam, że objętość soku wynosi $\frac{29}{30}$ litra, co w przybliżeniu dałoby wynik 0, 97 litra. To oznacza, że objętość przygotowanego napoju jest większa niż 0, 75 litra, ale mniejsza niż 1 litr.

Zadanie 2

0–1 pkt

Do sporządzenia napoju użyto:

- $\frac{1}{6}$ litra soku ananasowego,
- 0,2 litra soku z czarnej porzeczki,
- $\frac{3}{5}$ litra wody.

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Do sporządzenia tego napoju użyto $\frac{A}{B}$ soku ananasowego niż soku z czarnej porzeczki. Objętość soku ananasowego i porzeczkowego łącznie stanowi $\frac{C}{D}$ objętości napoju.

Odpowiedź: A (mniej), C ($\frac{11}{29}$)

Krok 1. Rozwiązanie pierwszej części zadania.

Musimy ustalić, który ułamek jest większy: $\frac{1}{6}$ czy 0,2. Aby tego dokonać, zamieńmy od razu ułamek dziesiętny na zwykły, czyli $0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$. Mamy więc porównać ułamek $\frac{1}{6}$ z $\frac{1}{5}$. Są to ułamki o jednakowych licznikach, a więc im mniejszy mianownik, tym wartość takiego ułamka jest większa. Mówiąc wprost $\frac{1}{6} < \frac{1}{5}$. To oznacza, że zużyto mniej soku ananasowego niż soku z czarnej porzeczki.

Krok 2. Rozwiązanie drugiej części zadania.

Sumując zawartość soku ananasowego i porzeczkowego, otrzymamy:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{5} = \frac{5}{30} + \frac{6}{30} = \frac{11}{30}$$

Objętość całego napoju to:

$$V = \frac{1}{6} + 0,2 + \frac{3}{5}, V = \frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{3}{5}, V = \frac{5}{30} + \frac{6}{30} + \frac{18}{30}, V = \frac{29}{30}$$

Mamy więc $\frac{11}{30}$ litra soków w $\frac{29}{30}$ litra napoju. To oznacza, że nasze dwa soki stanowią:

$$\frac{\frac{11}{30}}{\frac{29}{30}} = \frac{11}{30} : \frac{29}{30} = \frac{11}{30} \cdot \frac{30}{29} = \frac{11}{29}$$

Zadanie 3

0–1 pkt

Wartość wyrażenia $\frac{3^7 \cdot 2^7 + 2^2 \cdot 2^5 \cdot 3^7}{6^8}$ jest równa:

Odpowiedź: A ($\frac{1}{3}$)

Korzystając z działań na potęgach, możemy zapisać, że:

$$\frac{3^7 \cdot 2^7 + 2^2 \cdot 2^5 \cdot 3^7}{6^8} = , = \frac{(3 \cdot 2)^7 + 2^{2+5} \cdot 3^7}{6^8} = , = \frac{6^7 + 2^7 \cdot 3^7}{6^8} = , = \frac{6^7 + (2 \cdot 3)^7}{6^8} = , = \frac{6^7 + 6^7}{6^8} = , = \frac{2 \cdot 6^7}{6 \cdot 6^7} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

W którym zestawie liczby zapisano w kolejności od najmniejszej do największej?

Odpowiedź: D (−11; −9; −7)

Prześledźmy po kolei każdą z odpowiedzi:

Odp. A. - nie musimy obliczać wartości tych liczb. Powinniśmy dostrzec, że pierwsza i trzecia liczba są ujemne, a druga jest dodatnia, więc na pewno nie ma tu kolejności od najmniejszej do największej.

Odp. B. - tutaj liczby są ułożone od największej do najmniejszej, ponieważ przykładowo $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$, natomiast $\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$

Odp. C. - tutaj także mamy liczby ułożone od największej do najmniejszej, ponieważ przy jednakowych licznikach (a takie mamy w tym zestawie) im większy jest mianownik, tym mniejsza jest wartość danego ułamka.

Odp. D. - tutaj faktycznie mamy zapisane liczby od najmniejszej do największej (każda kolejna liczba jest coraz bliżej zera na osi liczbowej).

Zużycie energii elektrycznej przez urządzenie domowe jest wprost proporcjonalne do mocy urządzenia i czasu jego pracy. W tabeli przedstawiono zużycie 1 kilowatogodziny ($1kWh$) energii elektrycznej przez różne urządzenia domowe w różnym czasie.

Urządzenie	Moc	Czas pracy	Zużycie energii elektrycznej
Kuchenka elektryczna	2000 W	30 minut	1 kWh
Odkurzacz	1000 W	1 godzina	1 kWh
Telewizor	50 W	20 godzin	1 kWh
Żarówka	20 W	50 godzin	1 kWh

Uwaga. Rozwiązując zadania, przyjmij, że urządzenia pobierają moc nominalną, czyli taką, do jakiej je dostosowano.

Telewizor o mocy $50W$ był włączony przez 4 godziny, 20-watowa żarówka świeciła przez 6 godzin, odkurzacz o mocy $1000W$ pracował przez 1,5 godziny, a kuchenka elektryczna o mocy $2000W$ była włączona przez 15 minut.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Żarówka zużyła mniej energii elektrycznej niż telewizor.

Odkurzacz i kuchenka elektryczna łącznie zużyły $2kWh$ energii elektrycznej.

Żarówka zużyła mniej energii elektrycznej niż telewizor.

Prawda

Fałsz

Odkurzacz i kuchenka elektryczna łącznie zużyły $2kWh$ energii elektrycznej.

Prawda

Fałsz

Odpowiedź: 1) PRAWDA

Krok 1. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

Obliczmy najpierw zużycie energii elektrycznej żarówki. Z tabelki możemy odczytać, że w ciągu 50 godzin żarówka zużywa $1kWh$. Skorotak, towciagu (6 godzin zużyje ona $\frac{6}{50}kWh = 0,12kWh$.

Teraz obliczmy zużycie energii telewizora. Z tabelki wynika, że telewizor zużywa $1kWh$ w ciągu 20 godzin pracy, więc w ciągu 4 godzin zużyje on $\frac{4}{20}kWh = 0,2kWh$.

To oznacza, że żarówka zużyła mniej energii elektrycznej. Zdanie jest więc prawdą.

Krok 2. Ocena prawdziwości drugiego zdania.

