

Klucz odpowiedzi i rozwiązania — Próbny egzamin ósmoklasisty z matematyki - Nowa Era 2020

Opracowanie Matematix.pl na podstawie rozwiązań zadań w serwisie — nie jest to oficjalny dokument CKE ani wydawnictwa. Zadania i rozwiązania online: matematix.pl. Wygenerowano 26.09.2026.

Odpowiedzi do zadań zamkniętych

Zadanie	Odpowiedź	Pkt
1	C (50)	1
2	D (cztery)	1
3	A (mniejsza od $1\frac{3}{4}$), C (równa 0)	1
6	C (30)	1
7	C ($\frac{1}{3}$)	1
8	B (105% liczby x), D (24)	1
9	C (56)	1
11	B ($N = (2; -1)$)	1
12	B (Bernard)	1
13	A (35°)	1
14	D (Pole trapezu jest o $0,5a$ mniejsze od pola prostokąta.)	1
15	B (trzy)	1

Rozwiązania krok po kroku

Zadanie 1

0–1 pkt

Roksana poprawnie obliczyła wartość wyrażenia $\frac{10+5}{\frac{1}{5}+\frac{1}{10}}$. Jaki wynik otrzymała?

Odpowiedź: C (50)

Nasze zadanie polega tak naprawdę na obliczeniu wartości podanego wyrażenia. Pamiętając o tym, że kreska ułamkowa jest formą dzielenia, całość możemy rozpisać w następujący sposób:

$$\frac{10+5}{\frac{1}{5}+\frac{1}{10}} = \frac{15}{\frac{2}{10}+\frac{1}{10}} = \frac{15}{\frac{3}{10}} = 15 : \frac{3}{10} = 15 \cdot \frac{10}{3} = \frac{150}{3} = 50$$

Zadanie 2

0-1 pkt

Na karteczkach zapisano cztery liczby.

$$\frac{3^5}{3}$$

$$3 \cdot 3^3$$

$$\frac{(3^3)^2}{3^2}$$

$$9^4 : 3^4$$

Ile spośród nich jest równych 3^4 ?

Odpowiedź: D (cztery)

Obliczmy wartość każdej z podanych liczb, korzystając z działań na potęgach.

I liczba:

$$\frac{3^5}{3} = 3^5 : 3 = 3^5 : 3^1 = 3^{5-1} = 3^4$$

II liczba:

$$3 \cdot 3^3 = 3^1 \cdot 3^3 = 3^{1+3} = 3^4$$

III liczba:

$$\frac{(3^3)^2}{3^2} = \frac{3^{3 \cdot 2}}{3^2} = \frac{3^6}{3^2} = 3^6 : 3^2 = 3^{6-2} = 3^4$$

IV liczba:

$$9^4 : 3^4 = (3^2)^4 : 3^4 = 3^{2 \cdot 4} : 3^4 = 3^8 : 3^4 = 3^{8-4} = 3^4$$

To oznacza, że wszystkie cztery liczby są równe 3^4 .

Zadanie 3

0-1 pkt

Dane są trzy liczby:

$$a = \sqrt{1\frac{9}{16}}$$

$$b = 9 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{27}}$$

$$c = \sqrt{2^3 + 1}$$

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Liczba a jest A B Liczba $b - c$ jest C D

Odpowiedź: A (mniejsza od $1\frac{3}{4}$), C (równa 0)

Krok 1. Rozwiązanie pierwszej części zadania.

Naszym zadaniem jest wykonanie poprawnego pierwiastkowania liczby a . W tym celu musimy najpierw zamienić liczbę mieszaną (znajdącą się pod pierwiastkiem) na ułamek niewłaściwy, a dopiero potem będziemy mogli wykonać poprawne pierwiastkowanie:

$$\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

To oznacza, że liczba a jest mniejsza od $1\frac{3}{4}$.

Krok 2. Rozwiązanie drugiej części zadania.

Zanim wykonamy odejmowanie, to obliczymy wartość każdej z tych liczb z osobna:

$$b = 9 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{27}} = 9 \cdot \frac{1}{3} = 3, \quad c = \sqrt{2^3 + 1} = \sqrt{8 + 1} = \sqrt{9} = 3$$

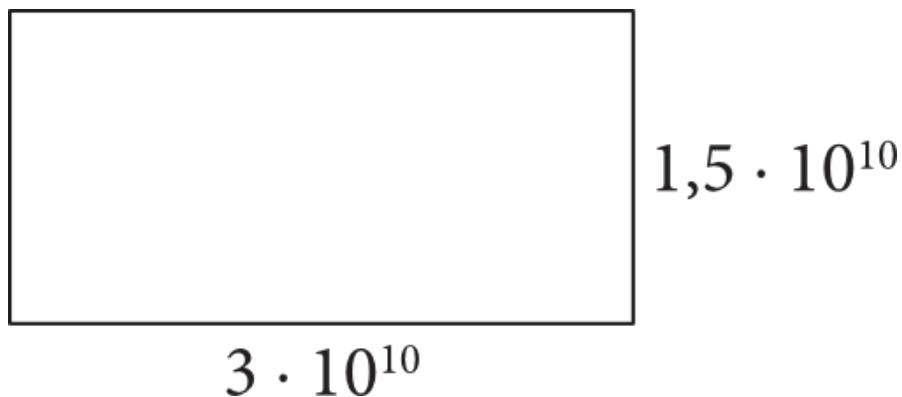
Wykonanie samego odejmowania jest już tylko formalnością:

$$b - c = 3 - 3 = 0$$

Zadanie 4

0-1 pkt

Na rysunku przedstawiono prostokąt i podano długości jego boków.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Obwód tego prostokąta jest równy $4,5 \cdot 10^{10}$

Pole tego prostokąta jest równe $4,5 \cdot 10^{20}$

Obwód tego prostokąta jest równy $4,5 \cdot 10^{10}$

Prawda

Fałsz

Pole tego prostokąta jest równe $4,5 \cdot 10^{20}$

Prawda

Fałsz

Odpowiedź: 1) FAŁSZ

Krok 1. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

Aby ocenić, czy zdanie jest prawdą, czy fałszem, musimy obliczyć obwód tej figury. Nasz prostokąt ma dwa boki o długości $3 \cdot 10^{10}$ oraz dwa o długości $1,5 \cdot 10^{10}$, zatem:

$$Obw = 2 \cdot 3 \cdot 10^{10} + 2 \cdot 1,5 \cdot 10^{10} = 6 \cdot 10^{10} + 3 \cdot 10^{10} = 9 \cdot 10^{10}$$

To oznacza, że zdanie jest fałszem.

Krok 2. Ocena prawdziwości drugiego zdania.

Analogicznie musimy policzyć pole naszej figury. Pamiętając o tym, że mnożenie jest przemienne, możemy sobie to wszystko rozpisac w następujący sposób:

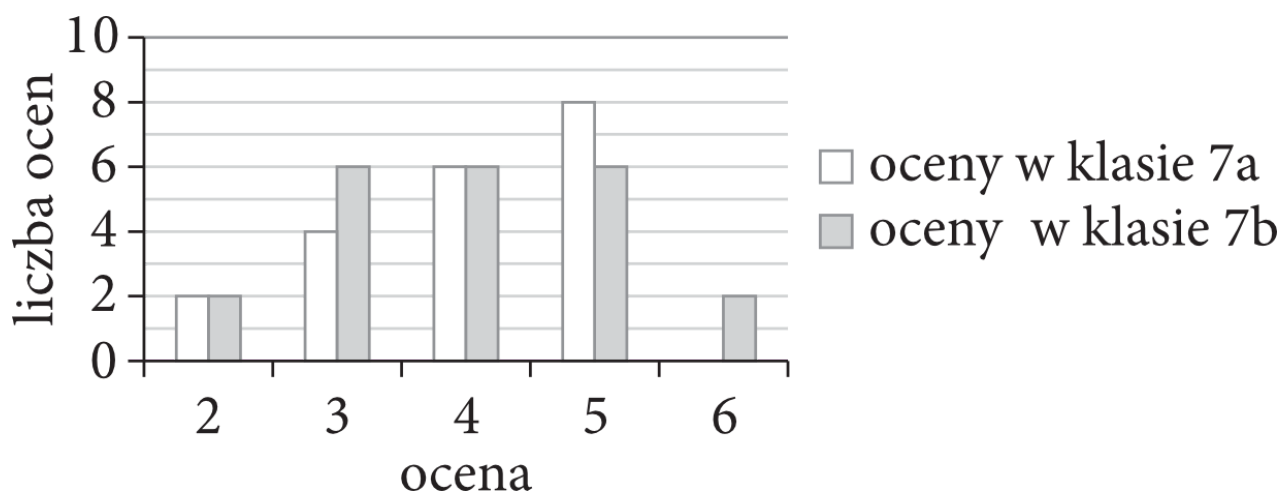
$$P = 3 \cdot 10^{10} \cdot 1,5 \cdot 10^{10} = 3 \cdot 1,5 \cdot 10^{10} \cdot 10^{10} = , = 4,5 \cdot 10^{10+10} = 4,5 \cdot 10^{20}$$

To oznacza, że drugie zdanie jest prawdą.