Z tabelki wynika, że odkurzacz zużywa $1kWh$ w ciągu 1 godziny pracy. Skoro więc odkurzacz pracował 1,5 godziny, to znaczy, że zużył $1,5kWh$.

Kuchenka zużywa $1kWh$ w ciągu 30 minut pracy, więc w ciągu 15 minut zużyła ona $0,5kWh$.

Łącznie odkurzacz i kuchenka zużyły $1,5kWh + 0,5kWh = 2kWh$, czyli zdanie jest prawdą.

Zadanie 6

0–1 pkt

Zużycie energii elektrycznej przez urządzenie domowe jest wprost proporcjonalne do mocy urządzenia i czasu jego pracy. W tabeli przedstawiono zużycie 1 kilowatogodziny ($1kWh$) energii elektrycznej przez różne urządzenia domowe w różnym czasie.

Urządzenie	Moc	Czas pracy	Zużycie energii elektrycznej
Kuchenka elektryczna	2000 W	30 minut	1 kWh
Odkurzacz	1000 W	1 godzina	1 kWh
Telewizor	50 W	20 godzin	1 kWh
Żarówka	20 W	50 godzin	1 kWh

Uwaga. Rozwiązując zadania, przyjmij, że urządzenia pobierają moc nominalną, czyli taką, do jakiej je dostosowano.

Cena $1kWh$ energii elektrycznej jest równa 0,64zł. Jaki był koszt zużycia energii elektrycznej przez pięć 20-watowych żarówek, jeżeli każda z nich świeciła przez 20 godzin?

Odpowiedź: B (1,28zł)

Krok 1. Obliczenie zużycia energii elektrycznej przez pięć żarówek.

Z tabelki wynika, że pojedyncza żarówka zużywa $1kWh$ w ciągu 50 godzin, więc w ciągu 20 godzin to zużycie wyniesie $\frac{20}{50}kWh = 0,4kWh$. To oznacza, że 5 żarówek zużyje nam:

$$5 \cdot 0,4kWh = 2kWh$$

Krok 2. Obliczenie kosztu zużycia energii elektrycznej.

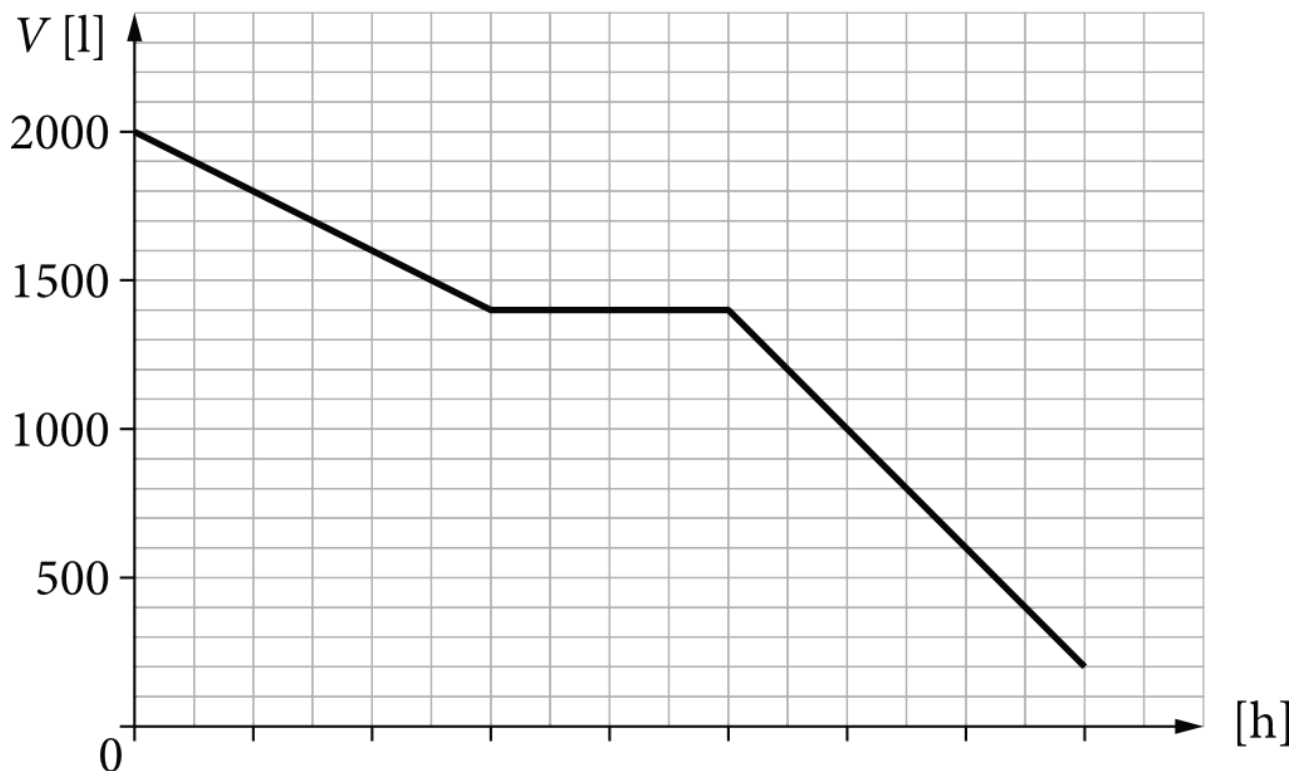
Skoro cena $1kWh$ energii elektrycznej jest równa 0,64zł, a my zużyliśmy $2kWh$, to koszt zużycia energii wyniesie:

$$2 \cdot 0,64zł = 1,28zł$$

Zadanie 7

0–1 pkt

W zbiorniku znajdowało się 2000 litrów wody. Wykres przedstawia zmiany objętości wody w czasie wypompowywania zawartości zbiornika. Na osi pionowej przedstawiono objętość wody (w litrach) w zbiorniku, a na osi poziomej – czas (w godzinach) od chwili rozpoczęcia wypompowywania.



Po jakim czasie od rozpoczęcia wypompowywania w zbiorniku zostało 1500 litrów wody?

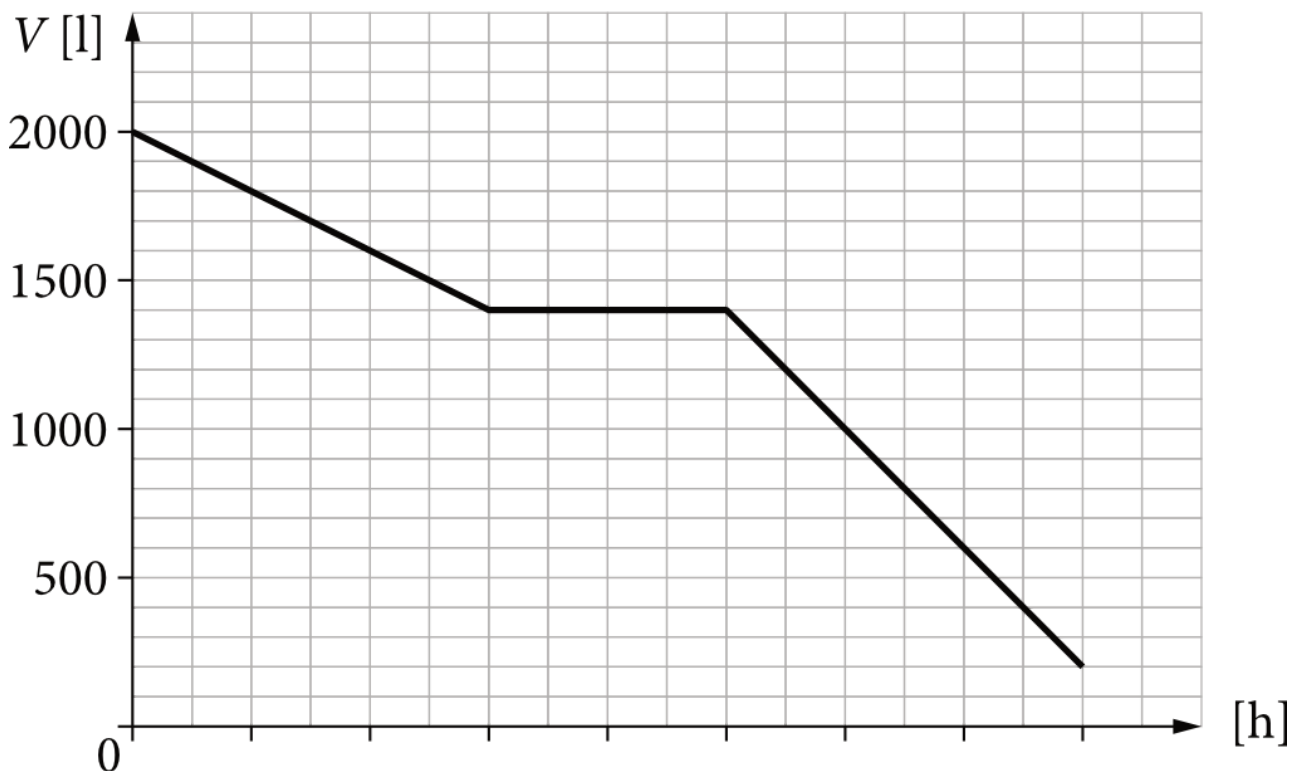
Odpowiedź: C (po 2,5 godziny)

Patrzmy się na oś pionową (tam gdzie jest zapisana objętość) i szukamy wartości 1500. Widzimy, że ta wartość została osiągnięta dokładnie w momencie, gdy na osi poziomej mamy 2,5 h. To oznacza, że w zbiorniku zostało 1500 litrów wody po upływie 2,5 godziny.

Zadanie 8

0–1 pkt

W zbiorniku znajdowało się 2000 litrów wody. Wykres przedstawia zmiany objętości wody w czasie wypompowywania zawartości zbiornika. Na osi pionowej przedstawiono objętość wody (w litrach) w zbiorniku, a na osi poziomej – czas (w godzinach) od chwili rozpoczęcia wypompowywania.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Przerwa w wypompowywaniu wody trwała 3 godziny.

Przez ostatnie 3 godziny wodę wypompowywano dwa razy szybciej niż przez pierwsze 3 godziny.

Przerwa w wypompowywaniu wody trwała 3 godziny.

Prawda

Fałsz

Przez ostatnie 3 godziny wodę wypompowywano dwa razy szybciej niż przez pierwsze 3 godziny.

Prawda

Fałsz

Odpowiedź: 1) FAŁSZ

Krok 1. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

Przerwa w wypompowywaniu miała miejsce od trzeciej do piątej godziny (bo wtedy objętość wody się nie zmienia). To oznacza, że ta przerwa trwała $5h - 3h = 2h$. Zdanie jest więc fałszem.

Krok 2. Ocena prawdziwości drugiego zdania.

W ciągu trzech pierwszych godzin objętość wody spadła z 2000l do poziomu 1400l, czyli wypompowano:

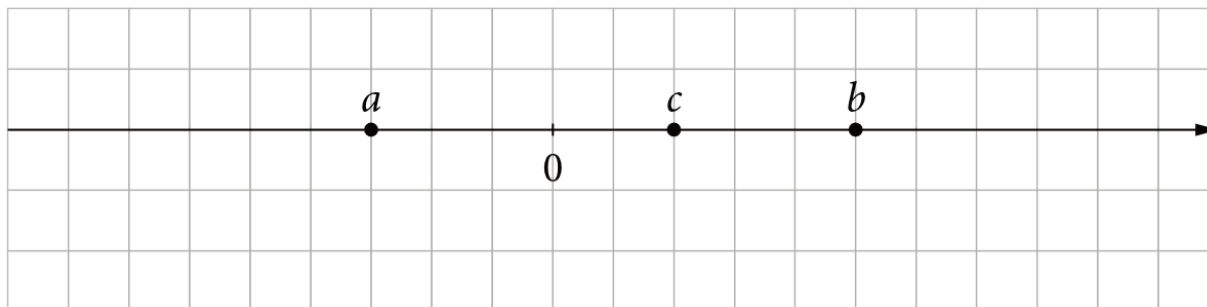
$$2000l - 1400l = 600l$$

Trzy ostatnie godziny to okres między piątą i ósmą godziną. Widzimy, że w tym czasie wypompowano wodę z poziomu 1400l do 200l, czyli wypompowano:

$$1400l - 200l = 1200l$$

Widzimy więc, że faktycznie w ciągu trzech ostatnich godzin wypompowano wodę dwa razy szybciej niż w ciągu trzech pierwszych godzin (bo w tym samym czasie udało się wypompować dwa razy więcej wody), zatem zdanie jest prawdą.