Zadanie 5

0-1 pkt

Na diagramie przedstawiono oceny z kartkówki z matematyki uzyskane przez uczniów klas 7a i 7b.



Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Średnia ocen z kartkówki w klasie 7a jest równa średniej ocen z tej kartkówki w klasie 7b.

Średnia ocen z kartkówki w obu klasach łącznie jest równa 4.

Średnia ocen z kartkówki w klasie 7a jest równa średniej ocen z tej kartkówki w klasie 7b.

Prawda

Fałsz

Średnia ocen z kartkówki w obu klasach łącznie jest równa 4.

Prawda

Fałsz

Odpowiedź: 1) PRAWDA

Krok 1. Obliczenie średniej arytmetycznej ocen.

Policzmy średnią arytmetyczną ocen dla każdej z klas. Aby tego dokonać, musimy podzielić zdobyte oceny przez liczbę wszystkich uczniów, zatem:

Klasa 7a:

$$\frac{2 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 8 \cdot 5 + 0 \cdot 6}{2 + 4 + 6 + 8 + 0} = \frac{4 + 12 + 24 + 40 + 0}{20} = \frac{80}{20} = 4$$

Klasa 7b:

$$\frac{2 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 6 \cdot 5 + 2 \cdot 6}{2 + 6 + 6 + 6 + 2} = \frac{4 + 18 + 24 + 30 + 12}{22} = \frac{88}{22} = 4$$

Krok 2. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

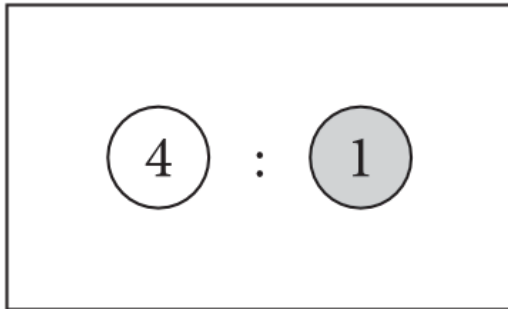
Z obliczeń wykonanych w pierwszym kroku wynika, że to zdanie jest prawdą, bo faktycznie średnia ocen w obydwu

klasach jest jednakowa.

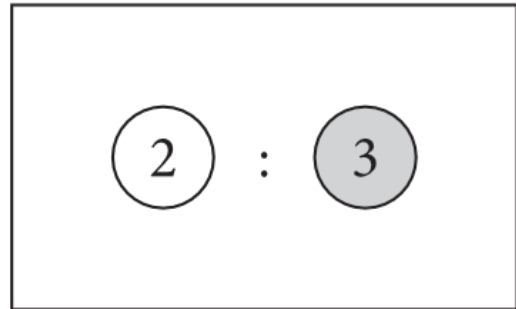
Krok 3. Ocena prawdziwości drugiego zdania.

Drugie zdanie też jest prawdą, bo z obliczeń wyszło, że w obydwu klasach średnia ocen z kartkówki była równa 4.

W pojemnikach I i II znajdują się kule w dwóch kolorach, białym i czarnym. Łączna liczba kul w pojemniku I jest taka sama jak w pojemniku II. W pojemniku I stosunek liczby kul białych do liczby kul czarnych wynosi $4 : 1$, a w pojemniku II – $2 : 3$.



pojemnik I



pojemnik II

Wiadomo, że w pojemniku II jest 15 kul czarnych. Ile kul białych jest łącznie w obu pojemnikach?

Odpowiedź: C (30)

Krok 1. Obliczenie liczby białych kul w drugim pojemniku

Punktem wyjścia będzie II pojemnik. Stosunek kul w tym pojemniku jest równy $2 : 3$, zatem możemy powiedzieć, że białych kul jest $2x$, a czarnych $3x$. Z treści zadania wynika, że w II pojemniku mamy 15 czarnych kul, zatem:

$$3x = 15, x = 5$$

Skoro białych kul jest $2x$, to będzie ich:

$$2 \cdot 5 = 10$$

Krok 2. Obliczenie liczby białych kul w pierwszym pojemniku.

Wiemy, że w obydwu pojemnikach jest taka sama liczba kul. W II pojemniku mieliśmy łącznie $15 + 10 = 25$ kul, zatem i tutaj będziemy mieć ich 25. Wiemy, że stosunek kul białych do czarnych wynosi $4 : 1$, czyli że białych kul jest $4x$, a czarnych x . Skoro tak, to otrzymujemy równanie:

$$4x + x = 25, 5x = 25, x = 5$$

Białych kul jest $4x$, zatem jest ich:

$$4 \cdot 5 = 20$$

Krok 3. Obliczenie liczby białych kul w I i II pojemniku.

Na koniec jest już tylko formalność, bowiem musimy zsumować liczbę białych kul z obydwu pojemników, zatem:

$$10 + 20 = 30$$

Zadanie 7

0–1 pkt

Nauczycielka matematyki ustaliła z uczniami, że o zadaniu klasie pracy domowej zdecyduje losowanie. Przygotowała 30 kartek z kolejnymi liczbami naturalnymi od 1 do 30 (na każdej kartce zapisała jedną liczbę, inną niż pozostałe). Jeśli w danym dniu uczniowie wylosują kartkę z liczbą pierwszą, to tego dnia nie jest zadawana praca domowa. Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania kartki oznaczającej dzień bez pracy domowej?

Odpowiedź: C ($\frac{1}{3}$)

Krok 1. Ustalenie, ile jest liczb pierwszych.

Aby rozwiązać to zadanie, musimy najpierw ustalić ile jest liczb pierwszych w zakresie od 1 do 30. Wypiszmy sobie może te liczby (pamiętaj, że wszystkie liczby pierwsze, oprócz dwójki, będą nieparzyste):

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29

Łącznie jest to 10 liczb.

Krok 2. Obliczenie prawdopodobieństwa.

Dzień bez pracy domowej będzie wtedy, gdy wylosowana liczba będzie liczbą pierwszą. Wylosować możemy jedną z 30 kartek, a liczb pierwszych jest łącznie 10, zatem prawdopodobieństwo wylosowania liczby pierwszej będzie równe:

$$p = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$$

Zadanie 8

0-1 pkt

Przeczytaj informację w ramce.

Jeżeli od liczby x odejmiemy 3, to otrzymamy 95% liczby x .

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Jeżeli do liczby x dodamy 3, to otrzymamy $\boxed{A} / \boxed{B}$ 40% liczby x jest równe $\boxed{C} / \boxed{D}$

Odpowiedź: B (105% liczby x), D (24)

Krok 1. Obliczenie wartości liczby x

Z treści zadania wynika, że $x - 3$ jest równe 95% liczby x , czyli $0,95x$. Otrzymamy zatem następujące równanie:

$$x - 3 = 0,95x, \quad 0,05x = 3 \quad / \cdot 20, \quad x = 60$$

To oznacza, że naszą liczbą x jest 60.

Krok 2. Rozwiązanie pierwszej części zadania.

Na początek dodajmy 3 do naszej liczby x , dzięki czemu otrzymamy:

$$x + 3 = 60 + 3 = 63$$

Ustalmy teraz jakim procentem liczby 60 jest otrzymana liczba 63, zatem:

$$\frac{63}{60} = 1 \frac{3}{60} = 1 \frac{1}{20} = 1,05 = 105\%$$

To oznacza, że otrzymana liczba stanowi 105% liczby x .

Krok 3. Rozwiązanie drugiej części zadania.

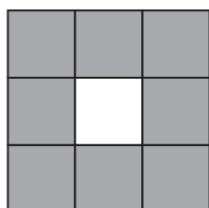
Wiemy już, że $x = 60$, zatem 40% liczby 60 będzie równe:

$$0,4 \cdot 60 = 24$$

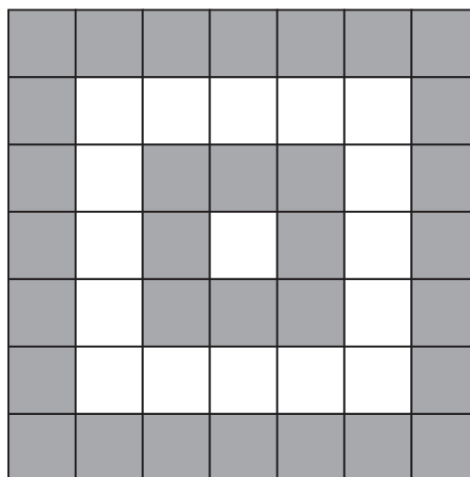
Zadanie 9

0–1 pkt

Z białych i szarych kwadratowych płytek ułożono mozaikę. Pierwsze dwa etapy jej powstawania pokazano na rysunku.



etap I



etap II

itd.