Na kwadratowej siatce narysowano oś liczbową i zaznaczono na niej trzy liczby: a , b , c .



Która równość jest prawdziwa?

Odpowiedź: D ($c - a = b$)

Krok 1. Odczytanie wartości liczb a , b , c .

Do zadania można podejść na różne sposoby. Na pewno jedna kratka to jedna jednostka (niekoniecznie musi to być wartość równa 1, równie dobrze jedna kratka to może być 10). Aby więc zachować poprawność matematyczną przyjmijmy, że jedna kratka to x , zatem patrząc na odległości punktów od zera możemy zapisać, że:

$$a = -3x, b = 5x, c = 2x$$

Oczywiście nic się nie stanie jak zapiszemy, że $a = -3$, $b = 5$ oraz $c = 2$ (dojdziemy do tego samego wyniku).

Krok 2. Sprawdzenie poprawności równości z odpowiedzi.

Musimy teraz sprawdzić, która z podanych równości jest poprawna. Przeanalizujmy po kolei każdą z odpowiedzi, podstawiając wyznaczone przed chwilą wartości, i sprawdzimy, kiedy lewa strona będzie równa stronie prawej:

Odp. A.

$$a - c = b, -3x - 2x = 5x, -5x = 5x, L \neq P$$

Odp. B.

$$a + c = b, -3x + 2x = 5x, -x = 5x, L \neq P$$

Odp. C.

$$b - c = a, 5x - 2x = -3x, 3x = -3x, L \neq P$$

Odp. D.

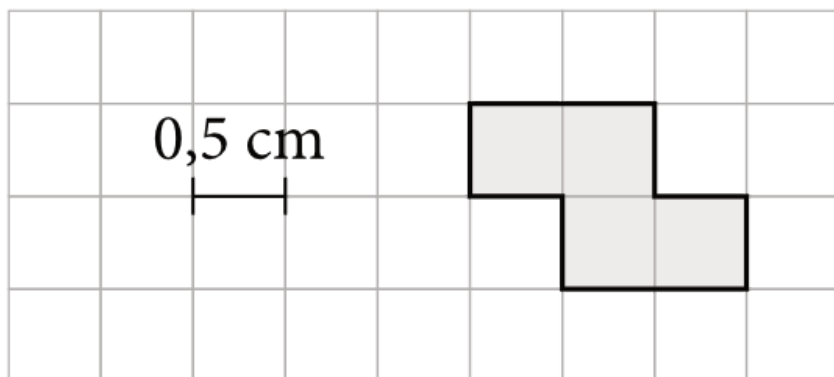
$$c - a = b, 2x - (-3x) = 5x, 2x + 3x = 5x, 5x = 5x, L = P$$

Widzimy, że prawdziwa była jedynie ostatnia równość.

Zadanie 10

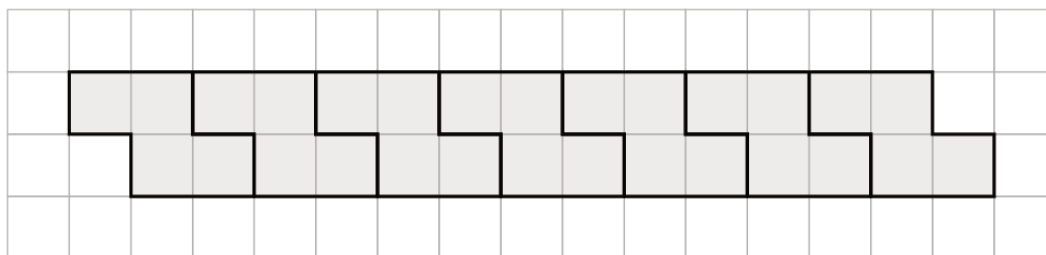
0–1 pkt

Jubiler wykonuje ze srebra elementy takie jak na rysunku 1.



Rys. 1

Z takich elementów tworzy łańcuszek w sposób pokazany na rysunku 2. (końce takiego łańcuszka pozostają niezłączone).



Rys. 2

Jaka jest długość łańcuszka złożonego z 12 takich elementów?

Odpowiedź: C (12, 5cm)

Zadanie jest dość podchwytliwe. Początkowo mogłoby się wydawać, że skoro jeden element ma długość 1, 5cm (widzimy, że zajmuje on długość trzech kratek), to 12 elementów da długość $12 \cdot 1, 5cm = 18cm$. To jest błędne myślenie (zresztą nawet nie mamy takiej odpowiedzi wśród proponowanych). Wynika to z faktu, że elementy łańcuszka zachodzą na siebie.

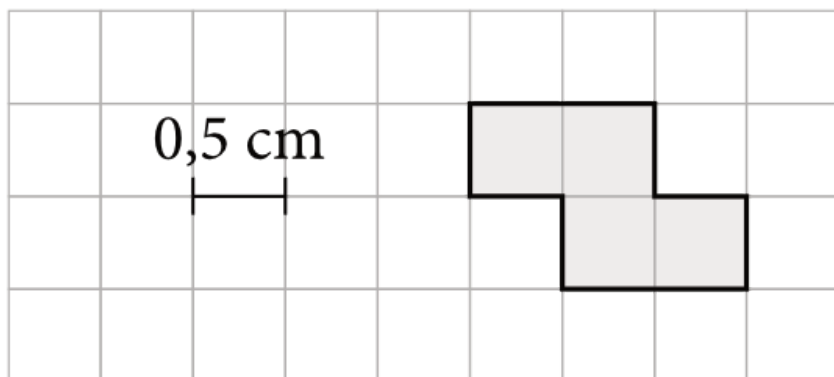
Do zadania trzeba więc podejść nieco inaczej. Widzimy, że pierwszy element daje nam 1, 5cm długości łańcuszka, a każdy kolejny wydłuża nam łańcuszek o 1cm. Skoro tak, to długość łańcuszka składającego się z 12 elementów będzie równa:

$$1, 5cm + 11 \cdot 1cm = 1, 5cm + 11cm = 12, 5cm$$

Zadanie 11

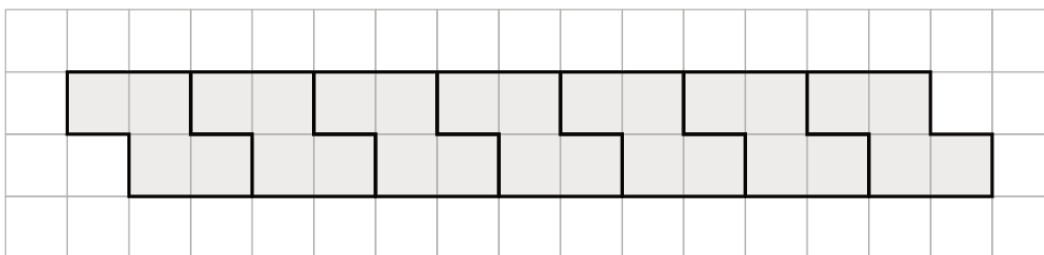
0–1 pkt

Jubiler wykonuje ze srebra elementy takie jak na rysunku 1.



Rys. 1

Z takich elementów tworzy łańcuszek w sposób pokazany na rysunku 2. (końce takiego łańcuszka pozostają niezłączone).



Rys. 2

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Łańcuszek o długości 21,5cm składa się z 22 elementów.

Długość łańcuszka (w centymetrach) złożonego z n elementów jest równa $n + 0,5$.

Łańcuszek o długości 21,5cm składa się z 22 elementów.

Prawda

Fałsz

Długość łańcuszka (w centymetrach) złożonego z n elementów jest równa $n + 0,5$.

Prawda

Fałsz

Odpowiedź: 1) FAŁSZ

Krok 1. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

Widzimy, że jeden element łańcuszka ma długość 1,5cm. Nie oznacza to jednak, że dodanie kolejnego elementu do łańcuszka spowoduje wzrost długości o 1,5cm. Elementy łańcuszka nakładają się na siebie i efekt tego jest taki, że o ile pierwszy element daje nam 1,5cm długości łańcuszka, tak każdy kolejny wydłuża nam łańcuszek o 1cm.

Łańcuszek składający się z 22 elementów miałby jeden element początkowy oraz 21 elementów dodanych, czyli jego długość wyniosłaby:

$$1,5cm + 21 \cdot 1cm = 1,5cm + 21cm = 22,5cm$$

To oznacza, że zdanie jest fałszem.

Krok 2. Ocena prawdziwości drugiego zdania.

Łańcuszek o długości n elementów składa się z jednego elementu o długości $1,5\text{cm}$ i $n - 1$ elementów wydłużających go o 1cm . Długość takiego łańcuszka moglibyśmy więc rozpisać jako:

$$1,5 + (n - 1) \cdot 1 = 1,5 + n - 1 = n + 0,5$$

Zdanie jest więc prawdą.

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Aby otrzymać 2-procentowy roztwór soli, należy rozpuścić . Aby otrzymać 2-procentowy roztwór soli, do 100g roztworu 4-procentowego tej soli należy dołączyć wody.

Odpowiedź: B (2g soli w 98g wody), D (100g)

Krok 1. Rozwiązanie pierwszej części zadania.

Jeżeli rozpuścimy 2g soli w 100g wody, to otrzymamy 102g roztworu, w którym sól stanowi $\frac{2}{102} \approx 1,96\%$ całości. To nie jest więc sytuacja, która nas interesuje.

Jeżeli rozpuścimy 2g soli w 98g wody, to otrzymamy 100g roztworu, w którym sól stanowi $\frac{2}{100} = 2\%$ całości. To jest właśnie oczekiwany przez nas wynik, stąd też będzie to prawidłowa odpowiedź.

Krok 2. Rozwiązanie drugiej części zadania.

Mamy 100g roztworu 4-procentowego, czyli mamy 4g soli. Mając te 4g soli, chcemy otrzymać roztwór 2-procentowy. Aby tak się stało, to całego roztworu musimy mieć w takim razie 200g, bo $\frac{4g}{200g} = \frac{2}{100} = 2\%$. Skoro mamy 100g roztworu i dolewamy wodę, to aby otrzymać 200g roztworu, musimy dodać 100g wody.

Zadanie 13

0–1 pkt

W trójkącie równoramiennym jeden z kątów ma miarę 36° . Pozostałe dwa kąty tego trójkąta mogą mieć miary:

Odpowiedź: A (36° i 108°)

W trójkącie równoramiennym mamy dwa kąty o jednakowej mierze (znajdują się one przy podstawie). Mamy więc teoretycznie dwie możliwości:

I możliwość - kąt 36° jest między ramionami - w takiej sytuacji na kąty przy podstawie zostanie nam $180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$, czyli każdy z kątów przy podstawie będzie miał $144^\circ : 2 = 72^\circ$.

II możliwość - kąt 36° jest przy podstawie - w takiej sytuacji drugi kąt przy podstawie ma także 36° , zatem kąt między ramionami ma miarę $180^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 108^\circ$.

Pasuje nam więc odpowiedź pierwsza (to jest sytuacja przedstawiona w drugiej możliwości).

Zadanie 14

0–1 pkt

Ostrosłup ma n wierzchołków. Którym wyrażeniem algebraicznym poprawnie opisano liczbę jego krawędzi?

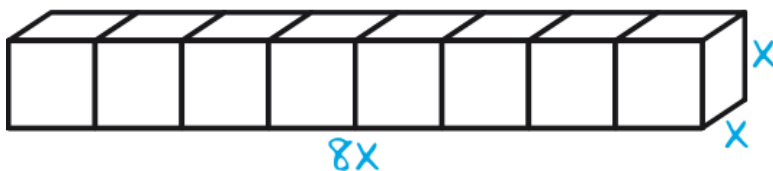
Odpowiedź: C ($2(n - 1)$)

Liczba wierzchołków i krawędzi ostrosłupa jest uzależniona od tego jaką figurę mamy w podstawie. Generalna zasada mówi, że ostrosłup mający n -kąt w podstawie ma $n + 1$ wierzchołków i $2n$ krawędzi. Trudność tego zadania polega na tym, że trochę dublują się nam oznaczenia (mamy podane, że ostrosłup ma n wierzchołków), dlatego ważne jest teraz, by się nie pogubić w definicjach.

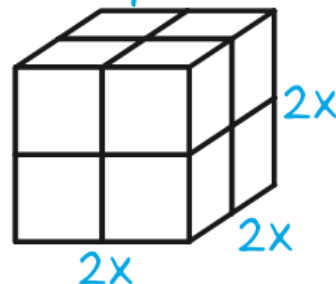
Z tego też względu podejźmy do tematu z innej strony. Wiemy, że liczba wierzchołków jest o 1 większa od liczby kątów (lub boków) figury znajdującej się w podstawie. Skoro tak, to figura znajdująca się w podstawie ma $n - 1$ kątów. Liczba krawędzi ma być zawsze dwa razy większa od tej liczby kątów, stąd też liczbę krawędzi możemy zapisać jako $2(n - 1)$.