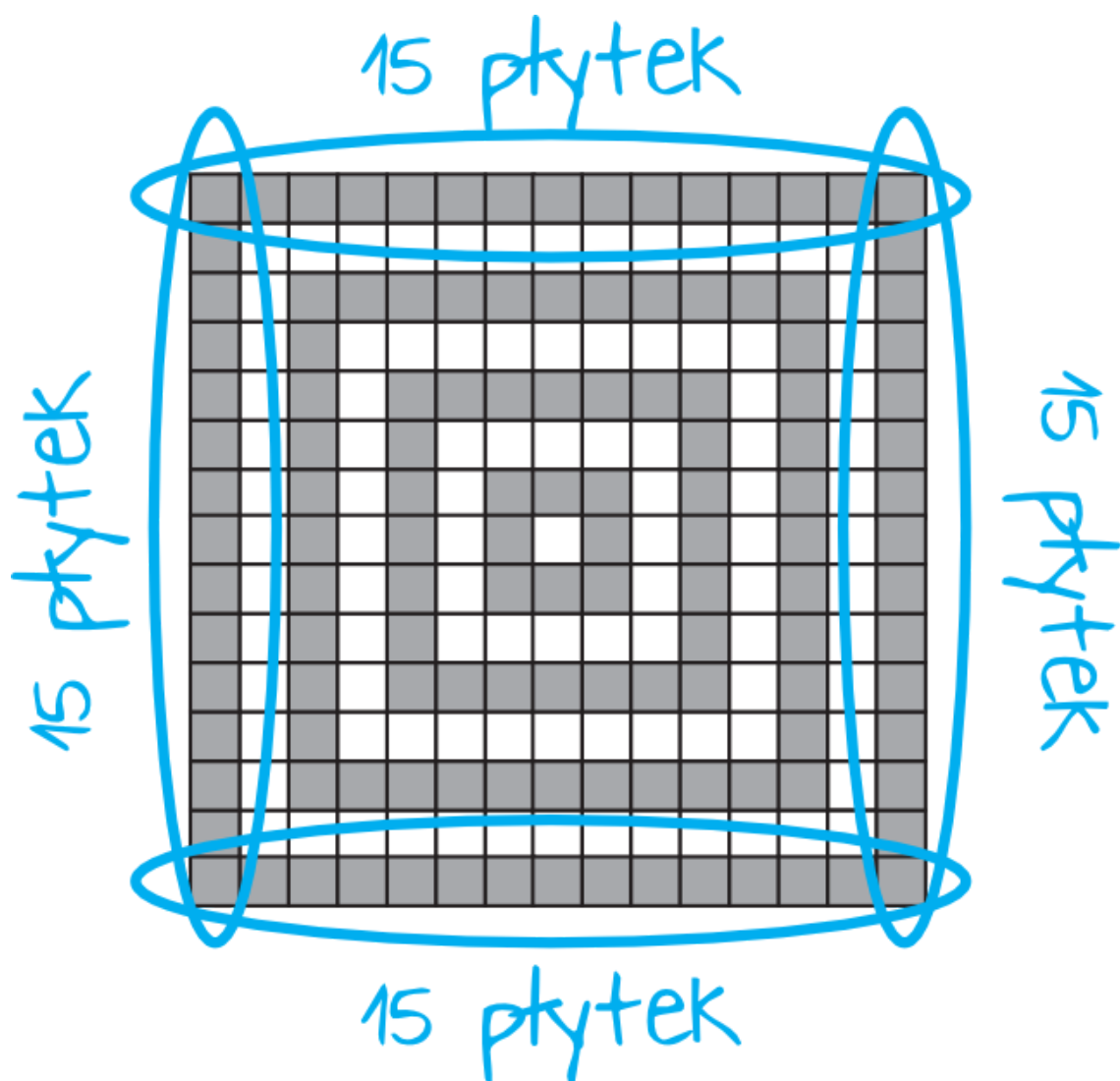
Ile szarych płytek dołożono na *IV* etapie tworzenia mozaiki?

Odpowiedź: C (56)

Kluczem do sukcesu jest dostrzeżenie prawidłowości, według której dokładane są szare płytki. Można do tego podejść na wiele różnych sposobów, więc jest tutaj spora dowolność. Najprościej będzie chyba zauważyć, że pierwszy etap ma wymiary 3×3 , drugi etap ma wymiary 7×7 , a każdy kolejny będzie miał o 4 płytki wzdłuż i w szerz więcej, czyli trzeci etap będzie miał 11×11 , a czwarty 15×15 .

To teraz ustalmy ile szarych płytek zostanie dołożonych na tym czwartym etapie. Zostaną tam dołożone wszystkie te szare zewnętrzne płytki - czyli 15 płytek na dole, 15 na górze, 15 po lewej stronie i 15 po lewej. Licząc jednak w ten sposób, dublujemy płytki w narożnikach, więc te 4 zdublowane płytki musimy odjąć. To oznacza, że na *IV* etapie tworzenia mozaiki, liczba dołożonych płytek będzie równa:

$$4 \cdot 15 - 4 = 60 - 4 = 56$$



Zadanie 10

0–1 pkt

Kalina i Kajetan są rodzeństwem i obecnie mają razem 16 lat. Cztery lata temu Kalina była trzy razy starsza od Kajetana.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe. Kajetan jest o 4 lata młodszy od Kaliny.

Obecnie Kalina jest dwa razy starsza od Kajetana.

Kajetan jest o 4 lata młodszy od Kaliny.

Prawda

Fałsz

Obecnie Kalina jest dwa razy starsza od Kajetana.

Prawda

Fałsz

Odpowiedź: 1) PRAWDA

Krok 1. Obliczenie wieku Kaliny i Kajetana.

Wprowadźmy do zadania proste oznaczenia:

x - wiek Kaliny

y - wiek Kajetana

Skoro tak, to:

$x - 4$ - wiek Kaliny 4 lata temu

$y - 4$ - wiek Kajetana 4 lata temu

Z treści zadania wynika, że rodzeństwo ma obecnie razem 16 lat, więc:

$$x + y = 16$$

Dodatkowo wiemy, że cztery lata temu Kalina była trzy razy starsza od Kajetana, zatem:

$$x - 4 = 3 \cdot (y - 4), \quad x - 4 = 3y - 12, \quad x = 3y - 8$$

Z tych dwóch równań możemy ułożyć następujący układ równań:

$$\begin{cases} x + y = 16 \\ x = 3y - 8 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = 16 - y \\ x = 3y - 8 \end{cases},$$

Korzystając z metody podstawiania, możemy zapisać, że:

$$16 - y = 3y - 8, \quad -4y = -24, \quad y = 6$$

Wiemy już, że $y = 6$. Aby obliczyć brakującą niewiadomą x , wystarczy podstawić $y = 6$ do wybranego równania z układu (np. pierwszego), zatem:

$$x + y = 16, \quad x + 6 = 16, \quad x = 10$$

Wyszło nam więc, że Kalina ma 10 lat, a Kajetan ma 6 lat.

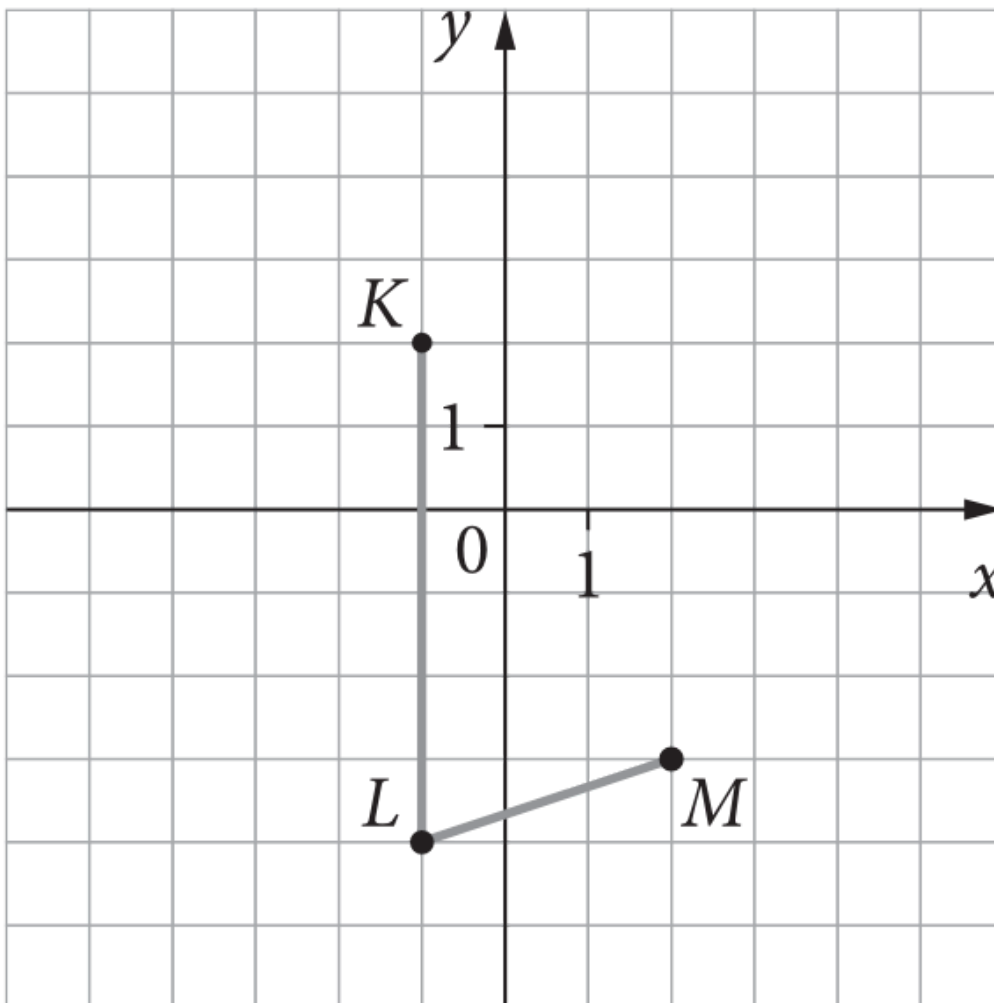
Krok 2. Ocena prawdziwości pierwszego zdania.