Z klocków w kształcie sześcianu Janek zbudował trzy prostopadłościany. Każdy prostopadłościan składa się z 8 klocków. Które zdanie jest prawdziwe?

Przykład 1



Przykład 2

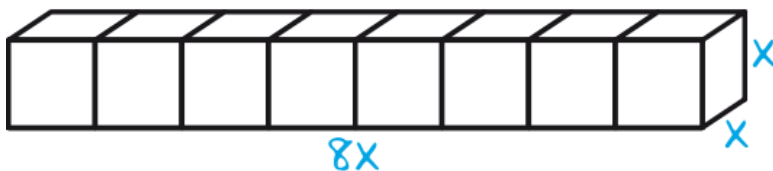


Odpowiedź: B

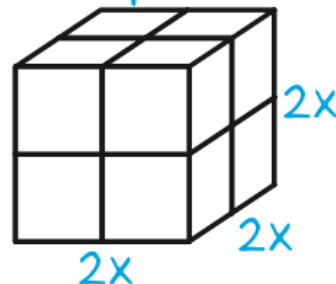
Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Jeżeli każdy prostopadłościan składa się z takiej samej liczby klocków, to na pewno wszystkie prostopadłościany mają jednakowe objętości. A czy pola powierzchni całkowitej będą jednakowe? Nie, zdecydowanie nie. Wyobraźmy sobie, że każdy sześcian ma bok o długości x i układamy takie oto dwie bryły:

Przykład 1



Przykład 2



Krok 2. Pokazanie, że pola powierzchni brył są różne.

W pierwszej sytuacji mamy prostopadłościan składający się z 8 klocków ułożonych jeden bok drugiego. Taki prostopadłościan ma dwie ściany o polu $x \cdot x = x^2$ i cztery ściany o polu $8x \cdot x = 8x^2$. Pole powierzchni całkowitej tej bryły wyniesie wtedy:

$$P_{c1} = 2 \cdot x^2 + 4 \cdot 8x^2, \quad P_{c1} = 2x^2 + 32x^2, \quad P_{c1} = 34x^2$$

Z tych samych ośmiu klocków możemy też ułożyć duży sześcian o krawędzi $2x$. Taki sześcian ma sześć ścian, każda o polu $2x \cdot 2x = 4x^2$. Pole powierzchni całkowitej wyniesie więc:

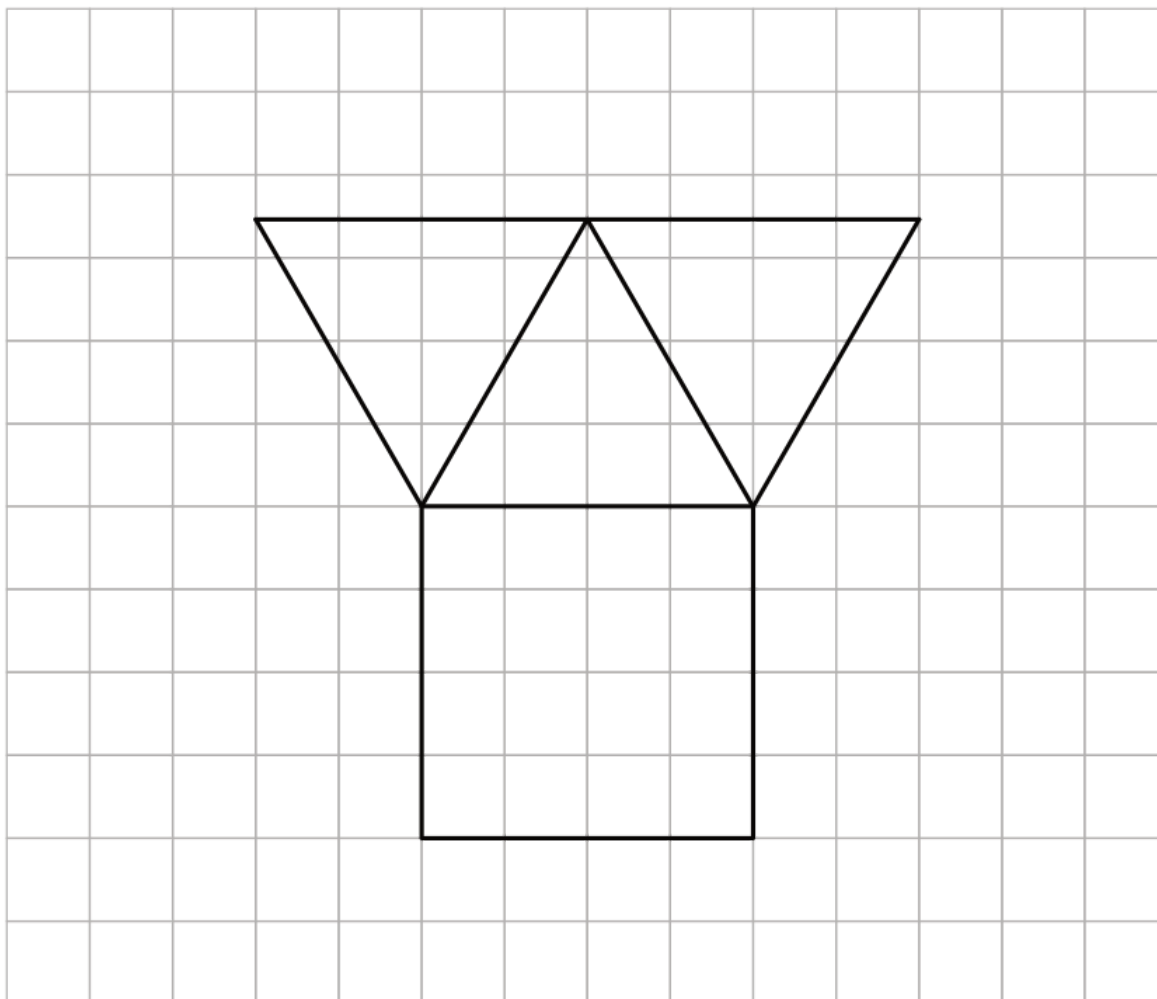
$$P_{c2} = 6 \cdot 4x^2, \quad P_{c2} = 24x^2$$

Widzimy wyraźnie, że pola powierzchni całkowitej są różne. W zasadzie nie musimy już określić, że akurat najmniejsze pole powierzchni będzie mieć sześcian, bo i bez tej wiedzy widzimy, że pasuje nam jedynie odpowiedź B.

Zadanie 16

0-2 pkt

Rysunek przedstawia fragment siatki ostrosłupa prawidłowego czworokątnego, którego wszystkie krawędzie mają po 2 cm długości.



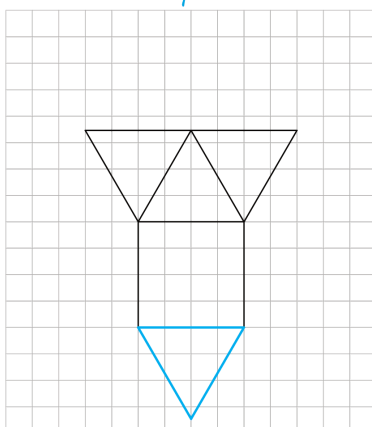
a) Uzupełnij powyższy rysunek – dorysuj brakujący element siatki ostrosłupa.

b) Oblicz łączną długość wszystkich krawędzi tego ostrosłupa.

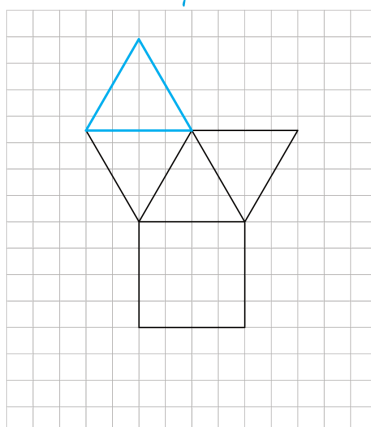
Odpowiedź: a) są trzy możliwości

a) Uzupełniona siatka może wyglądać następująco:

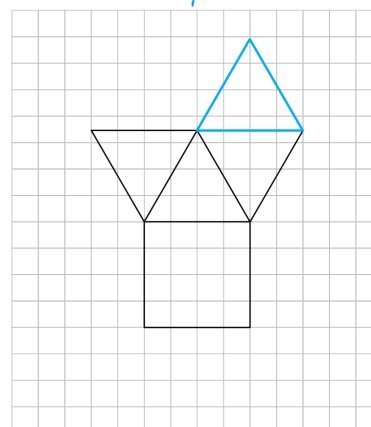
Przykład 1



Przykład 2



Przykład 3



b) Ostrosłup mający w podstawie czworokąt (czyli liczba boków wynosi $n = 4$) będzie mieć osiem krawędzi (bo liczba

krawędzi ostrosłupa jest równa $2n$, czyli $2 \cdot 4 = 8$). Skoro każda krawędź ma długość 2cm , to łączna suma krawędzi wyniesie:

$$8 \cdot 2\text{cm} = 16\text{cm}$$

Zadanie 17

0-2 pkt

W sklepie AGD pralka kosztuje 1353zł . Jej cena zawiera podatek VAT wynoszący 23% . Sklep zapowiada promocję w ostatnią sobotę miesiąca: WSZYSTKO BEZ VAT, co oznacza, że ceny wszystkich towarów zostaną obniżone o wysokość podatku VAT. Jaka będzie cena promocyjna pralki?

Odpowiedź: 1100zł

Krok 1. Wprowadzenie oznaczeń do zadania.

Najważniejszą rzeczą w tym zadaniu jest poprawne zrozumienie jak działa podatek VAT. Schemat jest dość prosty: cena netto + podatek VAT (od ceny netto) = cena brutto. Cena pralki jest więc ceną brutto.

Bazując na tej wiedzy, wprowadźmy do zadania proste oznaczenia:

x - cena netto

$0,23x$ - podatek VAT (bo jest to 23% z ceny x)

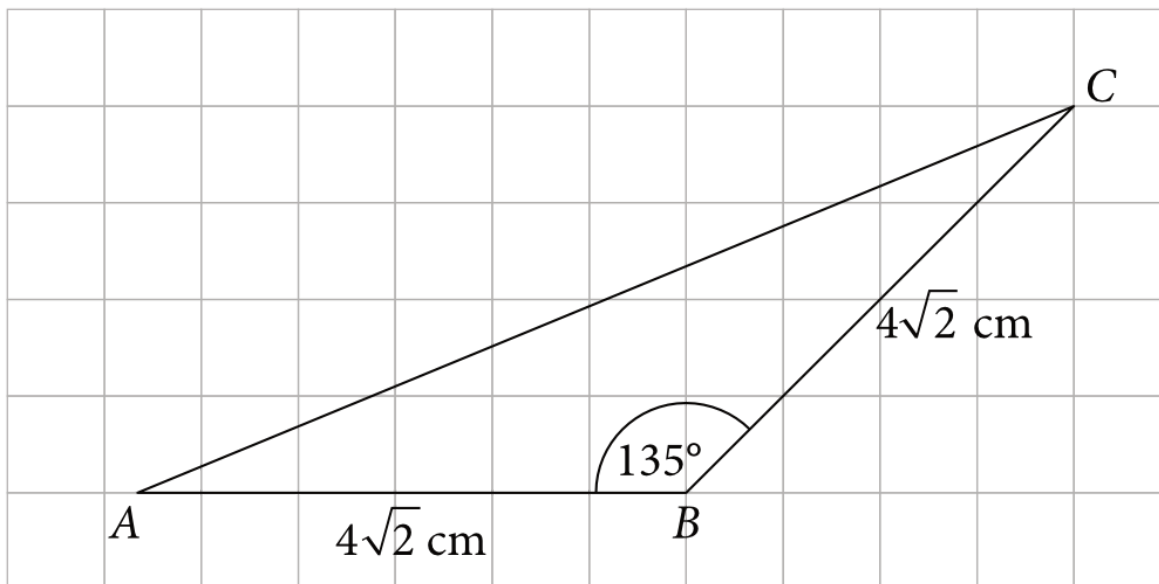
$x + 0,23x = 1,23x$ - cena brutto

Krok 2. Obliczenie ceny promocyjnej pralki.