Skoro Kalina ma 10 lat, a Kajetan 6 lat, to pierwsze zdanie jest jak najbardziej prawdą, ponieważ $10 - 6 = 4$.

Krok 3. Ocena prawdziwości drugiego zdania.

Aby Kalina była dwa razy starsza od Kajetana, musiałaby mieć lat 12, a nie 10. To oznacza, że drugie zdanie jest fałszem.

W układzie współrzędnych zaznaczono trzy spośród czterech wierzchołków trapezu $KLMN$. Współrzędne wszystkich wierzchołków tego trapezu są liczbami całkowitymi, a jego pole jest równe 12.



Jakie współrzędne ma wierzchołek N tego trapezu?

Odpowiedź: B ($N = (2; -1)$)

Krok 1. Obliczenie długości krótszej podstawy trapezu.

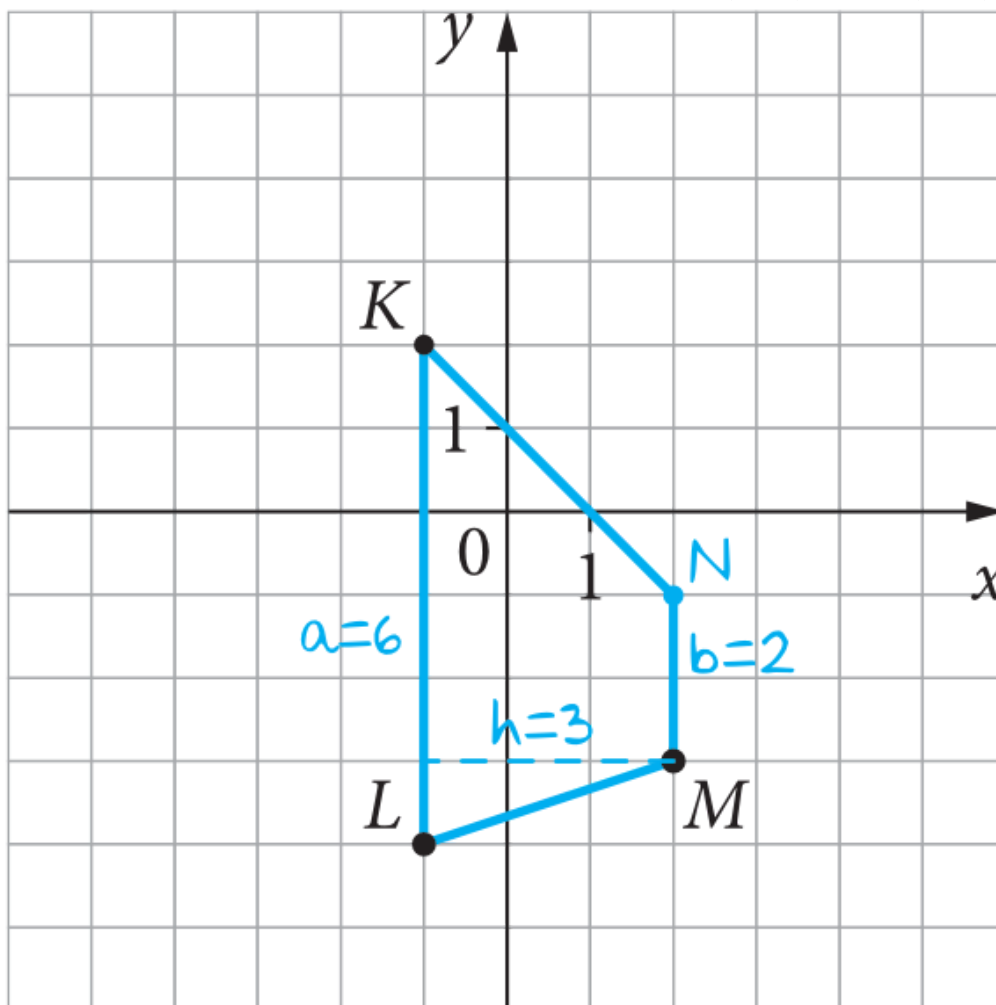
Do obliczenia pola powierzchni trapezu potrzebujemy znać długości obydwu podstaw oraz wysokość figury. Spoglądając na rysunek widzimy, że nasz trapez jest tak jakby przekręcony o 90° , ale to nie przeszkadza nam w poznaniu dwóch kluczowych długości. Zwróćmy uwagę, że odcinek KL ma długość 6 jednostek, czyli że $a = 6$. Widzimy też, że jak z punktu M poprowadzimy prostą prostopadłą, to będzie miała ona długość równą 3 jednostki, zatem wysokość $h = 3$.

Skoro $a = 6$ oraz $h = 3$ i wiemy, że $P = 12$, to możemy obliczyć długość drugiej podstawy tego trapezu:

$$P = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h, 12 = \frac{1}{2}(6 + b) \cdot 3, 4 = \frac{1}{2}(6 + b), 4 = 3 + \frac{1}{2}b, 1 = \frac{1}{2}b, b = 2$$

Krok 2. Wyznaczenie współrzędnych wierzchołka N .

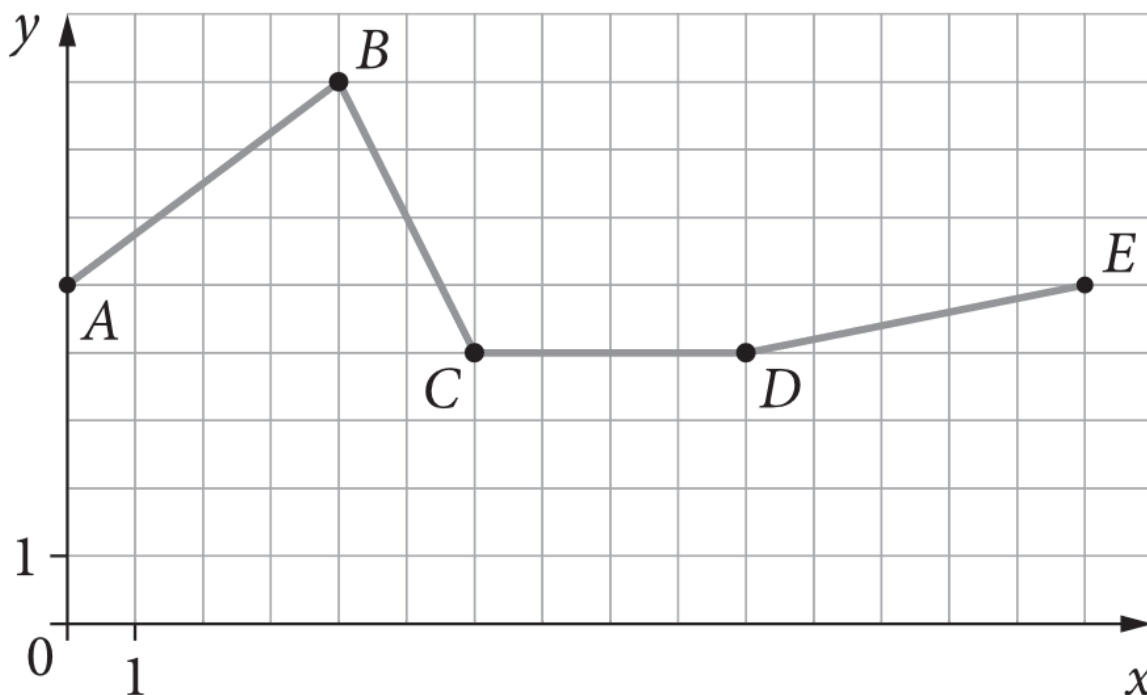
Skoro $b = 2$, to wierzchołek N musi być oddalony o 2 jednostki od wierzchołka M . Aby powstał trapez, to ten wierzchołek N musi być w linii prostej nad M . Skoro więc $M = (2; -3)$, to $N = (2; -1)$.



Zadanie 12

0-1 pkt

W układzie współrzędnych narysowano cztery połączone odcinki: AB , BC , CD i DE . Współrzędne końców odcinków są liczbami całkowitymi.