Cena promocyjna to w tym przypadku cena netto. Wiemy, że cena brutto wynosi 1353zł , zatem możemy zapisać, że:

$$1,23x = 1353\text{zł}, \quad x = 1100$$

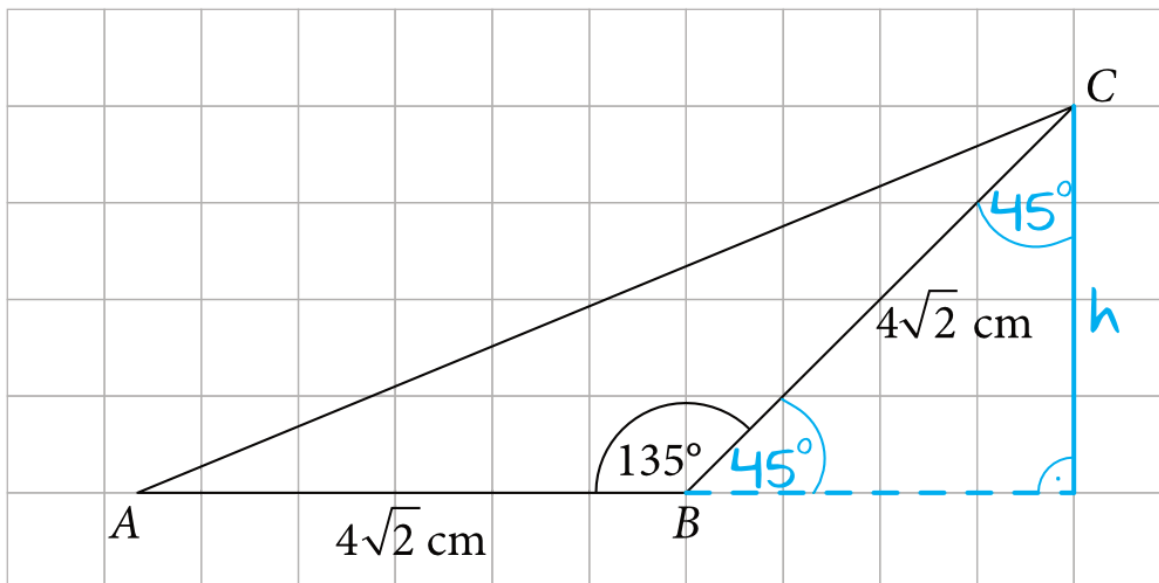
W trójkącie ABC długości boków są równe $|AB| = |BC| = 4\sqrt{2}\text{cm}$, a miara kąta ABC wynosi 135° . Oblicz pole tego trójkąta. Zapisz obliczenia.



Odpowiedź: $P = 8\sqrt{2}\text{cm}^2$

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Do obliczenia pola potrzebujemy poznać długość wysokości trójkąta. Jest to trójkąt rozwartokątny, więc wysokość opuszczona na podstawę AB znajdzie się poza trójkątem. Rysując tę wysokość warto zauważyć, że powstanie nam przy okazji trójkąt o kątach 45° , 45° , 90° i to właśnie z własności tego trójkąta obliczymy brakującą wysokość h .



Kąt DBC ma miarę 45° , ponieważ suma kątów przyległych jest równa 180° .

Krok 2. Obliczenie wysokości h .

Spójrzmy na trójkąt BDC . W trójkątach o kątach 45° , 45° , 90° (czyli w połowie kwadratu) przyprostokątne mają długość a , natomiast przeciwprostokątna ma długość $a\sqrt{2}$. Skoro przeciwprostokątna ma długość $4\sqrt{2}\text{cm}$, to:

$$a\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\text{cm}, \quad a = 4\text{cm}$$

To oznacza, że przyprostokątne trójkąta BDC mają długość 4cm , a więc tym samym $h = 4\text{cm}$.

Krok 3. Obliczenie pola powierzchni trójkąta ABC .

Znając długość podstawy $|AB| = 4\sqrt{2}$ oraz mając już wysokość $h = 4\text{cm}$, możemy bez problemu przejść do obliczenia pola powierzchni trójkąta:

$$P = \frac{1}{2}ah, P = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2}\text{cm} \cdot 4\text{cm}, P = 8\sqrt{2}\text{cm}^2$$

Zadanie 19

0-3 pkt

Trzy studentki postanowiły wynająć mieszkanie i równo podzielić się opłatą za wynajem. Zapytały o cenę i obliczyły, że gdyby zamieszkała z nimi jeszcze jedna koleżanka, to każda z nich płaciłaby o 155zł mniej. Jaka była cena wynajmu tego mieszkania? Ile płaciłaby każda z nich, gdyby we trzy wynajmowały mieszkanie, a ile – gdyby mieszkały w nim we cztery? Zapisz obliczenia.

Odpowiedź: Łączny koszt wynajmu

Krok 1. Wprowadzenie oznaczeń do zadania.

Wprowadźmy sobie proste oznaczenia:

x - opłata za wynajem przypadająca na każdą z trzech studentek (gdyby mieszkały we trzy)

$3x$ - łączna opłata za wynajem

Po dołączeniu czwartej studentki czynsz mógłby spaść o 155zł , czyli:

$x - 155$ - opłata za wynajem przypadająca na każdą z czterech studentek (gdyby mieszkały we cztery)

$4 \cdot (x - 155)$ - łączna opłata za wynajem

Krok 2. Ułożenie i rozwiązanie równania.

Łączna opłata za wynajem jest stała, niezależnie od tego, czy będą wynajmować trzy czy cztery studentki. Skoro tak, to możemy zapisać, że:

$$3x = 4 \cdot (x - 155), 3x = 4x - 620, -x = -620, x = 620$$

Krok 3. Ustalenie opłat dla każdej ze studentek.

Z obliczeń wyszło, że gdyby dziewczyny wynajmowały mieszkanie we trzy, to każda zapłaciłaby po 620zł . Gdyby wynajmowały we cztery, to wtedy każda zapłaciłaby $620\text{zł} - 155\text{zł} = 465\text{zł}$.

Krok 4. Obliczenie całkowitego kosztu wynajmu mieszkania.

Zgodnie z treścią zadania, musimy obliczyć jeszcze całkowity koszt wynajmu. Koszt ten będzie niezależny od tego, czy mieszkanie wynajmą trzy studentki, czy cztery i wyniesie on:

$$4 \cdot 465\text{zł} = 1860\text{zł}$$