Adam, Bernard, Cezary i Daniel mieli obliczyć długości poszczególnych odcinków, a następnie uporządkować te odcinki od najkrótszego do najdłuższego. Rozwiązania chłopców przedstawiono w tabeli.

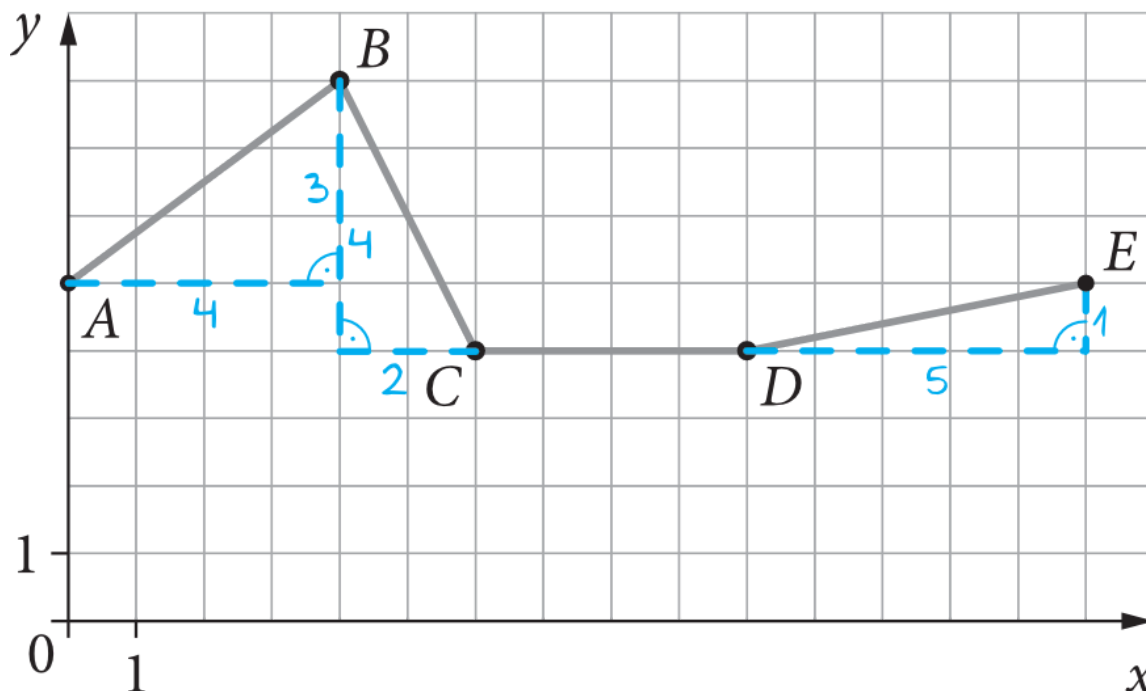
Adam	CD	AB	BC	DE
Bernard	CD	BC	AB	DE
Cezary	CD	BC	DE	AB
Daniel	AB	BC	CD	DE

Kto podał prawidłowe rozwiązanie?

Odpowiedź: B (Bernard)

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Kluczowym problemem w tym zadaniu jest obliczenie długości "ukośnych" odcinków. Pomoże nam w tym jednak Twierdzenie Pitagorasa:



Krok 2. Obliczenie długości poszczególnych odcinków.

Zacznijmy od odcinka AB . Tutaj powinniśmy dostrzec, że jest to po prostu klasyczny trójkąt prostokątny o bokach 3, 4, 5, zatem odcinek $|AB| = 5$. Jeśli tego nie dostrzegamy, to możemy oczywiście skorzystać z Twierdzenia Pitagorasa.

Teraz przejdźmy do odcinka BC . Tym razem nie obejdziesz się bez Twierdzenia Pitagorasa, zatem:

$$2^2 + 4^2 = |BC|^2, \quad 4 + 16 = |BC|^2, \quad |BC|^2 = 20, \quad |BC| = \sqrt{20} \quad \vee \quad |BC| = -\sqrt{20}$$

Ujemny wynik oczywiście odrzucamy, zatem zostaje nam $|BC| = \sqrt{20}$ i w takiej postaci możemy to zostawić.

Odcinek CD jest najprostszy, bowiem wystarczy policzyć jego długość po kratkach. Tutaj możemy wprost zapisać, że $|CD| = 4$.

Na koniec został odcinek DE i tak jak w przypadku odcinka BC , musimy skorzystać z Twierdzenia Pitagorasa:

$$5^2 + 1^2 = |DE|^2, \quad 25 + 1 = |DE|^2, \quad |DE|^2 = 26, \quad |DE| = \sqrt{26} \quad \vee \quad |DE| = -\sqrt{26}$$

Interesuje nas tylko dodatni wynik, zatem $|DE| = \sqrt{26}$.

Krok 3. Ustalenie, który chłopiec miał racje.

Długości boków są następujące:

$$|AB| = 5$$

$$|BC| = \sqrt{20} \text{ (czyli więcej niż 4, ale mniej niż 5)}$$

$$|CD| = 4$$

$$|DE| = \sqrt{26} \text{ (czyli więcej niż 5)}$$

To oznacza, że:

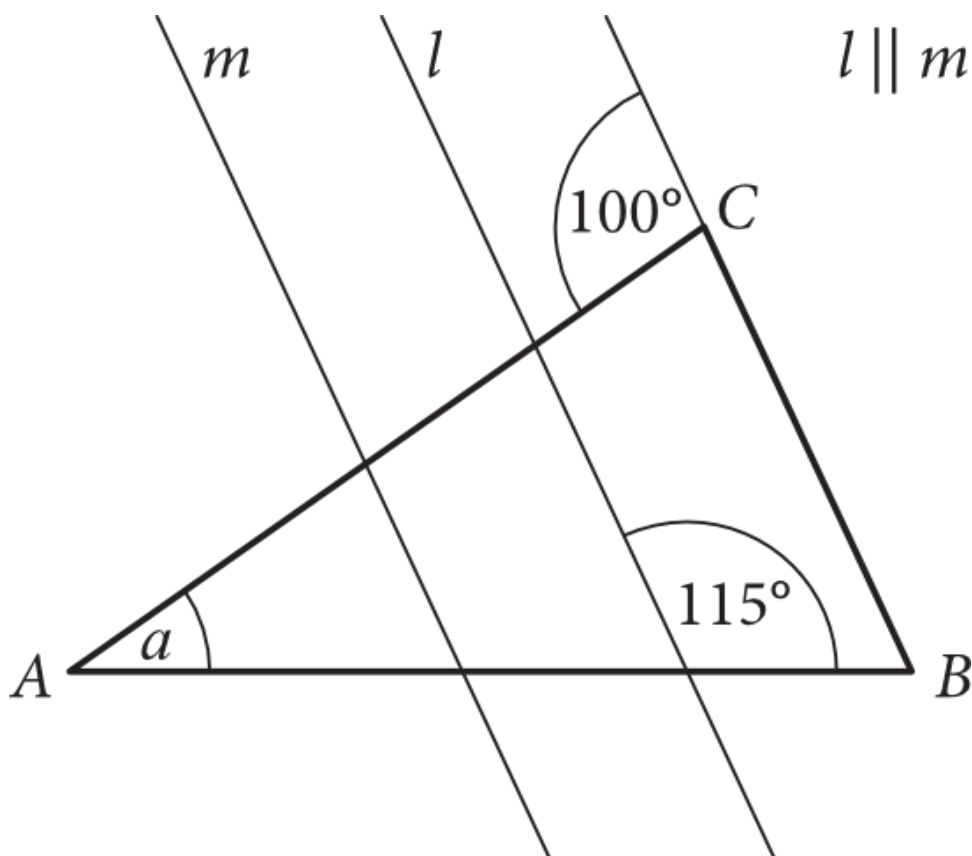
$$|CD| < |BC| < |AB| < |DE|$$

Rację miał więc Bernard.

Zadanie 13

0-1 pkt

Na rysunku przedstawiono trójkąt ABC przecięty dwiema prostymi m i l , równoległymi do boku BC , oraz zaznaczono trzy kąty.

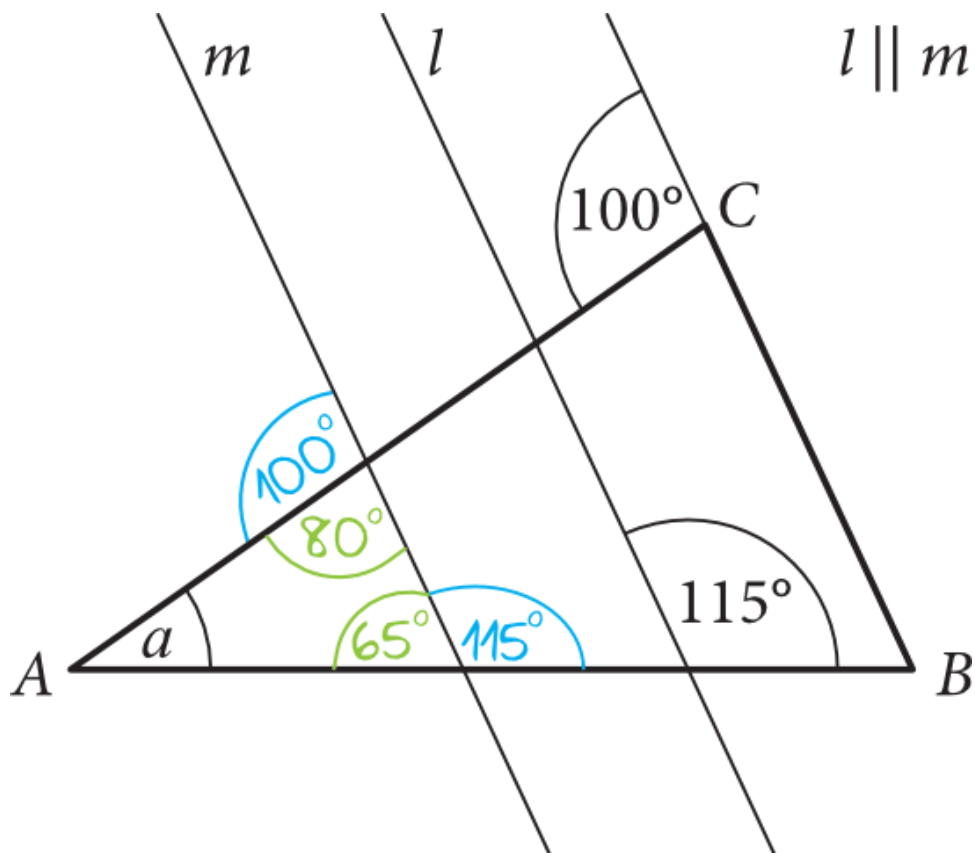


Jaką miarę ma kąt α ?

Odpowiedź: A (35°)

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Korzystając z własności kątów odpowiadających oraz przyległych, całość będzie wyglądać następująco:



Kąt AED ma miarę 80° , ponieważ jest to kąt przyległy do kąta o mierze 100° , a suma kątów przyległych jest zawsze równa 180° .

Analogicznie kąt ADE ma miarę 65° , ponieważ jest to kąt przyległy do kąta o mierze 115° .

Krok 2. Obliczenie miary kąta α .

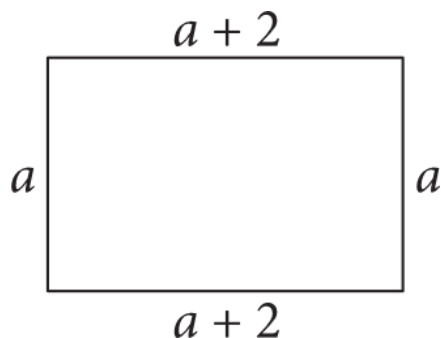
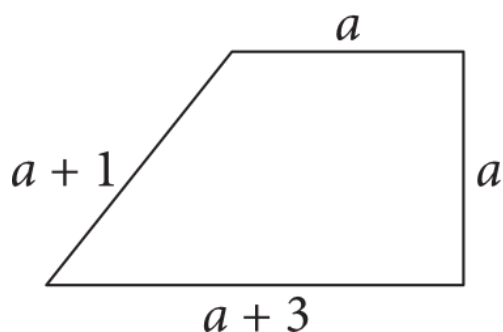
Spoglądamy na trójkąt ADE . Znamy już miary dwóch kątów w tym trójkącie, zatem:

$$\alpha = 180^\circ - 80^\circ - 65^\circ = 35^\circ$$

Zadanie 14

0-1 pkt

Na rysunku przedstawiono dwa czworokąty: trapez prostokątny i prostokąt. Długości boków tych figur opisano za pomocą wyrażeń algebraicznych (jak na rysunku).



Które zdanie jest prawdziwe?

Odpowiedź: D (Pole trapezu jest o $0,5a$ mniejsze od pola prostokąta.)

Krok 1. Obliczenie pola powierzchni trapezu.

Zacznijmy od obliczenia pola powierzchni trapezu. Korzystając ze wzoru na pole tej figury, możemy zapisać, że:

$$P_t = \frac{1}{2}(a + 3 + a) \cdot a, \quad P_t = \frac{1}{2}(2a + 3) \cdot a, \quad P_t = \frac{1}{2}(2a^2 + 3a), \quad P_t = a^2 + 1,5a$$

Krok 2. Obliczenie pola powierzchni prostokąta.

Do rozwiązania zadania potrzebne nam jest jeszcze obliczenie pola prostokąta, zatem:

$$P_p = (a + 2) \cdot a, \quad P_p = a^2 + 2a$$

Krok 3. Wybór właściwej odpowiedzi.

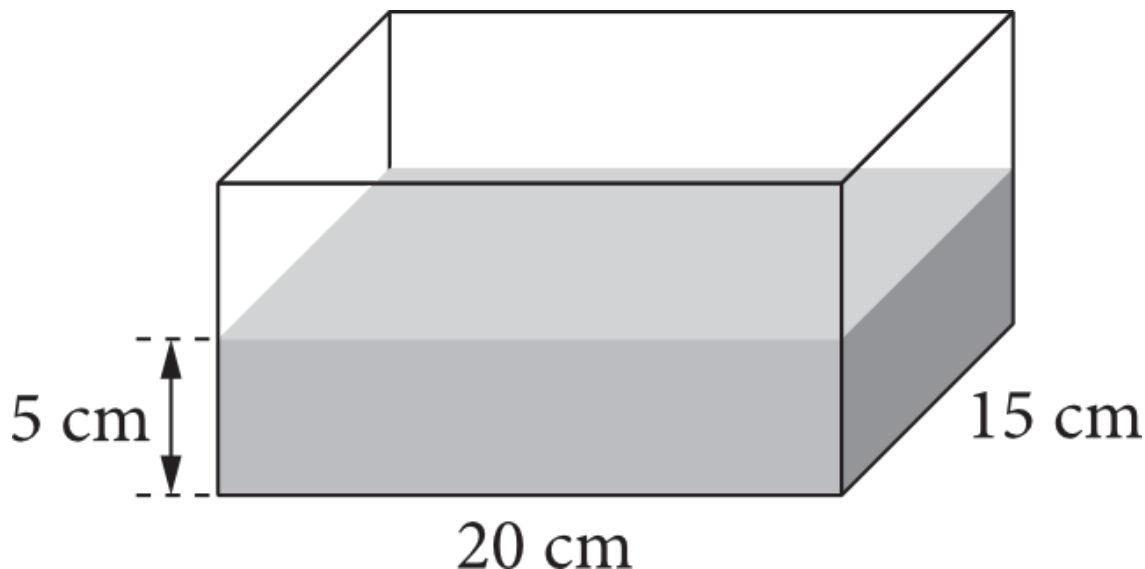
Przyglądając się otrzymanym wynikom widzimy, że jedynym prawdziwym zdaniem jest to ostatnie, czyli że pole trapezu jest o $0,5a$ mniejsze od pola prostokąta, ponieważ:

$$a^2 + 2a - (a^2 + 1,5a) = a^2 + 2a - a^2 - 1,5a = 0,5a$$

Zadanie 15

0-1 pkt

Kasia przygotowała prostopadłościenny szklany pojemnik, który zamierza wypełnić drobnymi kamyczkami, aby następnie ułożyć w nim dekorację z suszonych kwiatów. Na rysunku pokazano wymiary podstawy tego pojemnika oraz wysokość, do której mają sięgać kamyczki.



Kamyczki są sprzedawane w torebkach. Zawartość jednej torebki pozwala wypełnić naczynie o pojemności 500ml . Jaka jest najmniejsza liczba torebek z kamyczkami wystarczająca do wykonania dekoracji?

Odpowiedź: B (trzy)

Krok 1. Obliczenie objętości potrzebnego wypełnienia.

Na początek obliczmy objętość, jaką zajmuje całe wypełnienie. Mamy podane wszystkie interesujące nas wymiary, zatem:

$$V = 20\text{cm} \cdot 15\text{cm} \cdot 5\text{cm}, V = 1500\text{cm}^3$$

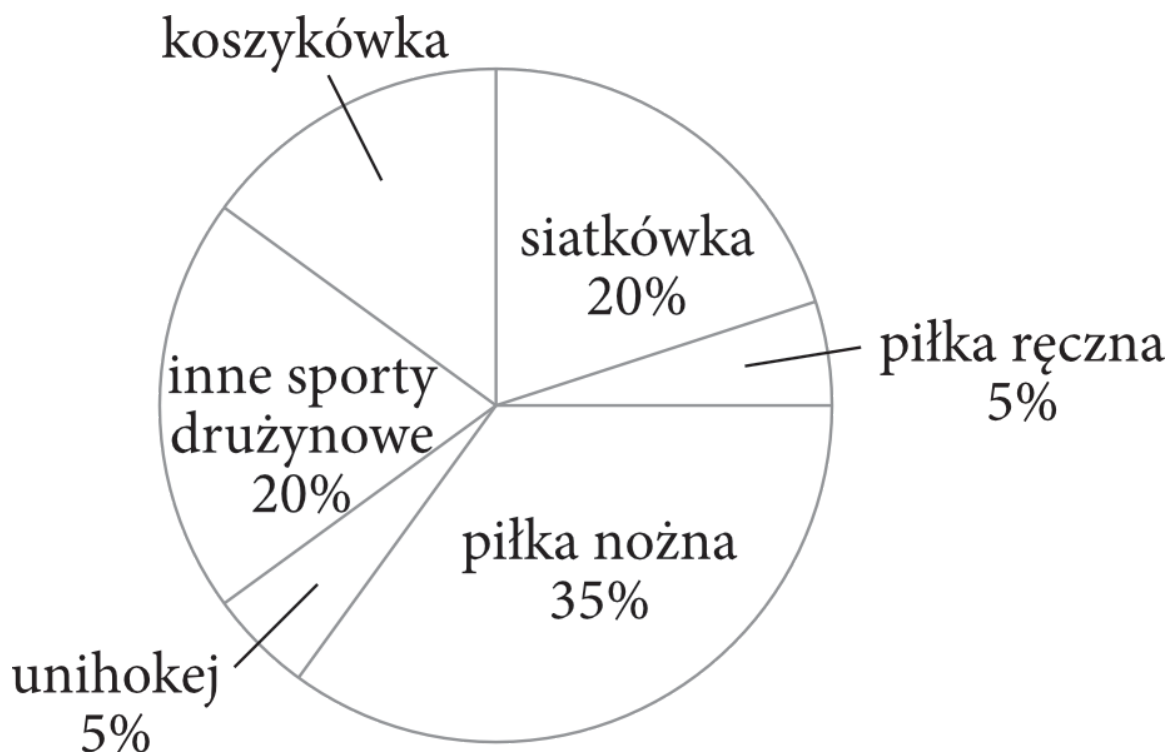
Krok 2. Ustalenie ilości potrzebnych torebek.

Z treści zadania wynika, że jedna torebka pozwala wypełnić naczynie o pojemności 500ml , czyli 500cm^3 . Nas interesuje wypełnienie 1500cm^3 , zatem:

$$1500\text{ml} : 500\text{ml} = 3$$

To oznacza, że trzeba kupić przynajmniej trzy torebki z kamyczkami.

Wśród uczniów przeprowadzono ankietę dotyczącą uprawianych przez nich dyscyplin sportowych. Każdy ankietowany podał jedną dyscyplinę. Wyniki ankiety przedstawiono na diagramie.



Sześciu spośród ankietowanych uprawia koszykówkę. Ilu uczniów gra w piłkę nożną?

Odpowiedź: W piłkę nożną gra \(\)

Krok 1. Obliczenie ile procent uczniów gra w koszykówkę.

Sumując udział procentowy wszystkich sportów (poza koszykówką), otrzymamy:

$$20\% + 5\% + 35\% + 5\% + 20\% = 85\%$$

To oznacza, że koszykówkę uprawia

$$100\% - 85\% = 15\%$$

Krok 2. Obliczenie ilu uczniów gra w piłkę nożną.

Wiemy, że w koszykówkę gra 6 ankietowanych i obliczyliśmy sobie przed chwilą, że stanowią oni 15% osób.

Chcemy poznać liczbę uczniów grających w piłkę nożną (którzy stanowią 35% ankietowanych), zatem najprościej będzie tutaj skorzystać z proporcji i zapisać, że:

Skoro 15% ankietowanych to 6 osób

To 5% ankietowanych to 2 osoby

Więc 35% ankietowanych to 14 osób

To oznacza, że w piłkę nożną gra 14 osób.

Zadanie 17

0-2 pkt

Mateusz zadał swojej siostrze Karolinie następującą zagadkę:

"Urodziłem się 5 stycznia 2009 r., w poniedziałek. W jaki dzień tygodnia obchodziłem piąte urodziny?"

Karolina, po namyśle, odpowiedziała poprawnie. Jaki dzień tygodnia wskazała? Uzasadnij odpowiedź. Pamiętaj o latach przestępnych.

Odpowiedź: Niedziela

Krok 1. Obliczenie liczby dni do piątych urodzin.

Spróbujmy obliczyć ile dni dzieli 5 stycznia 2009 roku oraz 5 stycznia 2014 roku.

Od 05.01.2009 do 05.01.2010 mamy 365 dni

Od 05.01.2010 do 05.01.2011 mamy 365 dni

Od 05.01.2011 do 05.01.2012 mamy 365 dni

Od 05.01.2012 do 05.01.2013 mamy 366 dni (bo rok 2012 jest przestępny, więc dojdzie nam tutaj 29 luty)

Od 05.01.2013 do 05.01.2014 mamy 365 dni

Łączna liczba dni jest więc równa:

$$365 + 365 + 365 + 366 + 365 = 1826$$

Krok 2. Ustalenie jaki jest dzień tygodnia piątych urodzin.

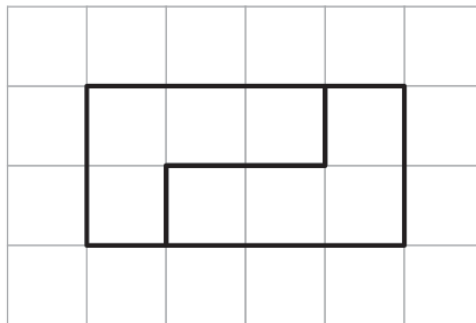
Dzieląc 1826 dni przez 7, otrzymamy:

$$1826 : 7 = 260 \text{ r. } 6$$

Taki wynik oznacza, że piąte urodziny Mateusza nastąpiły po 260 tygodniach i 6 dniach. Ta reszta równa 6 oznacza, że do poniedziałku musimy dodać jeszcze 6 dni tygodnia, zatem piąte urodziny wypadną dokładnie w niedzielę.

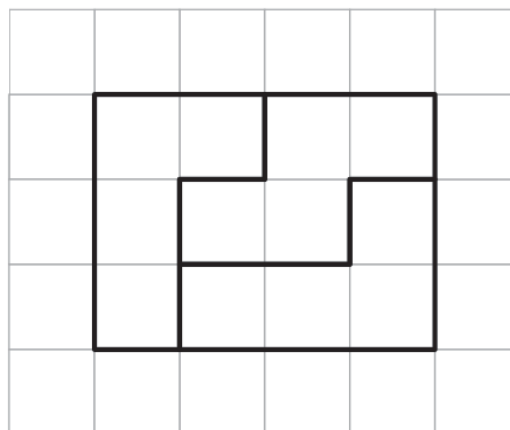
Z dwóch takich samych elementów układanki w kształcie litery L ułożono prostokąt I o obwodzie 36 jednostek.

prostokąt I



Dołożono jeden element i ułożono prostokąt II .

prostokąt II



O ile jednostek jest dłuższy obwód prostokąta II od obwodu prostokąta I ?

Odpowiedź: Drugi prostokąt ma o

Krok 1. Ustalenie zależności między "linią" i "jednostką".

Licząc po kratkach widzimy wyraźnie, że pierwszy prostokąt ma obwód równy 12 liniom. Z treści zadania wiemy, że obwód tego prostokąta to 36 jednostek, zatem możemy powiedzieć, że skoro 12 linii to 36 jednostek, to 1 kratka to 3 jednostki.

Krok 2. Obliczenie obwodu II prostokąta.

II prostokąt ma obwód składający się z 14 linii. Skoro więc każda linia to 3 jednostki, to obwód II prostokąta będzie równy $3 \cdot 14 = 42$ jednostki.

Krok 3. Obliczenie o ile jednostek jest dłuższy obwód II prostokąta.

W zadaniu pytają się nas, o ile jednostek jest dłuższy obwód II prostokąta, zatem musimy jeszcze na koniec wykonać odejmowanie:

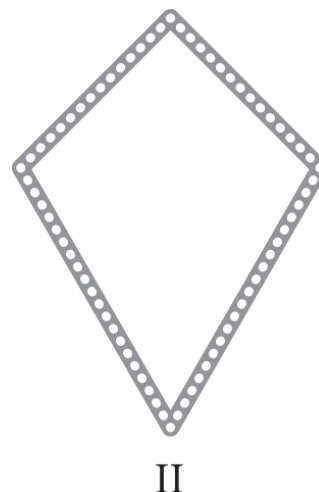
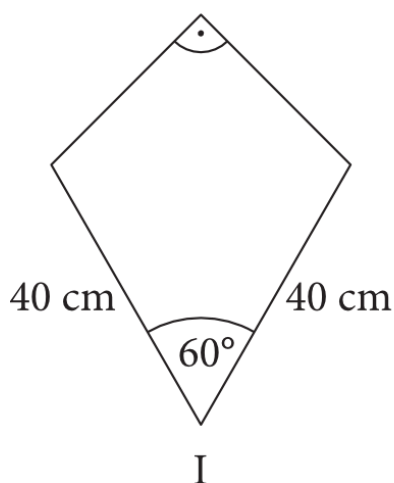
$$42 - 36 = 6$$

To oznacza, że drugi prostokąt ma obwód większy o 6 jednostek.

Zadanie 19

0-3 pkt

Jacek zamierza zbudować latawiec (jak na rysunku I), a jego krawędzie okleić taśmą odblaskową (jak na rysunku II).

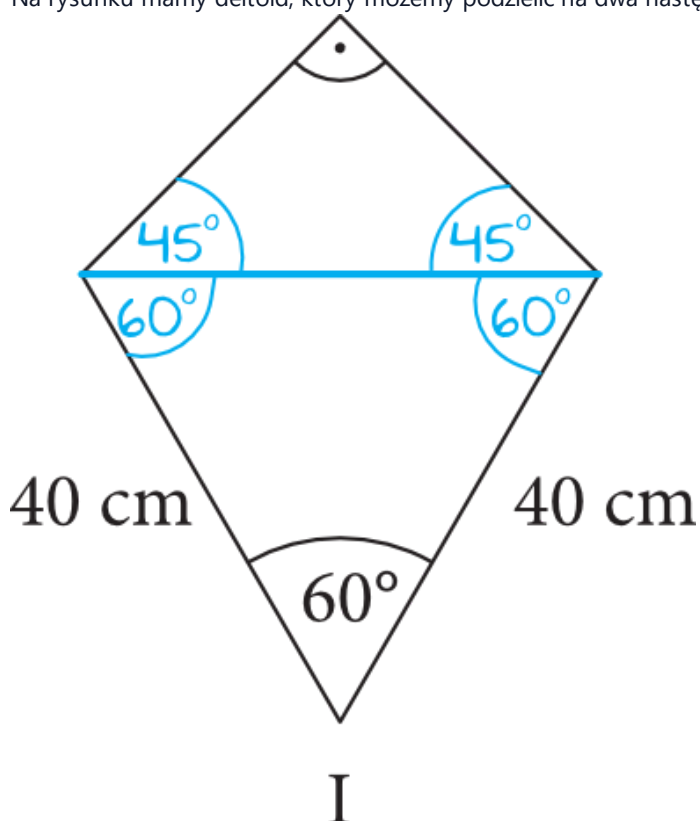


Czy 1,5 m taśmy wystarczy Jackowi na oklejenie wszystkich krawędzi latawca? Zapisz obliczenia. Możesz wykorzystać fakt, że $\sqrt{2} < 1,5$.

Odpowiedź: Tak, 1,5 m taśmy

Krok 1. Sporządzenie rysunku pomocniczego.

Na rysunku mamy deltoid, który możemy podzielić na dwa następujące trójkąty:



Na górze mamy trójkąt prostokątny o kątach 45° , 45° , 90° . Na dole powstał nam trójkąt równoboczny (możemy być pewni, że ten trójkąt jest równoboczny, bo kąt między ramionami o jednakowej długości ma miarę 60° , więc dwa kąty przy podstawie muszą mieć także po 60°).

Krok 2. Obliczenie długości dwóch pozostałych ramion latawca.

Z własności trójkątów o kątach 45° , 45° , 90° wynika, że gdy przyprostokątne mają długość a , to przeciwprostokątna ma długość $a\sqrt{2}$. W naszym przypadku przeciwprostokątna ma długość 40cm , zatem:

$$a\sqrt{2} = 40, \quad a = \frac{40}{\sqrt{2}}, \quad a = \frac{40 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}, \quad a = \frac{40\sqrt{2}}{2}, \quad a = 20\sqrt{2}$$

To oznacza, że górne ramiona latawca mają po $20\sqrt{2}\text{cm}$.

Krok 3. Obliczenie obwodu latawca.

Zgodnie z obliczeniami, obwód latawca będzie równy:

$$Obw = 2 \cdot 20\sqrt{2} + 2 \cdot 40 = 40\sqrt{2} + 80$$

Krok 4. Ustalenie, czy starczy taśmy.

Musimy jeszcze ustalić, czy $1,5\text{m}$ taśmy wystarczy na oklejenie wszystkich krawędzi latawca. Mówiąc wprost, musimy ustalić, czy $40\sqrt{2}\text{cm} + 80\text{cm}$ to więcej, czy mniej niż $1,5\text{m}$.

Wiedząc, że $\sqrt{2} \approx 1,41$ wyjdzie nam, że:

$$40\sqrt{2} + 80 \approx 40 \cdot 1,41 + 80 \approx 56,4 + 80 \approx 136,4[\text{cm}]$$

To oznacza, że $1,5\text{m}$ (czyli 150cm) jak najbardziej wystarczy na oklejenie wszystkich krawędzi latawca.

Pan Kowalski chciał wypożyczyć samochód. W wypożyczalni otrzymał następującą ofertę:

Wypożyczenie samochodu: 90 zł za każdy dzień
+ 30 zł za ubezpieczenie na każdy dzień
+ 3 zł za każdy przejechany kilometr powyżej 800 km

a) Pan Kowalski wypożyczył samochód na dwanaście dni. Łączny koszt wypożyczenia wyniósł 2430zł.

Ile kilometrów pan Kowalski przejechał tym samochodem?

b) Wypożyczony samochód spalał średnio 10l paliwa na 100km. Cena 1l paliwa wynosiła 4,80zł.

Ile pan Kowalski wydał na paliwo?

Odpowiedź: a) 1130km b) 542

Krok 1. Obliczenie liczby kilometrów przejechanych przez Pana Kowalskiego.

Dzienny koszt wynajmu auta to 90zł, a do tego trzeba doliczyć 30zł ubezpieczenia, zatem dziennie auto generuje $90zł + 30zł = 120zł$ kosztów. To oznacza, że w ciągu 12 dni Pan Kowalski wydał na te opłaty:

$$12 \cdot 120zł = 1440zł$$

Wiemy, że łączny koszt wypożyczenia wyniósł 2430zł, zatem za przejechane kilometry Pan Kowalski wydał:

$$2430zł - 1440zł = 990zł$$

Wiemy, że stawka wynosi 3zł za kilometr, więc przejechanych kilometrów (które były płatne) mamy:

$$990 : 3 = 330$$

Z obliczeń wynika więc, że Pan Kowalski przejechał 800km (bezpłatnie) oraz 330km za dodatkową opłatą. Łącznie przejechał więc:

$$800km + 330km = 1130km$$

Krok 2. Obliczenie wydatków na paliwo.

Skoro Pan Kowalski przejechał 1130km, a samochód pali 10l na 100km, to zużycie paliwa wyniosło:

$$1130km \cdot \frac{10l}{100km} = 113l$$

Cena 1l paliwa wynosi 4,80zł, zatem za paliwo trzeba było zapłacić:

$$113 \cdot 4,80\text{zł} = 542,40\text{zł}$$

Zadanie 21

0-3 pkt

Pani Krystyna przygotowuje poczęstunek na imprezę urodzinową. Ma trzy jednakowe kartony soku oraz dwa rodzaje naczyń: duże szklanki i małe szklaneczki. Soki z pierwszego kartonu napełniła 5 szklanek oraz 2 szklaneczki i ustawiła je na pierwszym stole. Soki z drugiego kartonu napełniła 3 szklanki oraz 6 szklaneczek i ustawiła je na drugim stole. Czy soku z trzeciego kartonu wystarczy, żeby napełnić 2 szklanki i 8 szklaneczek, które trzeba ustawić na trzecim stole? Odpowiedź uzasadnij.

Odpowiedź: Karton wystarczy do

Krok 1. Ustalenie zależności między dużą i małą szklanką.

Wprowadźmy do treści zadania następujące oznaczenia:

d - szklanka (duża)

m - szklaneczka (mała)

Z zadania wynika, że jednym kartonem można napełnić 5 szklanek oraz 2 szklaneczki lub też 3 szklanki oraz 6 szklaneczek. Możemy więc zapisać, że:

$$5d + 2m = 3d + 6m, \quad 2d = 4m, \quad d = 2m$$

To oznacza, że tak naprawdę duża szklanka jest równa dwóm małym szklaneczkom.

Krok 2. Sprawdzenie, czy karton wystarczy do napełnienia 2 szklanek i 8 szklaneczek.

Z treści zadania wynika, że karton starczy na napełnienie 5 dużych szklanek i 2 małych szklaneczek.

Przeliczając tę objętość na szklaneczki (czyli podstawiając $d = 2m$) możemy zapisać, że:

$$5d + 2m = 5 \cdot 2m + 2m = 12m$$

Identyczny wynik otrzymamy przeliczając napełnienie z drugiego kartonu:

$$3d + 6m = 3 \cdot 2m + 6m = 6m + 6m = 12m$$

Wszystkie kartony są jednakowe, więc i ten trzeci musi wystarczyć do napełnienia 12 szklaneczek.

Przeliczmy zatem 2 szklanki i 8 szklaneczek na małe szklaneczki:

$$2d + 8m = 2 \cdot 2m + 8m = 12m$$

Otrzymaliśmy dokładnie ten sam wynik, czyli 12 szklaneczek. To oznacza, że karton jak najbardziej wystarczy do napełnienia tych szklanek.